

# ВЕСТНИК

ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО №14 (69)  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА 2006

ISSN 1991-976X

СЕРИЯ

«КОМПЬЮТЕРНЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ, УПРАВЛЕНИЕ,  
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА»

Выпуск 4

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНТИ. Сведения о журнале ежегодно публикуются в международной справочной системе по периодическим и продолжающимся изданиям «Ulrich's Periodicals Directory».

#### Редакционная коллегия:

д.т.н., профессор **Казаринов Л.С.** (*отв. редактор*); д.т.н., профессор **Войтович Н.И.**;  
д.т.н., профессор **Логиновский О.В.**; д.т.н., профессор **Шестаков А.Л.**;  
д.т.н., профессор **Тележкин В.Ф.**; д.т.н., профессор **Карманов Ю.Т.**;  
д.т.н., профессор **Щипицын А.Г.**; д.т.н., профессор **Лысов А.Н.**;  
д.т.н., профессор **Кафтаников И.Л.**;  
**Фокин Л.А.** (*техн. редактор*)

## СОДЕРЖАНИЕ

О.В. ЛОГИНОВСКИЙ, А.А. МАКСИМОВ, А.С. КОЗЛОВ. Управление промышленным предприятием в современных условиях с использованием ERP-систем .....	3
О.В. ЛОГИНОВСКИЙ, А.А. МАКСИМОВ, А.С. КОЗЛОВ, А.С. ЗИНКЕВИЧ. Основные архитектурные и проектные решения отечественной ERP-системы «Агат» .....	10
А.С. ВОЛОСНИКОВ, А.Л. ШЕСТАКОВ. Нейросетевая динамическая модель измерительной системы с фильтрацией восстанавливаемого сигнала .....	16
М.А. ДЕВЯТОВ, В.Ф. ТЕЛЕЖКИН. Метод синтеза скользящих режимов на основе автоматизированного качественного анализа фазовых пространств .....	21
М.А. БЕРЕБИН, И.А. СКОРОБОГАТОВА, А.В. ЩЕГОЛЕВАТЫЙ. Применение методов распознавания образов и экспертных оценок для психологической диагностики нарушений психической адаптации (на модели астенических расстройств) .....	31

М.А. БЕРЕБИН, С.В. ПАШКОВ. Опыт применения искусственных нейронных сетей для целей дифференциальной диагностики и прогноза нарушений психической адаптации .....	41
А.М. АНОДИН, В.В. БОДРОВ, А.А. НОСЕНКО. Алгоритмическое, аппаратное и программное обеспечение системы управления стенда гидравлических испытаний .....	46
А.М. АНОДИН, В.В. БОДРОВ, М.Н. УСТЮГОВ. Математическая модель стенда гидравлических испытаний баллонов .....	49
В.В. БОДРОВ, Н.В. ПЛОТНИКОВА, М.Н. УСТЮГОВ, З.А. ФЕЛЬК. Автоматизированное построение математических моделей систем, заданных эквивалентными схемами .....	53
М.Г. ВАХИТОВ, Н.И. ВОЙТОВИЧ, А.Н. СОКОЛОВ, Н.Н. РЕПИН. Волноводно-полосковое турникетное соединение .....	59
Г.И. ВОЛОВИЧ, А.Л. НОВОСЕЛОВ. Компьютерный осциллограф .....	63
Д.Н. ВЯТЧЕННИКОВ, В.В. КОСОБУЦКИЙ, А.А. НОСЕНКО, Н.В. ПЛОТНИКОВА. Идентификация нелинейных динамических объектов во временной области.....	66
А.С. ДЕЕВА, А.Г. ЩИПИЦЫН. Моделирование погрешности определения навигационных параметров инерциальной навигационной системы .....	71
В.И. ДОЛБЕНКОВ. Оптимизация алгоритма адаптации в системе с моделью .....	75
Л.С. КАЗАРИНОВ, О.В. ПОПОВА. Подход к расчету сложных паровых сетей с учетом динамики аккумуляирования пара.....	78
Л.С. КАЗАРИНОВ, Д.А. ШНАЙДЕР, А.Р. ХАСАНОВ. Метод оценки текущего состояния контролируемого оборудования в задаче оперативного планирования ремонтно-профилактических работ.....	84
А.Ю. КАРМАНОВ. Оптимизация законов модуляции/демодуляции помех в задаче обеспечения неискажающего приема радиосигналов во время излучения помех .....	88
Н.В. КЛИНАЧЕВ, Н.В. КЛИНАЧЕВА. О способе формализации применения законов Ома и Кирхгофа до уровня программных алгоритмов.....	93
А.В. КОЗЛОВ, А.С. ПАНТИЛЕЕВ, В.Б. ФЕДОРОВ, Л.А. ФОКИН. Программное обеспечение стенда комплексного определения динамических параметров летательных аппаратов на этапе наземной отработки.....	97
К.В. КОРОВИН. Интеграция систем защиты и управления стрелового грузоподъемного крана.....	101
Г.А. ЛЕВИНА, А.А. ЛОГВИНОВА. К динамике намагниченного сферического ротора гироскопического интегратора линейных ускорений.....	105
Ю.А. ЛЕСКОВЕЦ, Д.П. ЛУКЪЯНОВ. К истории создания и совершенствования гироскопа.....	111
О.О. ПАВЛОВСКАЯ. Теория информационных целей и оценка человеческого фактора в управлении .....	122
В.И. ПАНФЕРОВ, Е.Ю. АНИСИМОВА, А.Н. НАГОРНАЯ. К теории математического моделирования теплового режима зданий.....	128
Н.В. ПЛОТНИКОВА, Н.С. КАЛИСТРАТОВА, О.Н. МАЛЯВКИН. Алгоритмы решения задачи идентификации .....	133
М.Н. УСТЮГОВ, М.А. ЩИПИЦЫНА. Калибровка акселерометра бесплатформенной инерциальной навигационной системы.....	140
Л.А. ФОКИН. Адаптивная калмановская фильтрация по принципу максимума правдоподобия ковариаций .....	144
Л.А. ФОКИН, А.Г. ЩИПИЦЫН. Методы пространства состояний в задаче синтеза слабо-связанной инерциально-спутниковой навигационной системы .....	148
И.В. ЧЕРНЕЦКАЯ, В.О. ЧЕРНЕЦКИЙ. Нечеткие регуляторы в системах автоматического регулирования .....	156
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ.....	160

# УПРАВЛЕНИЕ ПРОМЫШЛЕННЫМ ПРЕДПРИЯТИЕМ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ERP-СИСТЕМ

*О.В. Логиновский, А.А. Максимов, А.С. Козлов*

Цель работы – разработка современной методологии управления промышленным предприятием на основе совершенствования методов и технологий производственного менеджмента и создания комплексной автоматизированной информационной системы управления предприятием.

Работу по внедрению информационной системы необходимо начинать с исследования ключевых

имеющей целый ряд целей (социальных, экономических и др.) и процессов их достижения (рис. 1).

Следует выделять стратегический контур управления, во многом зависящий от личной концепции руководителя предприятия, включающий анализ внешней среды и внутренний стратегический анализ, управление рынком сбыта и обеспечение конкурентоспособности производимой про-

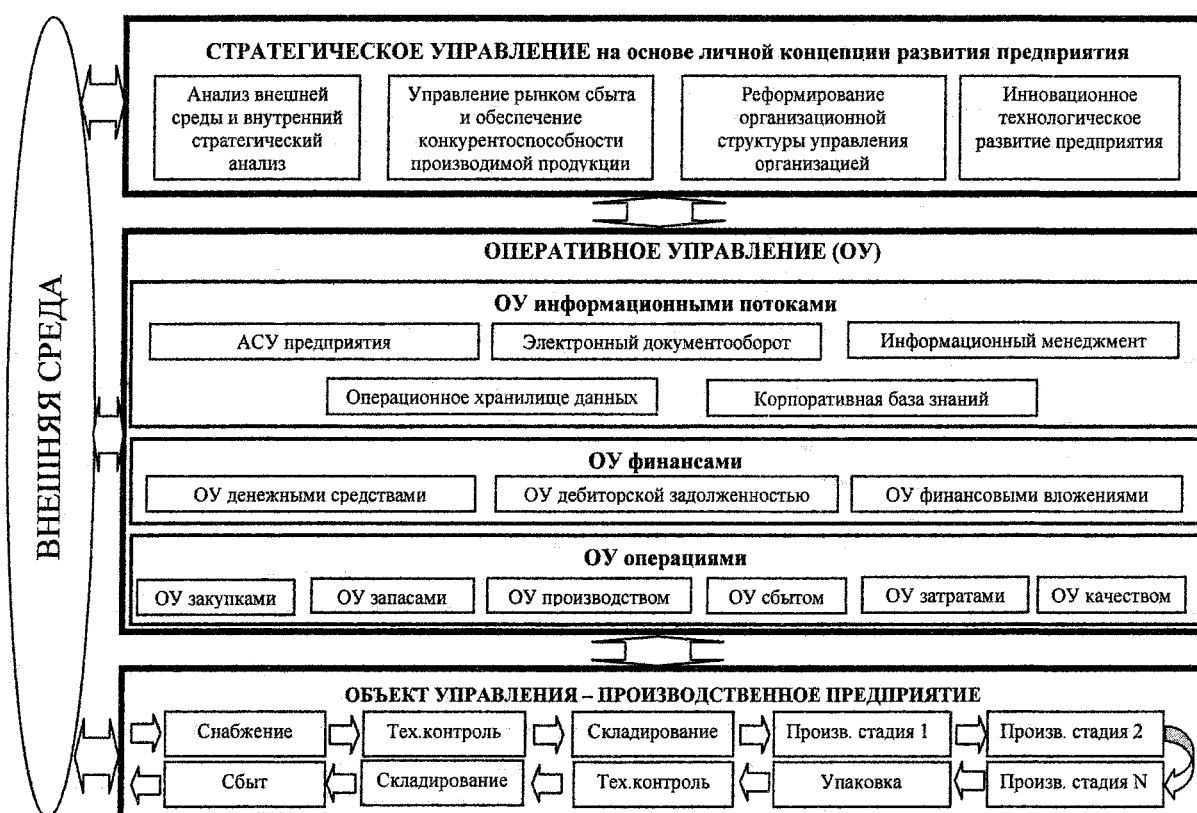


Рис. 1. Принципиальная обобщенная схема управления предприятием

бизнес-процессов, методов и технологий их управления. Главным является грамотно выстроенный процесс менеджмента на предприятии, а его автоматизация и поддержка информационными технологиями вторичны. Разработать комплексную методологию управления промышленным предприятием, позволяющую наиболее правильным образом решать вопросы, стоящие перед ним на современном этапе развития – одна из научных проблем, решенных в ходе нашей работы.

