

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД

О.С. Садаков, С.И. Шульженко

Поведение некоторых двухфазных неупругих сред при повторно-переменном неизотермическом нагружении обладает специфическими особенностями, математическое описание которых феноменологическим путем представляется практически недостижимым. Ниже предложено использовать для этой цели подход, лежащий на грани с онтологическим: формальное моделирование микронеоднородности среды. Этот подход позволяет получить эффективное средство для неупругих расчетов.

1. Известно, что реальные материалы реономны, а наблюдаемые деформации (и вычисляемые напряжения) представляют собой среднее по деформациям и напряжениям в микрообъемах материала. Однако в расчетах принято использовать феноменологическое допущение о сплошной однородной среде, и это вполне оправдывается в большинстве практических задач. Но при моделировании реологических свойств (пластичность, ползучесть), выявляемых опытами при повторно-переменном, непропорциональном, неизотермическом нагружении такой феноменологический подход приводит к непреодоленным пока трудностям. Более реален путь моделирования микронеоднородности, например, на основе структурных моделей, в которых это делается формально, подобно использованию пакета параллельно деформируемых идеально пластических стержней (модель Мазинга).

Простейшее развитие подхода – замена свойства идеальной пластичности на свойство идеальной вязкости. Более того, при моделировании металлов вполне достаточным оказалось принять определяющие функции всех стержней подобными. Это привело к еще большему упрощению анализа и идентификации модели.

Однако названное подобие не оправдывается, если в среде выделяются две (или чуть больше) различных составляющих (например, фаз) с отчетливо различающимися свойствами. К таким средам относятся многие композиционные материалы, пластмассы, некоторые сплавы металлов. Ниже мы постараемся показать, что и эти трудности могут быть преодолены с использованием соответственно модифицированной структурной модели. Для двухфазной среды может использоваться просто параллельное соединение двух базовых моделей с различающимися свойствами. Но для описания особенностей неизотермического нагружения придется ввести дополнительную возможность перехода части структурных составляющих из одного фазового состояния в другое. Это позволит описать не только обычный спектр эффектов деформационной анизотропии, но и хорошо известный эффект температурной памяти материала о предыстории.

2. Расширяющееся применение новых материалов и технологий вызывает необходимость разработки моделей, позволяющих отразить весьма многообразные деформационные свойства различных сред. Как показывает опыт, один из перспективных путей для такого моделирования открывают структурные модели среды. В их основе лежат идея о важной, иногда главной роли микронеоднородности в наблюдаемых сложных эффектах неупругого деформирования конструкционных материалов и идея о том, что эта неоднородность может быть формально отражена в виде конструкционной неоднородности независимо от тех особенностей структуры среды, с которыми она связана. Поведение элементарного объема тела отображается деформированием некоторой конструкции из связанных между собой *подэлементов*. Последние наделяются (феноменологически) весьма простыми реологическими свойствами, но их совместное неодинаковое деформирование образует комплекс существенно более сложных явлений, которые могут быть объединены понятием «деформационная анизотропия». Все они связаны с образованием и эволюцией микронапряжений, вызываемых микропластическими деформациями, являющимися материальными носителями памяти материала о предыстории нагружения. Сюда относятся анизотропное упрочнение при быстром нагружении и при выдержках, циклическая ползучесть и циклическая релаксация, взаимное влияние процессов быстрого неупругого деформирования и пол-

зучести, многие особенности, связанные с непропорциональным и неизотермическим нагружением, и другие. Опыт работы с такими моделями показывает, что они вполне адекватно описывают поведение *металлов*.

