

# НЕЙРОСЕТЕВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ

*Е.Ф. Лепинин, В.И. Ширяев*

Рассматривается нейросетевой алгоритм решения задачи фильтрации. Предлагается структура искусственной нейронной сети, реализующая алгоритм фильтрации, процедура обучения нейронной сети. Проводится сравнительная оценка алгоритмов фильтрации с использованием и без использования искусственных нейронных сетей.

Применение искусственных нейронных сетей (ИНС) находит в настоящее время все более широкое распространение в теории управления [2, 6, 8]. Одной из задач теории управления, где необходимо использовать параллельные вычисления, является задача фильтрации динамического процесса [1, 4].

Рассматривается динамический процесс, описываемый  $n$ -мерной линейной системой:

$$x_{k+1} = A_k x_k + \delta_k, \quad k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

Измерение сигнала имеет вид

$$z_{k+1} = H_k x_k + \eta_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где  $A_k$ ,  $H_k$  – матрицы  $m \times n$  считаются известными,  $x_k$  – вектор состояния,  $\delta_k$ ,  $\eta_k$  – гауссовский шум возмущений и наблюдений, соответственно. Известны характеристики:  $Mx_0 = \hat{x}_0$ ,  $V_{x_0} = P_0$ ,  $M\xi_0 = \bar{\xi}_0$ ,  $V_{\xi_k} = Q_k$ ,  $M\eta_k = \bar{\eta}_k$ ,  $V_{\eta_k} = R_k > 0$ .

Требуется найти оценку  $\hat{x}_k$  вектора  $x_k$  по совокупности измерений  $z_k(\cdot) = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ . Для дискретного фильтра Калмана [4] находим решение в виде оценки  $\bar{x}_{k+1}$  из системы уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{k+1} &= A_k \bar{x}_k + L_k (y_k - G A_k x_k); \\ L_k &= P_k G R^{-1}; \\ P_k &= M_k - M_k G^T (G M_k G^T + R)^{-1} G M_k; \\ M_k &= A_k P_{k-1} A_k^T + Q. \end{aligned}$$

Исходя из описанной выше оценки решение задачи фильтрации можно представить в виде последовательной многослойной нейронной сети. Оценка вектора  $\bar{x}_{k+1}$  удобно представить, как решение системы линейных уравнений вида  $Ax=b$ , где  $x$  – искомая величина оценки данного вектора ( $\bar{x}_{k+1}$ ), а  $b$  – правая часть уравнения фильтра Калмана. Тогда полный вид нейросетевого алгоритма представим, как и для решения системы уравнений [3], в следующем виде:

$$\begin{cases} x(0) = [0]; \\ y(k) = f(x(k) - b); \\ x(k+1) = y(k) - 2NA^T y(k), \end{cases}$$

где  $N$  – задаваемая погрешность,  $x(k)$  – вход нейрона на  $k$ -м шаге работы нейронной сети,  $x(k+1)$  – вход нейрона на  $k+1$ -м шаге,  $y(k)$  – выход нейрона,  $f$  – функция нелинейного преобразования.

Разбивая решение фильтра на несколько частей, строим отдельно слои ИНС, решающие системы уравнений и искомые матрицы  $L$ ,  $P$ ,  $M$ . Так для нахождения матрицы  $L$  нейросетевым методом следует решить следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = b_1; \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = b_2; \\ \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nn} = b_n, \end{cases}$$

где  $x_{11} \dots x_{nn}$  - элементы матрицы  $L$ , матрица  $A=E$ , а  $b_1 \dots b_n$  - элементы матрицы  $b$ , равной  $P_{k+1}G^TR^{-1}$ . Входным сигналом этой сети будет матрица  $L$  размером  $n \times n$ . Когда выходной сигнал будет отличаться от нулевого вектора меньше, чем на заданную точность, тогда входной сигнал будет являться решением данной системы. Окончательный вид нейронного слоя нахождения матрицы  $L$  представлен на рис. 1 и 2. Аналогично находим оценки вектора  $\bar{x}_{k+1}$ . В качестве элементов вектора  $b$  принимаются элементы выражения  $A_k \bar{x}_k + L_k(y_k - GA_k x_k)$ . Входным сигналом этого участка ИНС является вектора  $\bar{x}_{k+1}$  размером  $n \times n$ . Когда выходной сигнал будет отличаться от нулевого вектора меньше заданной погрешности, тогда входной сигнал будет являться решением данной системы. Продолжая рассуждения, получаем аналогичные слои НС для расчета матриц  $P$  и  $M$ . Общий вид фильтра Калмана представлен на рис. 3.