Процесс управления предприятием является крайне сложным, комплексным, поскольку сам объект управления является большой системой,

реформирование организационной структуры управления предприятием, инновационное технологическое развитие предприятия.

Другим является оперативный контур управления, в котором по-прежнему можно выделить оперативное управление операциями, оперативное управление финансами и оперативное управление информационными потоками.

Был проведен анализ наиболее известных подходов и популярных современных технологий управления предприятием. Множество предлагаемых подходов к организации управления промышленным предприятием, с одной стороны, показывают, что старые методы организации произ-

водства, когда главный показатель эффективности управления – снижение себестоимости продукции при выполнении и перевыполнении плановых показателей производства – достигался в основном за счет эффекта масштаба, массовости, уже неэффективны. В научных кругах сформировалось мнение что, начиная с 1990-х годов, начались коренные изменения подходов организации производства, связанные с тем, что закончилась эпоха массового производства, а началась новая эпоха, которые отдельные авторы называют эпохой «бережливого производства», другие «эпохой качества», третьи – эпохой «сбалансированного управления», четвертые – «бизнесом в стиле фанк» и т.д. Очевидно, такое количество определений новой эпохи говорит о том, что до сих пор не до конца выявлены все признаки и ключевые принципы новой методологии управления предприятием, поскольку разные авторы выделяют собственные, на их взгляд ключевые, факторы, методы, подходы к организации процессов производства и сбыта, а также формы управления ими. Все эти подходы небезынтересны, но в то же время на голову практических работников – руководителей, менеджеров – обрушилось большое количество концепций, методологий, методов, моделей современного менеджмента, таких как процессный подход, стандарты качества ISO 9000:2000, ISO 14000:96, реинжиниринг бизнес-процессов, сбалансированная система показателей, статистическое управление процессами, всеобщий менеджмент качества, бережливое (шадающее, синхронное) производство и мышление, «пять S», «Шесть сигм» и т.д. и т.п. Разобраться в таком множестве предложений, выделить из них то, что поможет конкретному предприятию перейти на качественно новый уровень развития весьма непросто. При этом следует учитывать российскую специфику, когда далеко не все поставщики готовы неукоснительно исполнять договорные обязательства, когда происходят захваты предприятий и передел собственности, когда вопросы взаимоотношений с налоговыми и другими государственными органами не являются прозрачными, а инфраструктура бизнеса (банковские, страховые услуги, торгово-промышленные палаты, аналитические маркетинговые агентства) еще только развивается. Все это не позволяет зарубежным консультантам с успехом внедрять те разработки, которые пусть и неплохо зарекомендовали себя в других странах.

Вряд ли можно представить себе абсолютно универсальную систему мер, придерживаясь которой руководитель предприятия всегда будет успешно решать задачу управления предприятием. Каждое предприятие уникально. Постоянно меняются и параметры рынков сбыта, сырья, труда. Однако существует ряд инструментов, в совокупности образующих новый подход к управлению предприятием, используя который, по мнению

авторов, руководитель может добиться более значительных успехов в деятельности компании.

На рис. 2 представлены те основные направления предлагаемого нового подхода к управлению предприятием, которые во взаимосвязи с существующими положениями традиционного взгляда (подхода) к анализу управленческой деятельности промышленным предприятием формируют, по сути, новую концепцию современного управления промышленным предприятием. Следует отметить, что использовать вышеуказанные положения необходимо в комплексе, исключив любое из них, можно не добиться желаемого управленческого эффекта. В рамках настоящей статьи, акцент сделан на последнем пункте концепции, связанном с использованием автоматизированных информационных систем на промышленном предприятии. Остальные пункты концепции детально раскрыты в [1].

### 1. Анализ автоматизированных систем управления на предприятии

В настоящее время на рынке программного обеспечения для крупных и средних промышленных предприятий доминируют ERP-системы. Они автоматизируют большинство функций управления и служат главным, если не единственным, достоверным источником информации на предприятии (например, о состоянии запасов на складах, объеме незавершенного производства и т.д.). Однако имеется ряд следующих сложностей, которые не всегда приводят к успеху в случае покупки подобных систем для предприятий:

- внедрение ERP-приложений занимает много времени;
- одно ERP-приложение в большинстве случаев не охватывает полностью все участки предприятия;
- имеющихся в транзакционных ERP-приложениях аналитических инструментов не достаточно для того, чтобы обрабатывать накапливаемую информацию;
- в сферу действия ERP-систем попадают лишь внутренние процессы предприятия.

Современная автоматизированная система управления служит основным инструментом поддержки принятия решений руководителями предприятий. Для этого в ней должны быть реализованы функции по своевременному сбору достоверной информации, а также средства последующего анализа этих данных. Транзакционные системы, как правило, проектируются как учетные системы, и поэтому содержат явно мало удобных инструментов для анализа накопленной в них информации. Аналитикам и руководителям предприятий при этом весьма трудно получить из них именно те данные, которые им нужны для анализа в интересующий момент времени. Стандартные, разработанные еще при внедрении системы, отчетные



формы предоставляют только основную информацию о хозяйственной деятельности предприятия. Между тем у аналитика в любой момент времени может возникнуть идея, информацию для подтверждения или опровержения которой из транзакционной системы он извлечь просто не сможет. Поэтому необходимо предоставить ему понятные и удобные механизмы извлечения информации из информационной системы. Такими инструментами

систем, каждая из которых реализована в виде стандартной коробочной или самостоятельно разработанной информационной подсистемы определенного вида (рис. 3).

Ее ядром является ERP-система, поскольку именно она реализует основные управленческие функции, такие как планирование, учет хозяйственных операций, оперативное управление производством и т.д. В нее передаются данные из кон-



**Рис. 2. Традиционный процесс управления и новые составляющие промышленного менеджмента**

на сегодняшний день являются концепции хранилищ данных, OLAP-приложений и средств интеллектуального анализа данных (Data Mining).

Развивая свои потребности в автоматизации, промышленные предприятия пришли к своему современному состоянию в этой области, когда на предприятии функционирует, как правило, несколько видов автоматизированных систем управления: ERP, SCM, CRM, OLAP системы, автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУТП), системы автоматизированного проектирования (САПР), системы хранения данных об изделиях (Product Data Management – PDM) и др. При этом функциональность основной бизнес-системы (как правило, ERP) зачастую не предусматривает необходимого взаимодействия с остальными типами систем. Архитектуру подобной информационной системы управления предприятием, можно представить как совокупность взаимодействующих друг с другом открытых под-

структурских и технологических САПР-систем, о ходе производства из систем АСУТП и АСУПП, а также из других, в основном учетных систем. Анализ информации в ERP-системе, должен осуществляться с применением таких технологий, как OLAP, или Data Mining. В связи со значительным ростом конкуренции на всех рынках, как сырья, так и сбыта готовой продукции сформировалась тенденция все больше внимания уделять внешним источникам информации (о поставщиках, клиентах, конкурентах и др.), поэтому в информационную систему предприятия включаются подсистемы управления взаимоотношениями с клиентами (CRM), логистическими цепочками (SCM) и др.

## **2. Формирование единой информационной системы управления предприятием**

Построить *единую* методологическую и компьютерную систему, использовать которую будут в равной степени и в финансовом отделе (бухгал-

терии), и в производстве, и в службе сбыта, и на складах – крайне непростая задача.

Круг конкретных задач, решаемых в результате создания единой комплексной информационной системы, включает:

- объединение в единое информационное пространство большого числа территориально удаленных друг от друга объектов и подразделений компании;
- высокоскоростную передачу по каналам связи любых видов информационных потоков;

- гибкая конфигурация рабочего места;
- централизованное администрирование и разграничение полномочий пользователей;
- полное соответствие нормативным и законодательным актам;
- ориентация на доступные технические и программные средства.

