УДК 532.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА ЖИДКИХ СРЕД В ЭКСПЕРИМЕНТАХ С КРУТИЛЬНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ

А.Е. Коренченко, В. П. Бескачко

Конечно-разностными методами получено решение задачи о движении крутильного вискозиметра, заполненного вязкоупругой жидкостью. Исследовано влияние упругих параметров жидкости на характеристики колебаний вискозиметра. Предложен метод идентификации вязкоупругих жидкостей, основанный на наблюдении резонансных эффектов.

Введение. Эксперименты [1] с диском, вращающимся по инерции на поверхности жидкости, указывают на существование упругих свойств у такой традиционно считающейся ньютоновской жидкости, как вода. Эти эксперименты подтверждают известный реологический тезис, что упругими свойствами в той или иной мере обладают все жидкости. Вопрос только в том, как их обнаружить, если они выражены так же слабо, как в воде. Для этого необходимы эксперименты, в которых реализуются весьма малые скорости деформации, например, такие, которые возникают в крутильном вискозиметре по мере затухания его колебаний. Изучение возможностей метода крутильных колебаний для определения упругих свойств «почти ньютоновских» жидкостей и является целью настоящей работы.

Математическая модель. Для описания вязкоупругих эффектов в работе используется представление о жидкости с конвективной упругостью [2]. Такая жидкость определяется как материал, для которого напряжение зависит как от деформации, так и от скорости деформации, причем деформация определяется через различия в конфигурации материала в последовательные моменты времени, а не в сравнении с некоторой предпочтительной формой. Тензор напряжений в такой жидкости может быть представлен в следующем виде: $\mathbf{s} = \mathbf{s}_{\text{âÿç}} + \mathbf{s}_{\text{óï ð}}$. Упругая часть тензора напряжений изотропной жидкости с конвективной упругостью выражается формулой

$$\mathbf{s}_{\text{óï ð}} = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-t')/\tau} \cdot \mathrm{G} \cdot d\boldsymbol{\varepsilon}(t').$$

В работе это соотношение использовалось в дискретной форме:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{óï ð}}^{n+1} = \mathrm{G} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}_{\text{óï ð}}^{n} \cdot e^{-\Delta t/\tau},$$

где $\boldsymbol{\sigma}_{\text{óï ð}}^{n}$ – тензор упругих напряжений в момент времени t, G – модуль сдвига, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор малых деформаций, появившихся за время $\Delta t = t^{n+1} - t^{n}$ и учтено, что упругие напряжения за каждый интервал Δt не аддитивны, а имеет место максвелловская релаксация [3]. Вязкая часть тензора напряжений удовлетворяет уравнению Ньютона $\boldsymbol{\sigma}_{\text{âÿç}} = -\eta \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ – тензор скоростей деформации. Описанная модель является линейной моделью вязкоупругости и характеризуется помимо вязкости двумя параметрами: модулем сдвига G и временем релаксации упругих напряжений τ.

Введем безразмерные переменные, когда все расстояния отнесены к радиусу $R_{\text{ö}}$ цилиндра, скорость – к $\nu / R_{\text{ö}}$ (ν – кинематическая вязкость жидкости), давление – к $\rho \nu^2 / R_{\text{ö}}^2$ (ρ – плотность жидкости), время – к $R_{\text{ö}}^2 / \nu$. Тогда в безразмерных координатах (r, θ, z) движение цилиндра и заполняющей его жидкости, описывается уравнениями:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \Delta \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla p - \mathbf{f}_{\text{óï ð}}, \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{d\,\omega_{\text{ö}}}{dt} = -K \cdot \varphi + M_{\text{âÿç}} + M_{\text{óï ð}}. \tag{3}$$

коэффициент затухания колебаний изменяется при резонансе на тем меньшую величину, чем меньше время релаксации.

