

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ СРЕДЫ В ЦИЛИНДРЕ, СОВЕРШАЮЩЕМ ЗАТУХАЮЩИЕ КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Г.П. Вяткин, И.В. Елюхина

Проведен обзор и анализ возможностей существующих методик для моделирования и наблюдения вязкопластичного поведения среды, заполняющей совершающий крутильные колебания цилиндр. Изучены особенности течения идеальных сред, а также методология их численного моделирования. В рамках измеряемых в эксперименте параметров колебаний продемонстрирована степень соответствия приближенных моделей идеальной бингамовской жидкости.

Введение. Ранее были изучены возможности крутильно-колебательного метода по наблюдению и измерению неньютоновских, в т.ч. вязкопластичных (бингамовских), свойств [1]. В работе ставилась задача идентификации реологического типа среды – выявления эффектов (прежде всего, качественных), присущих именно бингамовским средам и связанных с появлением пластической составляющей в уравнении состояния. Поэтому интерес представляла идеальная вязкопластичная среда и, в частности, псевдопластичное (нелинейно вязкое) состояние не рассматривалось. В реальности среды, свойства которых обычно исследуются такими вискозиметрическими методами, скорее «жидко-», а не «вердоподобны», т.е. хоть и слабо, но текут при любой не равной нулю скорости сдвига. В связи с этим интересным представляется рассмотрение иных возможных моделей вязкопластичного поведения с различными значениями модельных коэффициентов, отражающих различную степень неньютоновости свойств.

Математическая формулировка задачи. Кратко напомним основные условия движения [1]. Пусть пустой цилиндр подвешен вдоль своей оси на упругой нити и совершает вокруг нее крутильные колебания с периодом τ_0 и декрементом затухания δ_0 . При заполнении его вязкопластичной средой изосинхронный режим колебаний в общем случае нарушается, и колебательный процесс можно охарактеризовать параметрами $\tau = 2\Delta T_\tau$ и $\delta = 2 \ln|\alpha_1 / \alpha_2|$, где ΔT_τ – разница между двумя соседними моментами времени, когда угловое смещение цилиндра α обращается в нуль; α_1, α_2 – соседние экстремальные значения α ($|\alpha_1| > |\alpha_2|$). Период $\tau > \tau_0$ вследствие того, что при увлечении жидкости стенками цилиндра возрастает эффективный момент инерции подвесной системы; $\delta > \delta_0$ в связи с дополнительной диссипацией механической энергии, обусловленной вязким трением в жидкости.

Математическую модель движения сосуда, непосредственно связанного с возбуждаемым им движением среды, для случая длинного цилиндра и прочих традиционных для метода допущениях представим в виде

– уравнение движения жидкости

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial \sigma_{\xi\varphi}}{\partial \xi} + \frac{2\sigma_{\xi\varphi}}{\xi}; \quad (1)$$

– уравнение движения цилиндра

$$\frac{d^2 \alpha}{dT^2} + \frac{\delta_0}{\pi} \frac{d\alpha}{dT} + \alpha = P; \quad (2)$$

– начально-краевые условия для (1), (2):

$$U(\xi, 0) = 0, U(\xi_0, T) = \frac{d\alpha}{dT} \xi_0, U(0, T) = 0, \alpha(0) = \alpha_0 \sim 6^\circ, \left. \frac{d\alpha}{dT} \right|_{T=0} = 0; \quad (3)$$

случаев брать большее число точек у оси цилиндра. Для бингамовской жидкости (как и для псевдопластичной) также характерен рост области развитого течения по сравнению с ньютоновской, что хорошо можно наблюдать, к примеру, при колебаниях тела в безграничной среде. Это обусловлено, прежде всего, увлечением жидкости твердыми прослойками. Заметим, что если напряжение сдвига между «твердотельным» слоем и ядром недостаточно для возникновения течения в этой области, то при N , близком к $N_{тв}$, «твердотельная» фаза может быть представлена только ядром (с присоединенным к нему слоем).

Заключение. Итак, в настоящей работе обсуждены особенности приложения, в т.ч. численного моделирования, существующих вариантов описания вязкопластичного идеального и не идеального поведения жидкости применительно к среде, заполняющей совершающий затухающие крутильные колебания цилиндр, а именно: моделей Бингама, bi-viscosity, Папанастасио и Оствальда – Вейля. В терминах измеряемых в эксперименте параметров продемонстрирована наблюдаемость неньютоновских свойств (для ньютоновских сред в отсутствии переходных процессов параметры колебаний не изменяются во времени), а также показано, насколько существующие модели могут служить приближением для идеального бингамовского поведения.

Литература

1. Елюхина И.В., Вяткин Г.П., Бескачко В.П. Новые возможности крутильно-колебательного метода Швидковского Е.Г.: идентификация реологической принадлежности среды // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика, физика, химия». – 2003. – Вып. 3. – № 6(22). – С. 108–115.
2. Bird R.B., Dai G.C., Yarusso B.J. The rheology and flow of viscoplastic materials // Rev. in Chem. Eng. – 1983. – № 1. – P. 1–70.
3. Barnes H.A. The yield stress – a review or «panta roi» – everything flows? // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 1999. – № 81. – P. 133–178.
4. Shelukhin V.V. Bingham viscoplastic as a limit of non-newtonian fluids // J. Math. Fluid Mech. – 2002. – № 4. – P. 109–127.
5. Вяткин Г.П., Елюхина И.В. Разработка методов параметрической идентификации сред Оствальда–Вейля по результатам вибрационной реометрии // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2004. – Вып. 4. – № 8(37). – С. 22–27.
6. Keentok M., Milthorpe J.F., O'Donovan E. On the shearing zone around rotating vanes in plastic liquids: theory and experiment // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 1985. – № 17. – P. 23–35.
7. Alkhatib M.A.M., Wilson S.D.R. The development of Poiseuille flow of a yield-stress fluid // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2001. – № 100. – P. 1–8.
8. Beverly C.R., Tanner R.I. Numerical analysis of three-dimensional Bingham plastic flow // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 1992. – V. 42. – P. 85–115.
9. Papanastasiou T.C. Flows of materials with yield // J. Rheol. – 1987. – № 31. – P. 385–404.
10. Smyrniotis D.N., Tsamopoulos J.A. Squeeze flow of Bingham plastics // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2001. – № 100. – P. 165–190.
11. Blackery J., Mitsoulis E. Creeping motion of a sphere in tubes filled with a Bingham plastic material // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 1997. – № 70. – P. 59–77.
12. Fang P., Manglik R.M., Jog M.A. Characteristics of laminar viscous shear-thinning fluid flows in eccentric annular channels // J. Non-Newt. Fluid Mech. – 1999. – № 84. – P. 1–17.
13. Швидковский Е.Г. Некоторые вопросы вязкости расплавленных металлов. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 206 с.

Поступила в редакцию 26 января 2005 г.