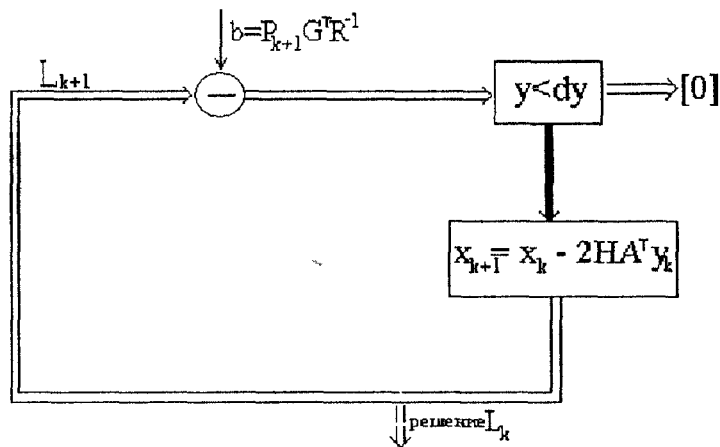


Рис. 1. Слой ИНС для расчета матрицы  $L$

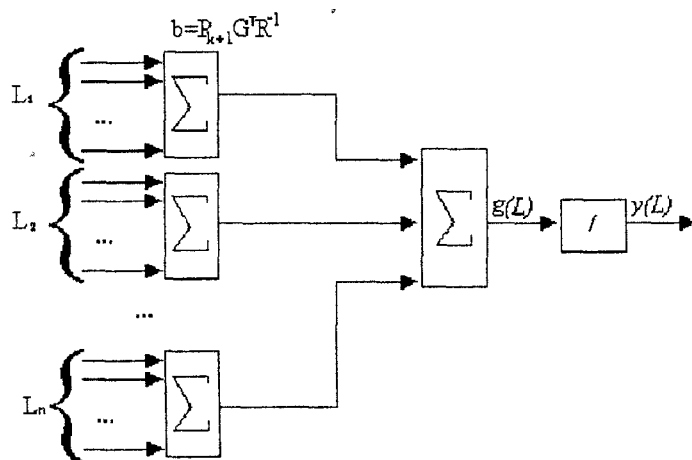


Рис. 2. Вид нейрона для расчета матрицы  $L$

В таблице приведены временные затраты на фильтрацию с помощью нейросетевого алгоритма и метода линейного программирования. Расчеты проводились на ПК с процессором Int Celeron 800.