На рис. 4 показаны наиболее важные информационные потоки предприятия, которые можно в целом разделить на информационный поток, обслуживающие движение материального потока, и

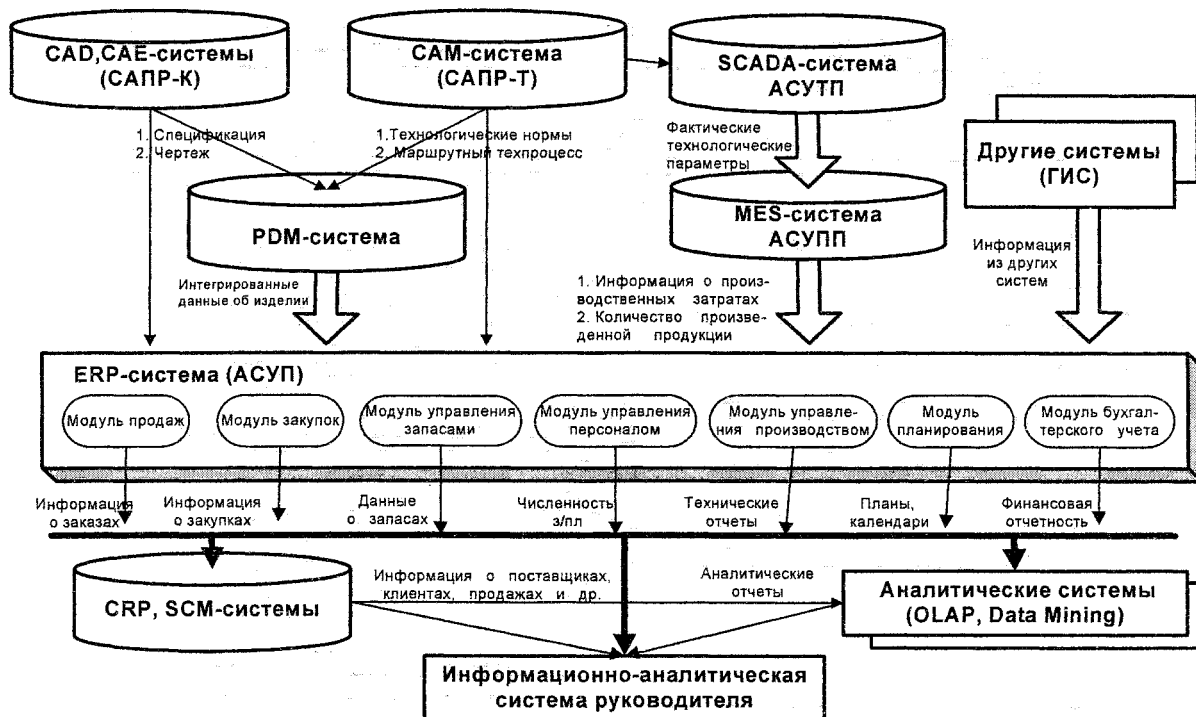


Рис. 3. Информационно-аналитическая система руководителя

- поддержку деятельности всех подразделений и объектов предприятия;
- автоматизацию всех технологических и бизнес-процессов компании, оперативный контроль и управление процессами производства, транспортировки и сбыта, взаиморасчетов с потребителями и поставщиками, управление персоналом и т.д.;

- мощные средства обработки и анализа получаемой информации, расчет плановой и фактической себестоимости продукции;
- обеспечение необходимого уровня безопасности и защиты информационных ресурсов предприятия.

Корпоративной информационной системе управления средней или крупной компании должны быть присущи следующие признаки:

- развитая функциональность;
- модульная архитектура;
- высокая производительность;
- достаточная настраиваемость в соответствии с требованиями заказчика;

на информационный поток, обслуживающий функции управления.

Кроме этого, построенная модель информационных потоков позволяет выделить логическую структуру модулей комплексной автоматизированной информационной системы предприятия. На взгляд авторов она должна включать следующие логически обособленные блоки:

1. *Планирование и бюджетирование* (план-прогноз производства и продаж, планирование потребностей в материалах, мощностях, распределении; финансовое планирование: синхронное планирование и оптимизация).

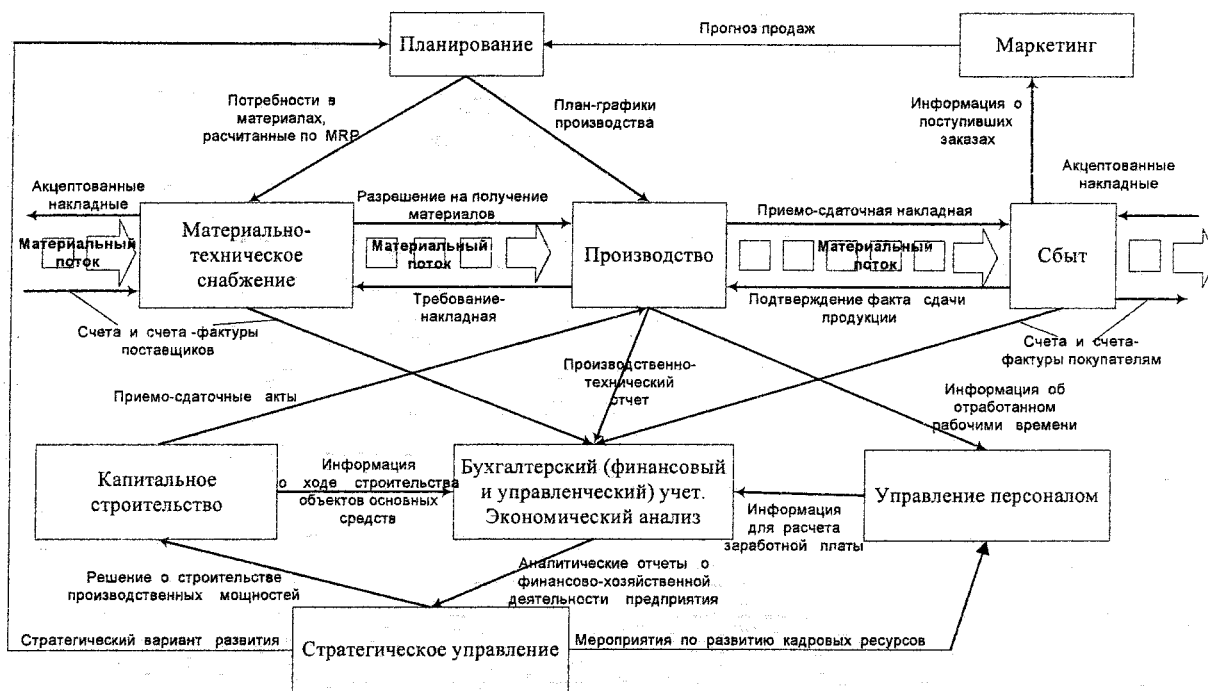
2. *Управление сбытом* (управление взаимоотношениями с клиентами CRM; ведение реестра договоров на поставку продукции; формирование приказов на отгрузку продукции; управление складом готовой продукции; учет расчетов с покупателями, таможенное декларирование, учет железнодорожных перевозок; учет лицевых счетов, учет расходов за услуги железной дороги и расчет тарифов; электронная коммерция; печать приказов

и страховых квитанций; формирование отчетности по отгрузке продукции; контроль ожидаемых зачетов и денежных средств в пути; ведение «кредитной линии» клиента).

3. *Управление закупками* (ведение реестра договоров на закупку сырья и материалов; складской учет сырья и материалов: оформление приходных

табельный учет; учет «горячего стажа»; подготовка отчетности для ПФР).

8. *Бухгалтерский учет* (главная книга и баланс; учет основных средств и капвложений: подготовка документации по поступлению, выбытию и перемещению основных средств, расчет амортизационных отчислений, формирование возрастной



**Рис. 4. Основные информационные потоки предприятия**

и расходных документов, оформление накладных на внутреннее перемещение, оформление товарно-транспортных накладных, учет малоценных и быстроизнашивающихся предметов, формирование данных для секторов расчетов с поставщиками и подрядчиками, формирование отчетности по движению ТМЦ; учет запланированных поступлений; учет расчетов с поставщиками, управление и оптимизация цепочек поставок).

4. *Управление производством* (диспетчирование производства; учет трудозатрат; ведение производственного журнала; контроль качества; учет незавершенного производства; расчет потребности в полуфабрикатах; планирование и управление инструментальными средствами).

5. *Конструкторские программы* (управление данными об изделии – PDM; системы автоматизированного проектирования; описание технологических процессов).

6. *Управление капитальным строительством* (управление проектами и программами; формирование сметы на строительство, реконструкцию и ремонт объектов основных средств; организация строительных работ; формирование документации на объект строительства).

7. *Управление персоналом* (нормирование трудозатрат; штатное расписание и кадровый учет;

структуры оборудования; учет финансовых средств и расчетов: взаимозачетные, вексельные операции, касса и банк; материальный учет запасов; учет производства и реализации; налоговый учет; учет расчетов по подотчетным суммам; расчет заработной платы, учет кредитов сотрудникам; прочие бухгалтерские операции; подготовка отчетности для ГНИ).

9. *Управление финансами и экономический анализ хозяйственной деятельности* (калькуляция плановой и фактической себестоимости продукции; формирование и анализ производственной себестоимости продукции по статьям затрат; анализ затрат на 1 рубль товарной продукции; сравнительный анализ плановой и фактической себестоимости; анализ дебиторской и кредиторской задолженности; экспортные и валютные операции; оценка текущей деятельности; анализ финансового состояния предприятия; формирование бюджетов и контроль их исполнения; анализ рентабельности).

10. *Маркетинг* (прогнозирование состояния рынка сбыта готовой продукции; планирование рекламных компаний; прогноз изменения рынков сырья и основных материалов).

11. *APM аналитика* (поддержка принятия решения DSS; стратегическое планирование; оперативный анализ OLAP; добыча знаний Knowledge discovery, Data Mining, Text Mining, Image Mining).

12. Подсистема электронного документооборота (контроль исполнения поручений; реестр служебных записок; управление нормативно-технической документацией; договора на поставку продукции; договора на материальное снабжение).