3. В модели, разработанной на кафедре ПМиДПМ ЮУрГУ [3] и называемой ниже базовой, предполагается, что элемент объема материала работает подобно набору из N подэлементов (ПЭ), имеющих одинаковую историю деформирования и температуры, но обладающих различающимися реологическими свойствами и, соответственно, имеющих различные истории напряжений и неупругих деформаций. Напряжение σ элемента объема определяется как среднее по подэлементам (с «весами»):

$$\sigma = \langle \sigma \rangle \equiv \sum \sigma_k g_k, \quad (1)$$

где k – номер подэлемента, g_k – его «вес». Деформации подэлементов ε_k , равные деформации элемента ε , складываются из упругих, неупругих p_k и тепловых θ_k составляющих:

$$\varepsilon = \varepsilon_k = r_k + p_k + \theta_k, \quad (2)$$

причем $r_k \equiv \sigma_k / E$, E – модуль упругости; неупругая деформация подэлемента p_k определяется законом идеальной вязкости

$$\dot{p}_k \equiv \frac{dp}{dt} = \Phi_k(r_k, T). \quad (3)$$

Здесь \dot{p}_k – скорость ползучести подэлемента, Φ_k – реологическая функция подэлемента, t – время, T – температура. В базовой модели принято подобие реологических функций:

$$\Phi_k(r_k, T) = \Phi(r_k / z_k), \quad (4)$$

где Φ – реологическая функция материала, z_k – коэффициент «прочности». Подэлемент, у которого значение $z_k = 2$, в среднем имеет вдвое большее напряжение, чем «средний» (ПЭ, имеющий значение z_k , равное единице).

Из подобия (4) следует подобие диаграмм деформирования подэлементов (при нагружении с постоянной скоростью деформации $\dot{\varepsilon} = c$) для различных ПЭ и при различных значениях скорости c . С этим связано и подобие диаграмм деформирования материала при различных значениях скорости деформации. Более того, из независимости от температуры постоянных g_k, z_k (определяющих в совокупности плотность распределения параметров «прочности» между ПЭ) следует, что диаграммы деформирования материала практически подобны при различных значениях температуры. Таким образом, осуществляется так называемая «слабая» зависимость реологических свойств от температуры – через температурную зависимость характеристик материала. Названное подобие реологических функций ПЭ обусловило предельную простоту базовой модели и удобство работы с ней.

Однако при переходе к другим конструкционным материалам, в частности, к пластмассам, обнаруживается необходимость отказа от упомянутого подобия. Анализ экспериментов [1, 2] показывает, что, например, термопласты обладают весьма выраженной неоднородностью реологических свойств своих составляющих и для их моделирования следует использовать как минимум две неподобные реологические функции.

Заметим, что реологические модели пластмасс пока совершенно недостаточно разработаны. Технические теории ползучести непригодны для циклического неизотермического нагружения; модели наследственного типа идеализируют забывание предыстории нагружения и температуры, что совершенно не отвечает свойствам термопластов, обладающих, в частности, известным свойством: температурной памятью формы.

4. В случае *изотермического* нагружения простейший путь моделирования двухфазной среды – использовать параллельное деформирование двух базовых моделей, реологические функции которых существенно различаются. Будем считать, что каждый подэлемент относится к одной из двух фаз, I или II; относительные «веса» фаз равны G_I и G_{II} . Осреднение по подэлементам производится по формуле

$$\sigma = \langle \sigma_k \rangle \equiv \sigma_I G_I + \sigma_{II} G_{II}; \quad \sigma_I \equiv \sum \sigma_k g_k, \quad \sigma_{II} \equiv \sum \sigma_m g_m, \quad G_I + G_{II} = 1, \quad (5)$$

индексы k относятся к подэлементам фазы I, m – фазы II.

5. Наиболее контрастной и, соответственно, удобной для анализа является ситуация, когда одна из фаз реономна, другая – склерономна, то есть состоит из идеально пластических подэлементов. Такая модель обнаруживает специфический комплекс свойств, не присущих ни вязкой, ни склерономной базовой модели.

Пусть реологическая функция первой (вязкой) фазы описывается законом Нортон ($\Phi(x) = Ax^n$); тогда диаграммы начального деформирования этой фазы $\sigma_I(\varepsilon)$ при различных значениях постоянной скорости деформации $\dot{\varepsilon} = c_i$ являются центрально подобными:

$$\sigma_I = f_{Ii}(\varepsilon) = k_{yi} f_{Ii}(\varepsilon / k_{yi}), \quad k_{yi} = (c_i / c_j)^{1/n}. \quad (6)$$