Для идентификации среды как вязкоупругой и определения в рамках данной модели модуля сдвига жидкости следует получить как можно ярче выраженный максимум на кривой зависимости коэффициента затухания от периода колебаний или от другого аргумента, зависящего от периода. Поэтому важно выяснить, как влияют параметры вискозиметра, например, радиус $R_{\text{ö}}$, на характер указанной кривой. На рис. 2 изображены зависимости коэффициента затухания колебаний от безразмерной комбинации $\xi = V_{\text{öï ð}} \cdot T/\left(2R_{\text{ö}}\right)$ для различных $R_{\text{ö}}$. В соответствии с формулой (8), максимума затухания следует ожидать при значениях ξ, близких к 1. Как видно из рисунка, функции $p(\xi)$, полученные для радиусов $R_{\text{ö}} = 0{,}00866$ ì и 0,01225 м, монотонно убывают и, таким образом, не несут информации о модуле сдвига. Максимум коэффициента затухания выражен тем лучше, чем больше радиус цилиндра вискозиметра. Заметим, что величина, на которую возрастает коэффициент затухания при «резонансе» для $R_{\text{ö}} = 0{,}02021$ ì , достаточна для уверенной регистрации в экспериментах с крутильным вискозиметром, где относительная погрешность измерения коэффициента затухания может быть сделана порядка $\sim 10^{-4}$.

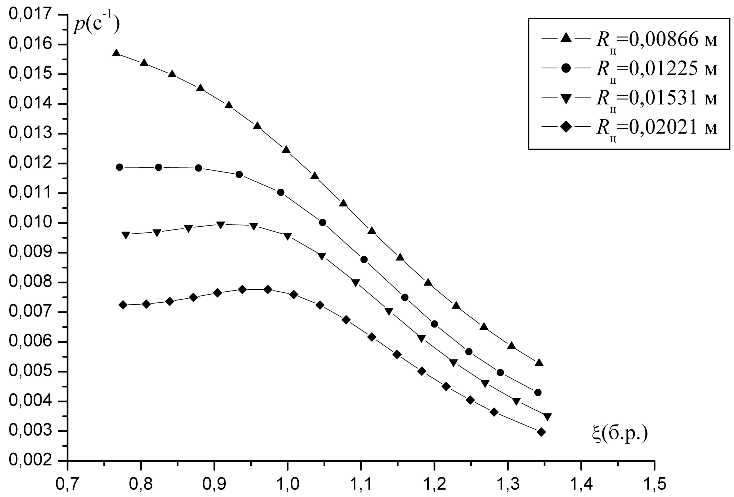

Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания от безразмерного параметра $\xi = V_{\text{öï ð}} \cdot T / 2R_{\text{ö}}$; G=0,0005 Па, τ = 17 с

Таким образом, обнаруженные в рамках рассмотренной реологической модели «резонансные» эффекты позволяют идентифицировать жидкость с конвективной вязкоупругостью и дают возможность определить модуль сдвига по положению максимума коэффициента затухания на его зависимости от периода колебаний вискозиметра. При практической реализации метода период колебаний можно варьировать, изменяя крутильную жесткость нити подвеса, что легко достигается изменением ее длины.

Литература

1. Апакашев Р.А., Павлов В.В. Определение предела прочности и модуля сдвига воды при малых скоростях течения// Механика жидкости и газа. – 1997. – № 1. – С. 3–7.

2. Астарита Дж., Маруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 302 с.

3. Бартенев Г.М., Сандитов Д.С. Релаксационные процессы в стеклообразных системах. – Новосибирск: Наука, 1986. – 236 с.

4. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена. – М.: Мир, 1988. – 537 с.

5. Коренченко А.Е., Бескачко В.П. Об определении вязкоупругих свойств жидкости из анализа колебаний крутильного вискозиметра// Труды XI Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Т. 2. Строение и свойства металлических расплавов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – С. 126–130.

6. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с.

Поступила в редакцию 12 августа 2005 г.