13. Службное администрирование и управление политикой безопасности (управление доступом: настройка полномочий пользователей, организация пользовательских групп, ограничение доступа к данным; поддержание логической и фи-

крупных программных комплексов. В частности, развитая ERP-система может иметь функциональный состав в большей части из вышеуказанных модулей. Идеальным для предприятия является вариант, когда все эти логические модули входят в состав единого программного комплекса на основе универсального хранилища данных, что позволяет различным отделам предприятия обмениваться информацией и взаимодействовать друг с другом. В результате интеграции всех подразделений

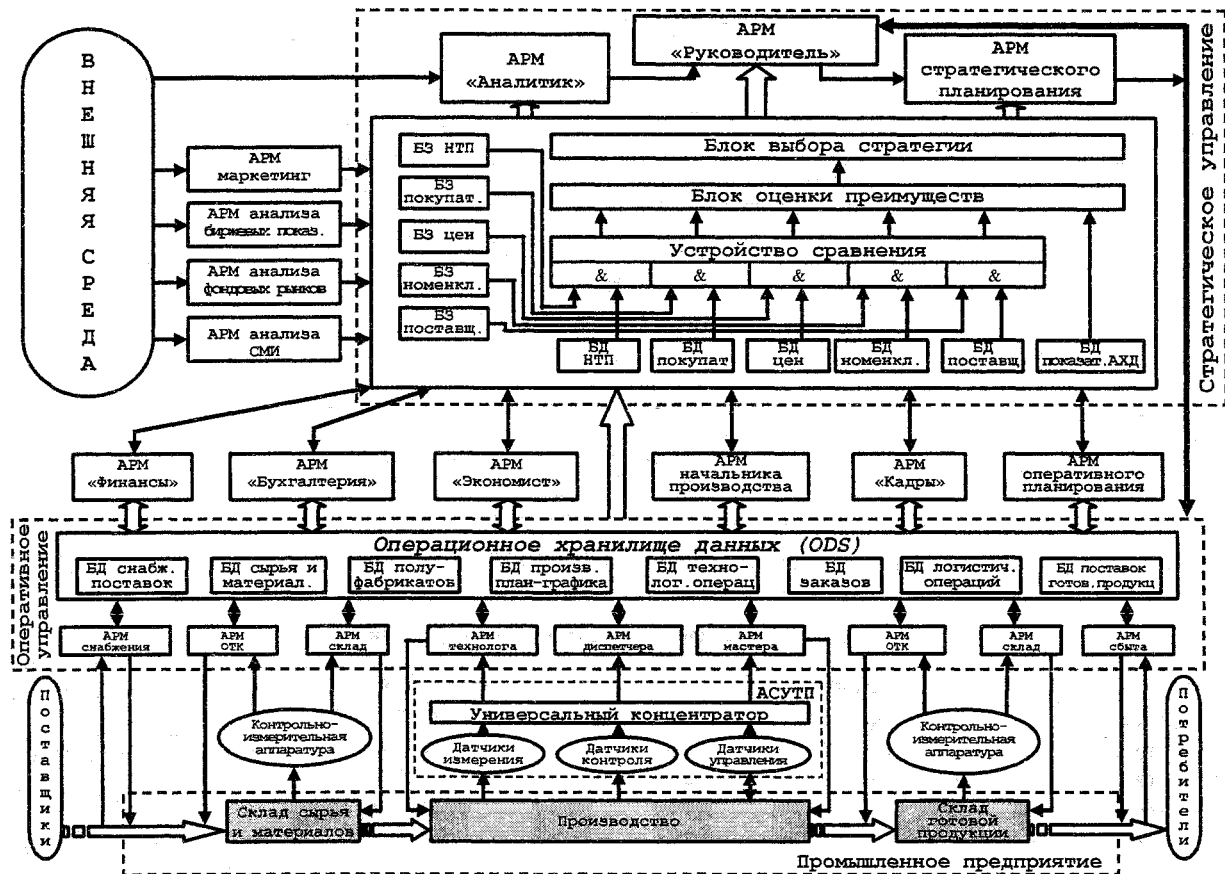


Рис. 5. Принципиальная информационно-управленческая модель промышленного предприятия

зической целостности данных системы; операционный мониторинг действий пользователей; статистический контроль активности пользователей; мониторинг системных ошибок; контроль возникновения, анализ причины и сохранение контекста ошибок разработчика; конфигурация параметров системы: настройка на «владельца системы», настройка на специфику учета и организации хозяйственной деятельности, настройка системных параметров системы, настройка размещения данных).

Вообще говоря, функциональные блоки для всех предприятий похожи, разными являются связи между этими блоками – именно эти связи делают предприятие уникальным, например, по типам производств: разработка на заказ, производство на заказ, сборка под заказ, производство на склад.

Логические модули, описанные выше, физически могут быть разработаны как отдельные программные комплексы, так и входить в состав более

предприятия в единой информационной системе достигается синергетический эффект, который проявляется в том, что каждый получает от системы существенно больше информации, чем вкладывает сам.

Главным условием является возможность интеграции указанных программ между собой как на уровне обмена данными, так и на более сложных уровнях межпрограммного взаимодействия. Для этого все программные комплексы должны быть открытыми, поддерживать современные технологии межпроцессного взаимодействия, такие как .Net, COM, CORBA и др.

Другим важным условием создания комплексной автоматизированной информационной системы является наличие хранилища данных, построенного на одной из современных СУБД, таких как Oracle, MSSQL, Informix и др. В это хранилище должна поступать информация из учетных

транзакционных систем. Пользоваться информацией хранилища должны аналитики и руководители как с помощью подсистем получения статических, регламентированных отчетов, так и с помощью современных, более гибких систем, построенных на технологиях многомерного анализа данных в реальном времени (OLAP), добычи знаний, нейронных сетей, экспертных систем или других технологий.

Модель автоматизации управления промышленным предприятием должна строиться на основе следующих основных положений:

1. Предприятие рассматривается с точки зрения преобразования поступающего в виде сырья и сопутствующих материалов ошествленого потока в готовую продукцию определенного ассортимента.

2. Управление предприятием разделяется на два контура: оперативного и стратегического управления, в основе которых лежат методы и технологии системного, ситуационного, количественного анализа в соответствии с личной управленческой концепцией руководителя, которая должна отражать его взгляды и планы по развитию предприятия.

3. Автоматизация управленческих функций (планирования, контроля, мотивации и др.) предприятия должна быть системной, обеспечивающей качественной, своевременной и полной информацией все основные этапы принятия решений.

4. Базой комплексной информационной системы предприятия должны служить взаимосвязанные между собой оперативное и основное хранилища данных.

На рис. 5 представлена принципиальная информационно-управленческая модель автоматизации управления промышленным предприятием.

В основании модели управления находится промышленное производство. Постоянно осуществляемые на предприятии процессы управления снабженческой, производственной, сбытовой деятельностью обслуживаются менеджерами низшего вена, к которым относятся мастера участков, технологи, ведущие специалисты отделов материально-технического снабжения, сбыта, кладовщики, контролеры.

Для автоматизации технологических процессов современных производств широко используются автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУТП), автоматически регулирующие все процедуры технологических процессов основного производства. Информация от этих систем поступает в АРМы технологов, мастеров, а также в диспетчерскую службу. Автоматизация касается также и стандартных операций ведения складского учета, где широко применяются такие устройства кон-

трольно-измерительной аппаратуры как электронные весы, сканеры штрих-кодов и прочие приборы. Информация от этих устройств автоматически поступает в транзакционные оперативные базы данных АРМ «Склад», АРМ отдела технического контроля (ОТК).

Кроме вышеперечисленных, важную роль на этом уровне играют АРМы снабжения и сбыта, которые автоматизируют процессы документооборота, связанные с регистрацией первичных документов поступления товарно-материальных ценностей на предприятие и отгрузку готовой продукции. Все АРМы образуют информационную подсистему оперативного управления деятельностью предприятия.

В предлагаемой модели существенным является то, что необходимая информация всех рабочих мест сохраняется в оперативном (операционном) хранилище данных. Состав этой информации определяет структуру оперативного хранилища данных.

Агрегированная, проверенная информация из хранилища данных, АРМов аналитиков, а также частично из оперативного хранилища данных поступает в АРМ «Руководитель». Именно он является ключевым инструментом управления предприятием, который должен функционировать, в виде современного портала, в котором видны как результаты текущей производственной деятельности, так и информация для принятия оперативных и долгосрочных управленческих решений.

В качестве инструментов реализации подобного портала могут использоваться средства поддержки принятия решений, представляющие собой оболочки специализированных экспертных систем, которые дают аналитикам возможность определять отношения и взаимосвязи в базах структурированной информации предприятия, а также моделировать возможные результаты принятия решений.

Предлагаемая модель реализует законченный контур управления промышленным предприятием. Она обеспечивает разработку и поддержку планов-графиков, на основании которых ведется оперативное управление реальным производственным процессом.

Все вышеуказанные теоретические положения нашли свое воплощение в разработанной отечественной ERP-системе «Агат», на которую уже получено свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ, и которая используется на ОАО «Кузнецкие ферросплавы».

#### *Литература*

1. Логиновский О.В., Максимов А.А. *Управление промышленным предприятием: Научное издание.* – М.: Машиностроение, 2006. – 576 с.

## ОСНОВНЫЕ АРХИТЕКТУРНЫЕ И ПРОЕКТНЫЕ РЕШЕНИЯ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ERP-СИСТЕМЫ «АГАТ»

*О.В. Логиновский, А.А. Максимов, А.С. Козлов, А.С. Зинкевич*

Разработке собственной ERP-системы предшествовало обследование информационных систем, имеющихся в основных структурных подразделениях завода ОАО «Кузнецкие ферросплавы». На основании проведенного анализа была определена степень готовности предприятия к внедрению комплексной автоматизированной информационной системы и выявлены следующие основные недостатки действовавшей автоматизированной системы управления предприятием (АСУ).

1. *Отсутствие единого информационного поля.* Имеющиеся на заводе элементы АСУ были разрознены («лоскутная» автоматизация), информация многократно вводилась в локальные базы данных, дублировалась. Это приводило к несоответствию данных об одних и тех же производственных и коммерческих показателях, поступающих руководству от разных подразделений (например, данные о расходе сырья, поступающие от ОМТС не сходились с данными техотдела, полученными из цехов и т.п.). Практически все локальные программные модули (особенно в инженерно-технических подразделениях) были написаны сотрудниками самих подразделений в целях автоматизации их личного труда (автоматизированное заполнение отчетных форм) и не имели интерфейсов взаимодействия друг с другом.