Для второй, пластической, фазы скорость деформирования не играет роли; диаграмма деформирования при любой скорости одинакова:

$$\sigma_{II} = f_{II}(\varepsilon). \quad (7)$$

Диаграмма деформирования модели в целом при $\dot{\varepsilon} = c_i$ представляет сумму (5) диаграмм каждой из фаз:

$$\sigma = f_i(\varepsilon) = G_I f_{Ii}(\varepsilon) + G_{II} f_{II}(\varepsilon). \quad (8)$$

Естественно, подобия диаграмм с различными значениями $\dot{\varepsilon}$ здесь нет. Ползучесть и релаксация протекают только в ПЭ I фазы и являются ограниченными: напряжение в этой фазе может релаксировать до нуля, но σ_{II} не изменяется во времени, а зависит только от деформации.

6. Сказанное позволяет решить проблему идентификации двухфазной модели. Экстраполируя кривые деформирования двухфазной среды при постоянных значениях скорости $\dot{\varepsilon}$ на нулевое значение $\dot{\varepsilon}$, можно получить диаграмму $G_{II} f_{II}(\varepsilon)$ и, вычитая ее из исходных кривых, выделить серию диаграмм вязкой фазы (6), умноженных на вес G_I . Для примера на рис. 1 для гипотетического материала ($n=2$, $G_I=0,4$) показаны диаграммы деформирования (1, 2, 3) $f_i(\varepsilon)$. Кривая 4 – диаграмма деформирования пластической фазы (7). Здесь скорости деформирования равны c , $4c$, $9c$ (коэффициенты подобия – 2 и 3). На рис. 2 показаны диаграммы деформирования вязкой фазы. Как видим, сопоставляя диаграммы (5), можно определить показатель функции Нортон. Множитель A этой функции для «среднего» подэлемента ($z_c = 1$) найдется по асимптотическому значению напряжения σ_I . Определение параметров z_k , g_k для пластической фазы производится по кривой $f_{II}(\varepsilon)$ стандартным для базовой модели образом. Определение параметров z_k , g_k (удовлетворяющих нормирующим требованиям $\sum g_k = 1$, $\sum z_k g_k = 1$) при невысоких показателях степени n в отличие от работы с металлическими сплавами представляет существенно более трудную задачу. Если, как чаще всего бывает, высокая точность не нужна, эти параметры можно найти обычным подбором.

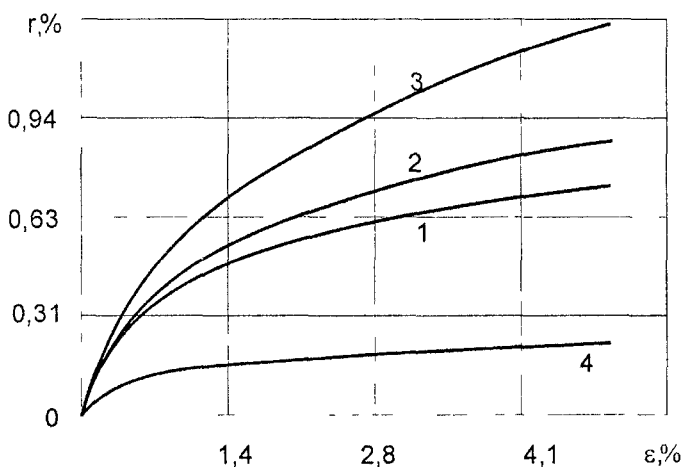


Рис. 1. Диаграммы деформирования (1, 2, 3) материала с различными скоростями c .
4 – диаграмма деформирования пластической фазы

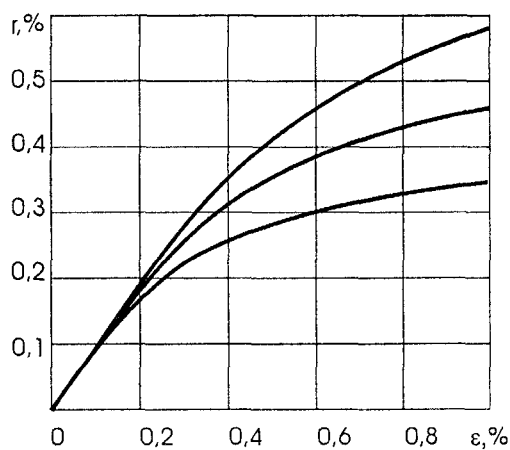


Рис. 2. Диаграммы деформирования пластической фазы при различных скоростях ε :
1) $\dot{\varepsilon} = c$, 2) $\dot{\varepsilon} = 4c$, 3) $\dot{\varepsilon} = 9c$.