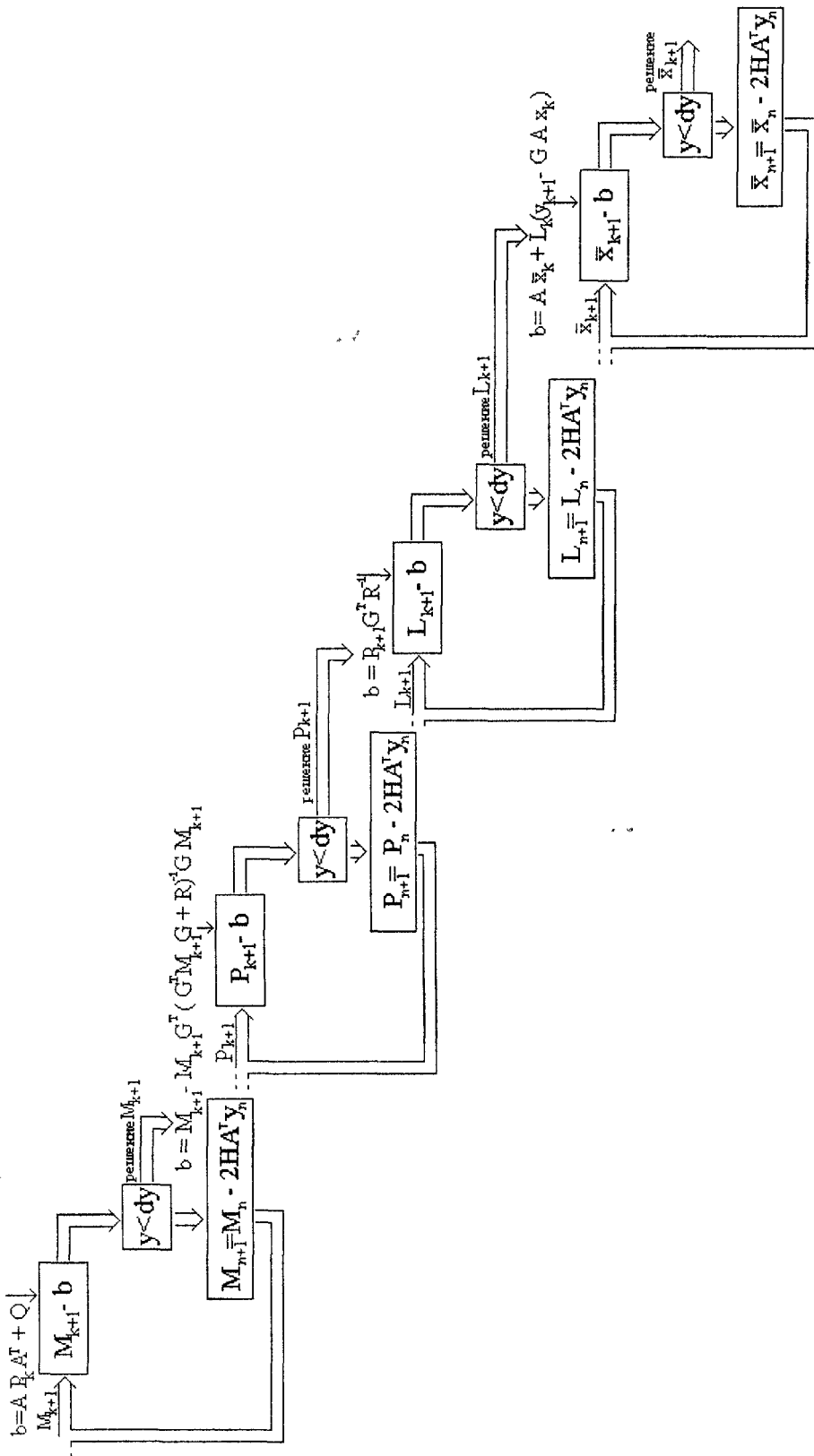


Рис. 3. Представление фильтра Калмана с помощью нейросетей

Временные затраты при решении задачи фильтрации

Размеры входной матрицы	СООТНОШЕНИЕ ВРЕМЕНИ		Время обучения НС
	Метод лин. программ.	Метод НС	
3×3	1	5	8,89
4×4	1	4,8	10,4
5×5	1	2,5	11,8
6×6	1	0,6	12,3
7×7	1	0,3	14,75
8×8	1	0,1	15,3

Сравнение результатов работы последовательно реализованного фильтра и нейросетевого показали превосходство последнего по скорости решения уже на задачах с размерностью входных матриц 6×6 и резкое увеличение этого разрыва (до 10 раз) с матрицами 8×8. Необходимо заметить, что в расчете решения задачи на ИНС не входит время, требуемое на обучение сети. Таким образом, решение задачи фильтрации на основе фильтра Калмана с использованием ИНС удастся представить как решение некоторого количества систем линейных уравнений [5, 7]. Очевидно, что так можно представить многогранники, описывающие информационное множество в задачах минимаксно-стохастической фильтрации.

**Литература**

1. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. – М.: Мир, 1988.–168 с.
2. Бурков М.В. Синтез нейронного регулятора // Изв. АН. ТиСУ.– 1999.– №3.– С. 140–145.
3. Галушкин А.И., Судариков В.А., Шабанов Е.В. Нейроматематика: методы решения задач на нейрокомпьютерах // Математическое моделирование. – Т.3.– № 8. – 1991. – С. 93–111.
4. Кац И.Я., Куржанский А.Б. Минимаксная многошаговая фильтрация в статистически неопределенных ситуациях // Автоматика и телемеханика. – 1978.– № 11. – С. 74–87.
5. Лепинин Е.Ф., Агафонов Е.О. Нейронные алгоритмы в задачах управления в условиях неопределенности // Научно-техническая конференция «Дни науки–98». Тез. докл. – Озерск: ОТИ МИФИ.– 1998.– С. 137–139.
6. Лепинин Е.Ф. Нейросетевой подход к решению задачи фильтрации // Тр. 31-й Региональной молодежной конф. «Проблемы теоретической и прикладной математики». Тез. докл. – Екатеринбург: УрО РАН.– 2000. – С. 115–116.
7. Сигеру О., Марзуки Х., Рубия Ю. Нейроуправление и его приложения. – М.: ИПРЖР, 2000. – 272 с.
8. Ширяев В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации// Изв. РАН. Техн. киберн.– 1994.– № 3.– С. 229–237.

*Поступила в редакцию 20 мая 2003 г.*