2. *Отсутствие телекоммуникационной основы.* Обеспеченность компьютерами и периферийными устройствами признавалась удовлетворительной. Однако состояние телекоммуникаций на заводе было крайне неудовлетворительным, самыми главными недостаткам являлись (в порядке убывания приоритета):

- устаревшие (коаксиал) локальные вычислительные сети (ЛВС) в зданиях заводоуправления, отдела кадров, следствием чего была низкая степень надежности и недостаточная пропускная способность;

- отсутствовали связи между основной серверной площадкой и цехами № 1, 3, 4, 5, а также зданием службы контроля качества и химико-аналитической лаборатории;

- отсутствовала ЛВС в здании службы контроля качества и химико-аналитической лаборатории;

- устаревшие ЛВС для АСУТП в цехах № 1,2,3.

3. *Неадаптируемость системы.* В связи с формированием Урало-Сибирской горно-металлургической компании (УСГМК) и созданием центрального органа управления изменились требования к форме представления показателей работы

завода в целях унификации отчетности от всех предприятий корпорации. При внедрении системы бюджетирования на предприятии выросла доля финансовых, стоимостных показателей и уменьшилось количество показателей в натуральном выражении, изменился и период их представления, что привело к необходимости вносить коррективы, иногда достаточно существенные, практически во все локальные информационные системы подразделений. В условиях отсутствия централизованной АСУ это вызвало множество хаотичных процессов и занимало значительное время.

4. *Несоответствие международным стандартам.* Предприятие «Кузнецкие ферросплавы» является одним из мировых лидеров в технологии энергосбережения при производстве ферросилиция. Неплохие результаты демонстрируются и в других сферах производственной и коммерческой деятельности. В то же время отсутствие комплексной АСУ являлось одним из серьезных препятствий для получения международного сертификата качества ISO 9000:2000, который может значительно повысить рейтинг, следовательно, и капитализацию предприятия.

Положительные аспекты состояния информатизации предприятия.

1. *Квалифицированный кадровый состав.* Практически во всех подразделениях были работники, имеющие навыки работы на компьютерах, руководители подразделений в общем готовы к внедрению современных информационных технологий и представляют себе место и роль информационных систем применительно к работе своего подразделения.

2. *Развитое АСУТП.* Система АСУТП, введенная в действие на печах № 2, 5, 6, 7, 11, 14 (полностью), 12, 13 (только электрический режим) позволяла получить точные данные об общем и удельном расходе сырья и электроэнергии. Данные автоматизированной системы контроля и учета электроэнергии (АСКУЭ) – учет потребления в часы пик, установленной на подстанциях № 1, 2 необходимо более эффективно использовать при планировании показателей максимального расхода электроэнергии. Информация с весов (приход сырья и отгрузка готовой продукции) должна также автоматически поступать в систему АСУ.

Использование всей вышеперечисленной информации в комплексной АСУ позволяет осуществлять более точный учет основных производственных процессов, повышать качество планирования, управления запасами, а также определять места возникновения неоправданных затрат.

**Основные архитектурные и проектные решения отечественной ERP-системы «Агат»**

Таким образом, было выявлено, что внедрение комплексной АСУ на предприятии является крайне актуальной задачей. Важнейшие задачи предприятия, нуждающиеся в автоматизации, приведены в табл. 1.

В настоящее время телекоммуникационная система на ОАО «Кузнецкие ферросплавы» значительно улучшена:

плексной автоматизированной системы управления предприятием.

Отделом АСУ предприятия был проведен детальный анализ ERP-систем, предлагаемых на отечественном рынке. Рассматривались различные варианты: начиная от отечественной 1С (платформа 8.0) до известных западных систем, таких как Scala, Ахарта, SAP R/3, Frontstep [1, 2]. Многие из

Таблица 1

Перечень автоматизируемых подсистем на ОАО «Кузнецкие ферросплавы»

№	Наименование подсистем	Основные задействованные подразделения	Задействованные элементы телекоммуникационной системы
1	Учет поступления, хранения и перемещения товарно-материальных ценностей (ТМЦ) и расчетов с поставщиками	ОМТС, финансовый отдел, бухгалтерия, служба контроля качества, экономисты цехов, главные специалисты, отдел капстроительства, ЖДЦ, коммерческий отдел	ЛВС заводоуправления. ЛВС службы контроля качества. ЛВС инженерного корпуса. Связь с цехами. Связь с весами железнодорожного цеха. Связь с центральным складом
2	Автоматизация работы бухгалтерии и финансового отдела по составлению бухгалтерской и налоговой отчетности	Бухгалтерия, финансовый отдел	ЛВС заводоуправления
3	Учет основного производства.	Экономисты цехов, служба контроля качества, отдел гл. экономиста, производственный отдел, бухгалтерия, тех-отдел, ОМТС	ЛВС заводоуправления. ЛВС службы контроля качества. Связь с цехами. ЛВС инженерного корпуса
4	Учет реализации и отгрузки готовой продукции	Коммерческий отдел, служба контроля качества, финансовый отдел, бухгалтерия, производственный отдел	ЛВС заводоуправления. ЛВС службы контроля качества. Связь с весами ЖДЦ
5	Процесс планирования и бюджетирования	Отдел капстроительства, производственный отдел, коммерческий отдел, экономисты цехов, ОМТС, бухгалтерия	ЛВС заводоуправления. ЛВС инженерного корпуса. Связь с цехами
6	Учет кадров и расчет заработной платы (вместе с автоматизацией учета реализации столовой и системы пропусков)	Бюро организации труда, отдел кадров, бухгалтерия, бюро пропусков	ЛВС отдела кадров. ЛВС заводоуправления. Связь с проходной
7	Автоматизация канцелярии, контроля исполнительской дисциплины и внедрение электронного документооборота	Канцелярия, приемные	ЛВС заводоуправления. ЛВС инженерного корпуса

- проложены оптоволоконные линии до зданий заводоуправления, службы персонала, основных цехов (СОМТС, Цеха № 1, 3, 5, КИПиА), НТЦ, инженерного корпуса;

- установлено активное оборудование: маршрутизаторы 3-го уровня Cisco Catalyst 3750, а также коммутаторы Cisco Catalyst 2950;

- модернизирована (проложены кабели пятой категории, установлено активное оборудование) локальная вычислительная сеть в зданиях заводоуправления, службы персонала;

- приобретены сервера приложений и файл-сервера (AquaRius).

В целом состояние телекоммуникационной системы позволило приступить к внедрению ком-

указанных систем имеют вполне развитый набор модулей, позволяющих автоматизировать определенные бизнес-процессы предприятия ОАО «Кузнецкие ферросплавы». Предпочтение можно было бы отдать системе Ахарта, однако высокая стоимость внедрения системы, а также недостаточное количество местных подготовленных кадров для ее обслуживания и другие недостатки заставили руководство пойти по пути создания собственной ERP-системы.

Основная цель технического проекта была сформулирована как максимально полная реализация потенциала применения вычислительной техники в управлении предприятием на основе собственной комплексной ERP-системы.



В табл. 2 представлены ключевые принципы, которые формируют рамки и подходы к созданию ERP-системы.

Кроме того, были определены следующие критерии разработки программной системы [2]:

- конкурентоспособность на мировом рынке систем комплексной автоматизации по технологическим, функциональным и эксплуатационным параметрам;
- масштабируемость до нескольких тысяч пользователей в распределенной системе;

собою моделирования. Поэтому обычно практически используется ряд технологий, предназначенных для описания моделей бизнес-процессов, а также логической структуры таблиц СУБД, например SADT-методология, IDEF, DFD и т.п. Однако эти технологии позволяют создавать модели бизнес-процессов, но не получать работающий программный продукт.

В рамках разработки концепции ERP-системы создана модель описания промышленно-экономических систем с использованием четырех базовых

Принципы создания ERP-системы

Таблица 2

ERP-система <u>НЕ</u> является:	ERP-система является:
Системой, созданной для учета	Системой поддержки исполнения управленческих процессов, (в том числе учетных)
Системой учета документов	Системой работы с <u>информацией</u> , (в том числе документальной)
Системой с функционалом ограниченным отдельными задачами	Системой обеспечивающей качественный скелет для <u>наращивания</u> функциональности
Системой, сложность которой связана с разнообразием и бессистемностью решений отдельных задач и их связей	Системой, сложность которой семантически обусловлена сложностью <u>предметной области</u>

- возможность эффективной эксплуатации на предприятиях разного масштаба: от средних до крупных;
- минимальные требования к аппаратной платформе;
- минимизация TCO (Total Cost Ownership);
- обеспечение работы удаленных пользователей по глобальным каналам;
- возможность обмена заданной частью информации между разными инсталляциями системы, с соблюдением всех видов безопасности.

На рис. 1 представлена архитектура создаваемой ERP-системы «Агат».

### 1. Концептуальная модель понятий предметной области (инфологическая модель)

В основе созданной ERP «Агат» лежит идея семантически качественного отражения предметной области, какой в данном случае является вся хозяйственная система предприятия (группы предприятий). Архитектуре системы прямо соответствует объектный подход к моделированию. Это выражается в первоначальном моделировании наиболее общих понятий в их правильных отношениях и наращивании прикладной специфики в производных сущностях на этой общей для всей системы основе.

Это значит, что при разработке АСУ предприятия необходимо создать модель системы (в частности, модель процессов предприятия) для ее последующей реализации в виде программных комплексов. Описывать такие системы сразу в виде связанных между собой таблиц для крупных систем является трудоемким и неэффективным спо-

способом моделирования. Поэтому обычно практически используется ряд технологий, предназначенных для описания моделей бизнес-процессов, а также логической структуры таблиц СУБД, например SADT-методология, IDEF, DFD и т.п. Однако эти технологии позволяют создавать модели бизнес-процессов, но не получать работающий программный продукт.