7. Наиболее актуальным для двухфазных сред является моделирование особенностей изотермического нагружения, и здесь ситуация оказывается существенно сложнее, чем в базовой модели. Для моделирования «сильного» влияния температуры на реологические свойства среды и, в частности, для отражения эффекта температурной памяти формы в модель следует ввести возможность перехода подэлементов из одной фазы в другую. Впервые подобная модель была предложена в работе [2], где использовалась структурная модель с «температурными тормозами». Каждый ПЭ имеет свою константу – «температуру стеклования» T_{ck} ; те ПЭ, у которых она выше текущего значения температуры, имеют нулевую скорость ползучести. Изменение деформации в них сопровождается изменением напряжения ($\Delta\sigma_k = E\Delta\varepsilon$). Остальные ПЭ не сопротивляются деформированию, напряжение в них равно нулю, а неупругая деформация равна полной ε . Количество подэлементов, находящихся в первой и второй фазах изменяется при изменении текущей температуры T . В работе [1] иллюстрируется эффект памяти формы, отражаемый такой моделью. Однако в остальном (в частности, при изотермическом нагружении) деформационные свойства такой модели довольно примитивны (линейная упругость с модулем, зависящим от температуры).

Очевидно, более корректна модель, сочетающая названные свойства, связанные с переходом ПЭ из одной фазы в другую, и свойства изотермической двухфазной модели, описанной в п.3. В частности, в первом приближении можно использовать контрастную модель с идеально пластической и идеально вязкой фазами (п.4). Модель упростится, если считать что «веса» и коэффициенты «прочности» не изменяются при фазовом переходе.

8. Итак, полагаем, что элементарный объем среды работает подобно пакету подэлементов, имеющих одинаковые истории деформации и температуры. Деформацию делим на упругую, неупругую и тепловую составляющие; последние в первом приближении примем одинаковыми во всех ПЭ. Модуль упругости примем также одинаковым во всех ПЭ и зависящим от температуры. Каждый ПЭ имеет свой индивидуальный набор двух констант: температуры «стеклования» T_c и параметра «прочности» z .

Реологические свойства k -го подэлемента имеют вид

$$\dot{p}_k = \begin{cases} A(T)(r_k / z_k)^{n(T)} & \text{при } T_{ck} < T \\ \dot{\varepsilon}_F H(|r_k| - r_{Tk}) H(r_k \dot{\varepsilon}_F) & \text{при } T_{ck} > T. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $\varepsilon_p = \varepsilon - \alpha T$ – «силовая» деформация (сумма упругой и неупругой), α – коэффициент теплового расширения, H – функция Хевисайда ($H(x) = 0$ при $x < 0$, иначе $H(x) = 1$); $r_k = \sigma_k / E(T)$; r_{Tk} – предельная упругая деформация в склерономном состоянии ПЭ. При любом значении температуры часть ПЭ являются пластическими ($T_{ck} > T$), остальные – вязкими ($T_{ck} < T$). С ростом температуры пластичных ПЭ становится меньше, так как часть ПЭ первой группы переходит во вторую и материал становится более вязким. Полагаем, что более «прочные» ПЭ и после перехода в другую группу останутся такими же «прочными», поэтому принимаем $r_{Tk} = z_k r_b(T)$. Для определенности в качестве реологической функции здесь принимаем закон Нортон. Напряжения элемента объема определяем, используя обычное осреднение (1).