1. *Объекты* – элементы, составляющие содержание системы. Объект может рассматриваться как сущность, которая имеет определенное состояние. Объекты могут иметь сложную структуру, образуя связи с разной топологией (иерархия, сеть) и степенью связанности (ассоциация, композиция, агрегация). Объекты могут быть материальными (машина, станок, партия кварцита) и нематериальными (износ, запас, прибыль, затраты). Поскольку система ориентирована на создание в числе прочих и учетных систем, то, как правило, объекты имеют количественное стоимостное измерение. Объекты могут находиться в каких-либо отношениях с другими объектами, что реализуется через типизированные связи объектов. В системе ведется реестр всех объектов.

2. *Операция* – действие, которое вносит изменение в состояние системы (создает, изменяет или удаляет один, либо нескольких объектов и/или их отношений). При этом соблюдаются базовые правила учета, такие как балансовая модель, двойная запись и т.п., например, операция «Оприходованы ТМЦ на склад». С операцией могут быть связаны несколько бухгалтерских проводок, в частности в указанном примере проводка, отражающая увеличение товарно-материальных ценностей и возникновение задолженности перед поставщи-



ком, и проводка, связанная с учетом НДС к возмещению. Любая операция в системе имеет 4 стадии: 0 стадия – подготовительная, при этом операция уже существует в системе, но не отражается ни в оперативных, ни в бухгалтерских итогах; 1 стадия – операция совершена, но не проведена; она отражается в оперативных, но не в бухгалтерских итогах; 2 стадия – операция проведена; Она отражается и в оперативных, и в бухгалтерских итогах; 3 стадия – операция закрыта, что связано с закрытием периода в бухгалтерии; она не может редактироваться и удаляться.

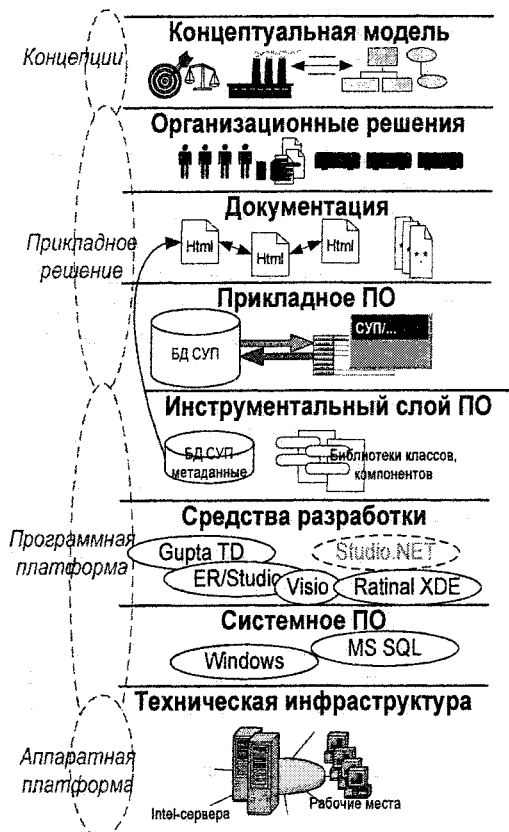


Рис. 1. Основные слои архитектуры ERP-системы «Агат»

3. *Цель* – представление о желаемом будущем состоянии системы, задающее измеримые показатели этого состояния, подлежащие достижению и контролю.

4. *Процесс* – сущность, планирующая, проектирующая, организующая выполнение операций или других процессов в интересах достижения цели. Данное определение соответствует понятию процесса в методологии BPMI (Business Process Management Initiative), WFMC (Workflow Management Coalition), то есть сохраняется задача соответствия процесса стандартам (во внешнем представлении) как набора операций, у которых определено начало, конец и результат. Как правило, с процессом связан некий документ, но может быть и недокументированный процесс. Например, процессом является «Оформление приходного складского ордера», которое может включать в себя

несколько операций: «Учет счет-фактуры в отделе ОМТС», «Оприходованы ТМЦ на склад» и т.д.

В АСУ также описаны специальные сущности, посредством которых осуществляется администрирование доступа к информации и компонентам системы. Для этого выделены следующие понятия.

1. *Ресурс* – это любой элемент системы, на доступ к которому можно назначить права (чтение, изменение, удаление и др.). Такими элементами системы являются объекты, операции, процессы, а также компоненты, описываемые в программном коде, такие как экранные формы просмотра редактирования.

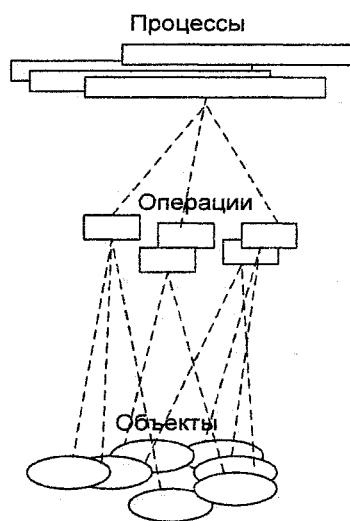


Рис. 2. Концептуальная модель предметной области

2. *Пользователь* идентифицируется по имени пользователя и паролю, ему назначаются права на ресурсы системы.

3. *Группа* – это объединение пользователей, созданное с целью одновременного управления правами доступа к ресурсам сразу всей группой. Пользователь может входить в разные группы. При вычислении эффективных прав пользователя права групп, в которые они входят, складываются.

Кроме того, используются такие важные понятия, описывающие внутренние структуры и внешнюю среду открытой экономической системы предприятия, как:

- *агенты* – сущности, которые, не будучи объектами (в данной классификации) системы, способны производить в ней изменения;
- *центры учета* – универсальное понятие, позволяющее задавать комплексные либо плохо формализуемые таксономии над множеством объектов.

Важно отметить, что эти понятия, имея специфические расширения для частных случаев в разных прикладных задачах, формируют реализованные единые базовые части, образующие единый универсальный скелет для всех прикладных подсистем.

Надо отметить, что похожие понятия используются и в других ERP-системах, таких как в Baan, Scala, Ахартa, 1С и пр. Однако система в целом и ее реализация являются уникальной оригинальной авторской разработкой, которая практически внедрена в ОАО «Кузнецкие ферросплавы». Успешное практическое использование указанной ERP-системы указывает на эффективность предложенной концепции понятий. Реализация вышеописанных концепций в рамках АСУ завода позволила более эффективно осуществлять моделирование производственно-экономической системы предприятия. Знание вышеописанной концепции и навыков работы в созданной инструментальной среде АСУ дало возможность разработчикам достаточно быстро моделировать экономические и производственные бизнес-процессы предприятия.

## 2. Архитектура системы (информационная и функциональная модель)

Функционал системы, воспроизводя типовые бизнес-процессы организации, группируется вокруг наиболее высокоуровневых из них, условно определяемых как *подсистемы*. При этом функционал, представляемый отдельным пользователям, может широко варьировать в соответствии с их участием в фактической схеме бизнес-процессов, в данный момент работающей в организации. Для управления работой в системе большого числа пользователей применяется привязка ресурсов системы к достаточно высокоуровневым бизнес-процессам (которые сами также являются ресурсами). Пользователи же, в свою очередь, связываются с бизнес-процессами через привязку к позициям оргструктуры, вплоть до штатного расписания, которые, в свою очередь, связаны с бизнес-процессами. Таким образом, права пользователей определяются естественным образом, то есть функциональной их ролью в бизнес-системе организации. Отдельных, ни с чем не связанных «групп» прав в АСУ нет, но сохранена возможность индивидуальной привязки пользователей к ресурсам системы. В отдельных случаях формируются достаточно локальные схемы доступа к функционалу системы, если это диктуется соображениями защищенности этих функций и информации.

Следует отметить, что большинство номинально одинаковых функций в разных подсистемах реально имеют в основе одну фактическую реализацию структуры данных и функций работы с ними, что делает систему принципиально более организованной и простой в модификациях.

В настоящий момент на базе реализованного в ERP «Агат» функционала созданы следующие основные подсистемы.

1. Управление закупками.
2. Управление транспортировкой.
3. Управление запасами.
4. Управление производством.

5. Управление основными средствами (ОС) и нематериальными активами (НМА).
6. Управление сбытом.
7. Управление финансами.
8. Управление персоналом.
9. Планирование и бюджетирование.
10. Бухгалтерский учет.
11. Анализ.
12. Поддержка принятия решений.
13. Электронная система управления документами.
14. Средства системного администрирования.

## 3. Описание основных проектных решений (выбор СУБД, средств разработки, технологических решений)

1. *Системное ПО.* «Агат» функционирует, опираясь на СУБД MS SQL Server, в свою очередь работающий на ОС Windows. Использование данной СУБД оправдано ее более чем достаточными для ERP «Агат» возможностями, простотой эксплуатации, и наилучшими экономическими параметрами. База данных «Агат» эксплуатируется в распределенном режиме с репликацией данных, с одним «пишущим», и произвольным количеством «читающих» и отчетных серверов, чем обеспечена практически неограниченная масштабируемость «Агат». Использование другой СУБД возможно, так как приложения «Агат» в основном используют стандартный SQL, специфический для сервера синтаксис использован редко. Но перенос БД «Агат» на другой сервер представляется экономически нецелесообразным.

2. *Средства разработки.* Для высокоуровневого проектирования, и подготовки изобразительной части документации, используется Visio (Microsoft), в частности его средства работы с UML-диаграммами используются для проектирования и документирования программного обеспечения. Планируется переход на Rational XDE. Для разработки документации используется Dreamweaver (Macromedia), либо другой html-редактор. Для проектирования и документирования базы данных используется ER/Studio (Embarcadero). Для разработки собственно программного обеспечения «Агат» используется VS.NET (C#) и Windows .Net Framework.

3. *Инструментальный слой* представлен:

- библиотеками, расширяющими функциональность базового средства разработки. При этом эффективно используются стиль и средства ООП;
- хранящейся в основной базе данных «Агат» метаинформацией о классах используемых в «Агат» сущностей, и интерпретатора данной информации в программах «Агат». Последнее дает значительные возможности по подстройке на ходу функциональности: управлению правами, контролю за логикой вводимых данных, позволяет иметь списки формы и фильтры по умолчанию. Кроме того, этот слой делает систему менее зависимой от

средства разработки – достаточно написать соответствующий интерпретатор.

#### *4. Технологические решения.*

4.1. Прикладная часть системы не зависит от выбранной СУБД. При этом возможность оптимального использования особенностей любой СУБД сохранена и состоит в написании соответствующего программного компонента – провайдера СУБД, либо другому хранилищу данных, место которого хорошо структурировано в слое хранения данных. В настоящее время реализованы провайдеры для MS SQL Server и XML. Первый – как предпочтительный выбор по комплексу технико-экономических свойств для предприятия средних масштабов. Второй – главным образом, как вариант для межсистемного обмена данными.

4.2. В случае применения MS SQL Server, либо другой СУБД, имеющей возможности репликации или другой подобной технологии, предусмотрена (и рекомендована) работа базы данных системы на нескольких серверах:

- первичном (одном), воспринимающим модификации данных и реплицирующим их на вторичные сервера (рекомендована транзакционная однонаправленная репликация с настроенным минимальным временем задержки). С первичного сервера чтение данных производится ограничено, единичными запросами, обычно внутри транзакции;
- нескольких вторичных, выполняющих запросы на выборку данных при обслуживании текущей работы пользователей;
- нескольких вторичных, служащих для более сложной аналитической обработки данных и получения отчетов.

При современном уровне развития техники роль вторичных серверов могут выполнять достаточно мощные, но стандартной архитектуры ПК. Такая конфигурация создает возможность масштабирования мощности системы минимальными средствами. Обеспечиваются высокие уровни сохранности данных и готовности системы благодаря наличию нескольких копий базы на разных физических компьютерах (по возможности удаленных друг от друга на значительное расстояние) в готовом к использованию состоянии. Особый сценарий реагирования предусмотрен только на случай отказа первичного сервера.

4.3. Реализуется два варианта архитектуры. Как основной вариант в локальной инсталляции предпочтительной остается архитектура клиент – сервер БД. Для обеспечения работы удаленных пользователей предлагается приложение, «расщепленное» по транспортному слою – с установкой компонента взаимодействия с БД и обработки «первичных» коллекций данных на сервере приложений, и подключением к нему «утонченных» (до слоя сборки объектов и реализации прикладной логики) клиентов. Вариант представляется наиболее технологичным и по объемам удаленной передачи данных, и по кэшированию «в коллективных интересах» данных на сервере, и по минимизации нагрузки на сервер БД и приложений, и по минимальным различиям с «локальным» вариантом.

#### **4. Системные требования**

##### **к аппаратно-программному обеспечению**

Клиентское рабочее место должно иметь следующую минимальную конфигурацию: персональный компьютер от PIII-500, 96 Mb RAM, Windows 98 + .Net Framework. Рекомендованная конфигурация от PIV-1600, 256 Mb RAM, Windows XP или старше.

Конфигурация сервера зависит от числа клиентов. Ориентировочно на 300 рабочих мест может быть использована младшая модель Intel-based сервера, 2 CPU 3 GHz,  $\geq 4$  Gb RAM. Дополнительно рекомендуется использовать 2–3 (либо более) ПК стандартной архитектуры с процессорами PIV 3 GHz с технологией Hyper Threading и 2 Gb (и более) RAM в качестве вторичных серверов отчетов. Такое решение рекомендовано даже для достаточно крупных предприятий, с числом пользователей системы более 1000, и гарантирует системе минимальную стоимость аппаратных ресурсов. Операционная система – Windows 2000 Advanced Server и старше. Рекомендованная СУБД – MS SQL Server 2000 Enterprise Edition и старше.

#### *Литература*

1. Питеркин С.В. и др. *Точно вовремя для России. Практика внедрения ERP-систем.* – М.: Альпина Паблшер, 2003. – 368 с.
2. Логиновский О.В., Максимов А.А. *Управление промышленным предприятием: Научное издание.* – М.: Машиностроение, 2006. – 576 с.

# НЕЙРОСЕТЕВАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ФИЛЬТРАЦИЕЙ ВОССТАНАВЛИВАЕМОГО СИГНАЛА

*А.С. Волосников, А.Л. Шестаков*

Нейронные сети наряду с экспертными адаптивными регуляторами и системами с ассоциативной памятью, составляют основу интеллектуальных технологий управления и обработки информации [1]. В связи с этим разработка динамических моделей измерительных систем на базе нейронных сетей и алгоритмов обработки данных динамических измерений с использованием нейросетевых технологий является одним из перспективных направлений развития процесса интеллектуализации современной измерительной техники. Успешное решение данной задачи значительно улучшит метрологические характеристики и эффективность существующих первичных измерительных преобразователей без значительных материальных затрат за счет глубокой математической обработки результатов измерений.

## 1. Нейросетевая инверсная модель первичного измерительного преобразователя

Пусть первичный измерительный преобразователь (датчик) описывается следующей линейной передаточной функцией (ПФ):

$$W_s(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = K_0 \frac{\prod_{i=1}^{m_1} (T_{2i}^2 p^2 + 2\xi_{2i} T_{2i} p + 1) \prod_{i=m_1+1}^{m_2} (T_{2i} p + 1)}{\prod_{j=1}^{n_1} (T_{1j}^2 p^2 + 2\xi_{1j} T_{1j} p + 1) \prod_{j=n_1+1}^{n_2} (T_{1j} p + 1)}, \quad (1)$$

где  $U(p)$ ,  $Y(p)$  – изображения по Лапласу входного и выходного сигналов датчика;  $T_{1j}$ ,  $T_{2i}$  – постоянные времени датчика;  $\xi_{1j}$ ,  $\xi_{2i}$  – коэффициенты демпфирования;  $i = \overline{1, m_2}$ ,  $j = \overline{1, n_2}$ ;  $K_0$  – статический коэффициент усиления;  $p$  – комплексная переменная.

Степень числителя  $m$ , степень знаменателя (порядок)  $n$  и степень  $q$  ПФ датчика определяются, соответственно, следующим образом:

$$m = m_1 + m_2; \quad (2)$$

$$n = n_1 + n_2; \quad (3)$$

$$q = n - m = n_1 - m_1 + n_2 - m_2. \quad (4)$$

В ранее выполненных работах [2–4] рассмотрена нейросетевая динамическая модель измерительной системы, позволяющая восстанавливать динамически искаженные сигналы. Вос-

становление входного сигнала датчика с ПФ (1) осуществляется по его измеренному выходному сигналу на основе инверсной модели датчика, представляющей собой последовательное соединение корректирующего фильтра и идентичных секций первого порядка, каждая из которых реализует нейросетевую инверсную модель апериодического звена. Значение постоянной времени  $T_1$  данного звена выбирается равным такому значению из постоянных времени элементарных динамических звеньев, составляющих знаменатель ПФ датчика, которое обеспечивает минимальное отклонение переходной характеристики данного звена от переходной характеристики датчика без учета его статического коэффициента усиления. ПФ корректирующего фильтра  $W_{cf}(p)$  представляет собой обратную ПФ датчика, дополненную до физически реализуемой формы  $q$  идентичными апериодическими звеньями первого порядка с указанной постоянной времени.

## 2. Инверсная модель датчика в виде последовательных секций с фильтрацией восстанавливаемого сигнала

Восстановление динамически искаженного входного сигнала измерительного преобразователя на основе структуры его нейросетевой инверсной модели может сопровождаться значительным усилением аддитивного шума, присутствующего на выходе датчика, а также внутренних шумов модели. Для корректного восстановления входного сигнала датчика необходимо «расширение» его нейросетевой инверсной модели, учитывающее присутствие аддитивной шумовой составляющей. Такое «расширение» инверсной модели датчика целесообразно осуществить путем дополнительной низкочастотной фильтрации восстанавливаемого сигнала.

Функциональная схема нейросетевой инверсной модели первичного измерительного преобразователя приведена на рис. 1. Дополнительная фильтрация восстанавливаемого сигнала в структуре данной модели может быть осуществлена за счет увеличения порядка секций, являющихся нейросетевыми инверсными моделями апериодического звена.

### 2.1. Динамическая модель секции

Структурная схема нейросетевой инверсной модели апериодического звена в виде секции

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 0002004120).

$C_d[T_1]$  порядка  $d$  с фильтрацией восстанавливаемого сигнала приведена на рис. 2.

В соответствии со структурной схемой, изображенной на рис. 2, дискретная ПФ секции  $C_d[T_1]$  запишется в виде

$$W_{cd}(z) = w_0 + w_1 z^{-1} + \dots + w_{2d} z^{-2d}, \quad (5)$$

где  $w_0, w_1, w_2, \dots, w_{2d}$  – настраиваемые параметры секции.

Подавление аддитивных шумов, приведенных ко входу датчика, осуществляется благодаря наличию внутреннего фильтра нейросетевой инверсной модели первичного измерительного преобразова-

секции  $C_d[T_1]$  путем изменения ее порядка к переходной характеристики данного фильтра было применено синусоидальное сглаживание, на основе которого отсчеты целевой обучающей последовательности формируются в соответствии со следующим выражением:

$$h_0(k) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} T(k-d)\right), & 0 \leq k \leq 2d \\ 1, & 2d < k \leq N-1 \end{cases}, \quad (8)$$

где  $T$  – период квантования,  $k = \overline{0, N-1}$ .