9. Характеристическими функциями материала в данной модели являются функции одного аргумента $E(T)$, $r_b(T)$, $\alpha(T)$, $A(T)$, $n(T)$ и функция плотности распределения параметров разброса свойств ПЭ $y(z, T_c)$. Эта функция двух аргументов, с одной стороны, сильнее всего влияет на качественные закономерности поведения модели и, с другой стороны, в наибольшей степени затрудняет идентификацию модели. Если остальные характеристические функции можно найти из изотермических испытаний при ряде значений температур (модель при этом практически не отличается от рассмотренной в п. 4), то для этой функции пока остается лишь путь подбора. Как для любой феноменологической модели, следует ввести гипотезу о характере функции и затем ее проверить экспериментально.

10. Если речь идет о термопластах, то ситуация несколько упрощается тем, что диапазон рабочих температур $T_c \leq T \leq T_b$ для этих материалов достаточно узок, а значения T_c , выходящие за этот диапазон, не играют роли (достаточно знать, что $T_c > T_b$ и ПЭ никогда не становится вязким

или, наоборот, $T_c < T_a$ и ПЭ всегда реономен). Поэтому линии уровня плотности распределения $y(z, T_c)$ на множестве аргументов z, T_c могут быть приняты в первом приближении прямыми и, для простоты, параллельными (рис.3, штриховые линии). Функция плотности распределения имеет вид

$$y(z, T_c) = f(x_1), \quad x_1 = z - k_1 T_c, \quad (10)$$

где k_1 – константа материала. На рис. 4 показан возможный характер этой функции.

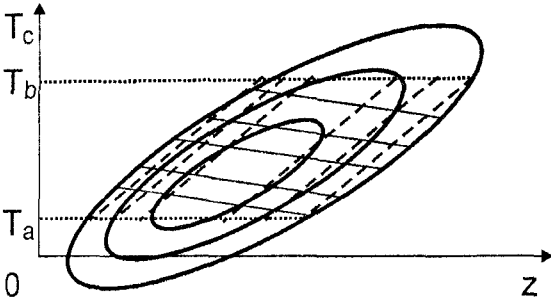


Рис. 3. Линии уровня функции распределения $y(z, T_c)$.

Пунктирные линии – $z - k_1 T_c = \text{const}$,
сплошные линии – $T_c - k_2 z = \text{const}$



Рис. 4. Функция распределения параметров разброса свойств подэлементов

11. Расчеты удобно вести для каждого ПЭ в отдельности, для чего функция (10) должна быть дискретизирована. На плоскости $\{z, T_c\}$ выбираем N точек – например, на пересечении двух семейств линий $z - k_1 T_c = \text{const}$ и $T_c - k_2 z = \text{const}$. Коэффициент k_2 выбирают так, чтобы при возрастании температуры ПЭ переходили в вязкую фазу поодиночке (при $k_2 = 0$ $x_2 = T_c$ и группы ПЭ, имеющие одинаковые значения T_c , меняют фазу одновременно); каждая точка определяет параметры z_k, T_{ck} одного ПЭ, а его «вес» g_k зависит от значения $z - k_1 T_c$ в соответствии с выбранной функцией (10). Значения g_k нормируются таким образом, чтобы сумма всех «весов» была равна единице. Тогда, в частности, модуль Юнга $E(T)$ может определяться по начальному наклону кривой деформирования при данной температуре.

12. Отметим в заключение, что сказанное не решает проблему идентификации предлагаемой «неизотермической» модели, а лишь обрисовывает возможные подходы к этой проблеме. Идентификация и верификация модели могут быть произведены только в сочетании расчетов и экспериментов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 01-01-96416).

Литература

1. Асташкин В.М., Ершов А.Л., Пазушан В.А., Садаков О.С. Моделирование реологических свойств полимеров на основе структурной модели среды // Известия вузов. Строительство. – 1995. – № 11. – С. 48–53.
2. Асташкин В.М., Лихолетов В.В. Формирование остаточных напряжений в пластмассовых элементах конструкций при теплосменах в условиях стесненной деформации // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1985. – № 10. – С. 128–131.
3. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных нагружениях. – М.: Машиностроение. – 1984. – 256 с.
4. Асташкин В.М., Ершов А.Л., Садаков О.С. Структурная модель деформационных свойств поливинилхлорида при повторно-переменном неизотермическом нагружении // Известия вузов. Строительство. – 1997. – № 6. – С. 143–148.

Поступила в редакцию 17 апреля 2003 г.