При этом входная обучающая последовательность должна быть составлена из отсчетов пере-

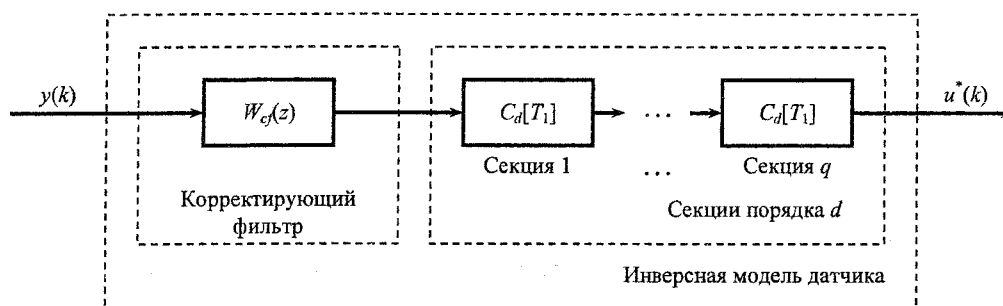


Рис. 1. Функциональная схема нейросетевой инверсной модели первичного измерительного преобразователя

теля. Дискретная ПФ внутреннего фильтра нейросетевой инверсной модели аperiodического звена в виде секции  $C_d[T_1]$  определяется в соответствии со следующим выражением:

$$W_{fd}(z) = W_{cd}(z)W_1(z), \quad (6)$$

где  $W_1(z)$  – дискретный аналог непрерывной ПФ аperiodического звена.

## 2.2. Процедура обучения секции

Схема обучения нерекурсивной секции  $C_d[T_1]$  приведена на рис. 3. Процедура обучения секции (то есть подстройки ее настраиваемых параметров) состоит в минимизации величины совокупной по всем  $N$  отсчетам входной обучающей последовательности среднеквадратической ошибки между желаемым  $h_0(k)$  и реальным выходом секции  $h^*(k)$ :

$$E = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N (h_0(k) - h^*(k))^2. \quad (7)$$

После обучения структура секции может функционировать в динамическом режиме согласно схеме, приведенной на рис. 2.

## 2.3. Формирование обучающих последовательностей

С целью осуществления возможности регулирования полосы пропускания внутреннего фильтра

ходной характеристики аperiodического звена с постоянной времени  $T_1$ :

$$h_1(k) = 1 - \exp(-t_k / T_1) = 1 - \exp(-k \cdot T / T_1), \quad (9)$$

где  $t_k = kT$  – отсчеты дискретного времени.

Пусть при  $\varepsilon \ll 1$ , начиная с момента времени  $T_h = NT$ , все дискретные значения переходной характеристики датчика будут находиться внутри следующего диапазона:

$$\Delta_1 = 1 \pm \varepsilon, \quad (10)$$

тогда обучающие последовательности могут быть сформированы в соответствии с выражениями (8) и (9).

Использование в качестве сигнала для формирования входной обучающей последовательности переходной характеристики датчика позволяет обоснованно выбирать длину обучающих последовательностей

$$H_0 = [h_0(0) \ h_0(1) \ \dots \ h_0(N-1)] \quad (11)$$

и

$$H_1 = [h_1(0) \ h_1(1) \ \dots \ h_1(N-1)], \quad (12)$$

что следует из анализа выражения для ошибки обучения (7) секции  $C_d[T_1]$  в условиях рассматриваемой задачи.

Предельное значение ошибки обучения при увеличении длины обучающих последовательностей до бесконечности определится в соответствии с выражением:

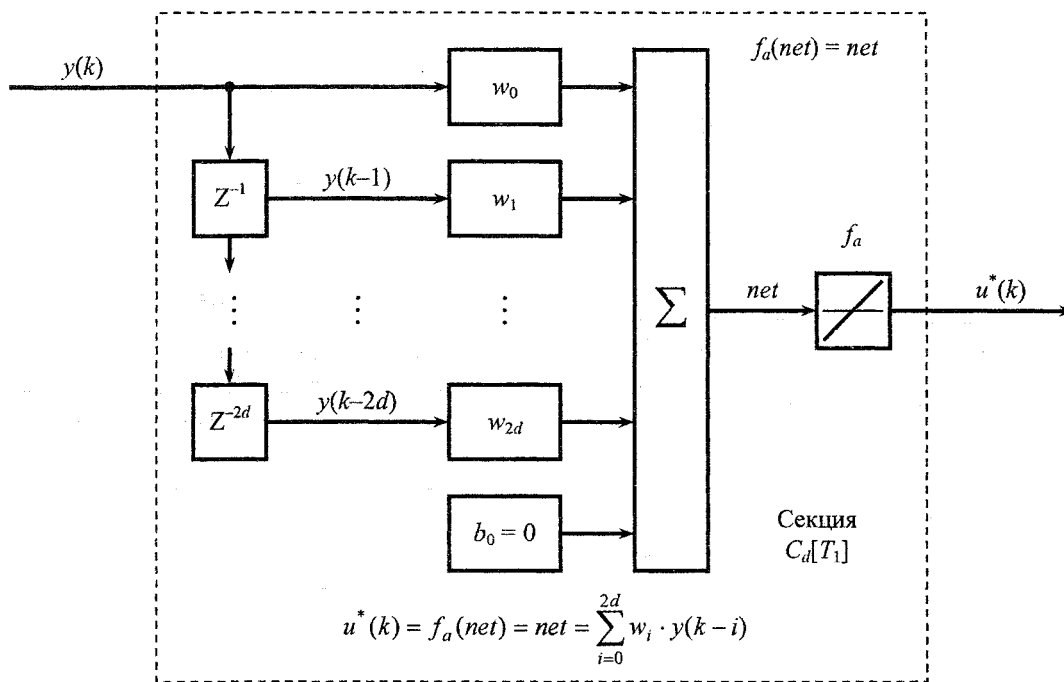


Рис. 2. Структурная схема нейросетевой инверсной модели аperiodического звена в виде не рекурсивной секции  $C_d[T_1]$

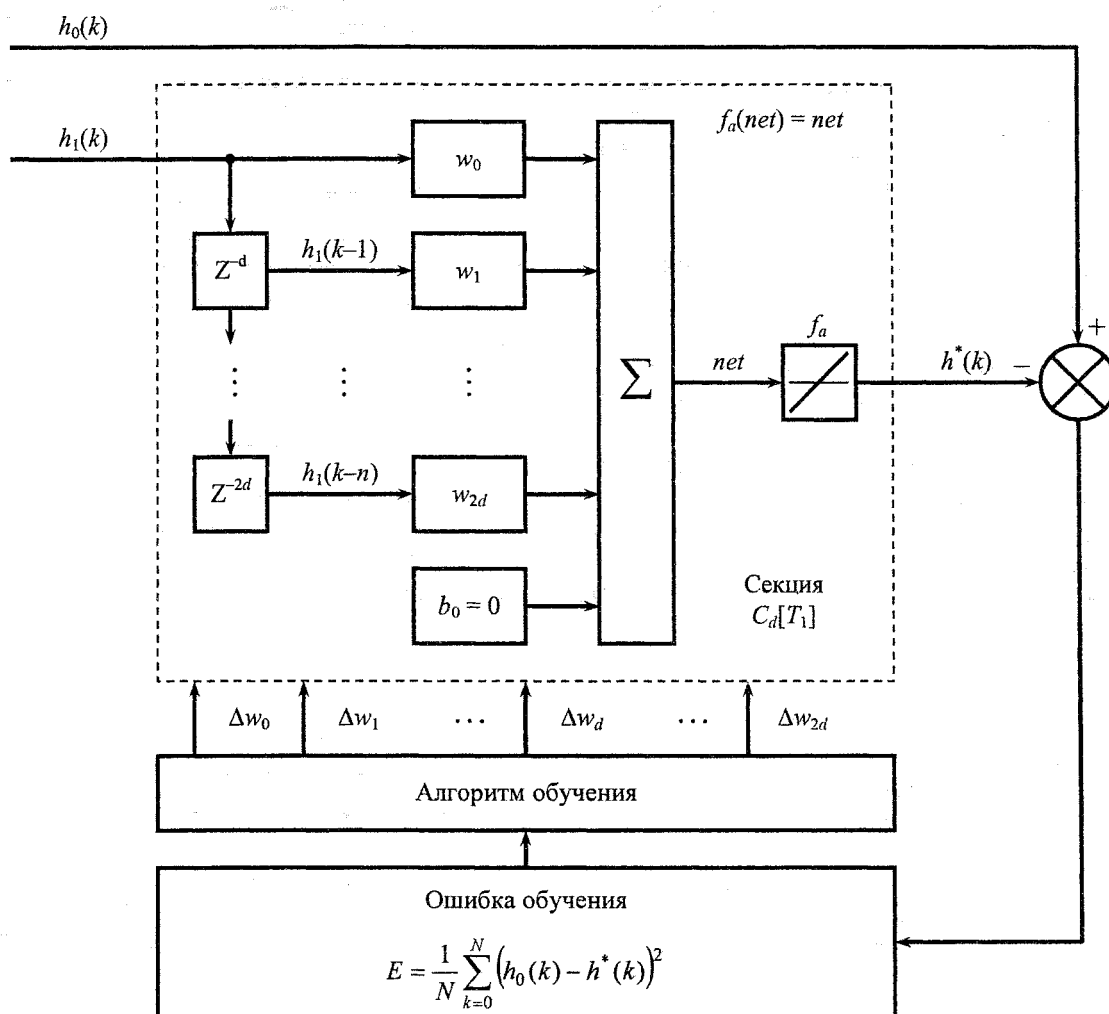


Рис. 3. Схема обучения не рекурсивной секции  $C_d[T_1]$

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \lim_{N \rightarrow \infty} E = \lim_{N \rightarrow \infty} E(w_0, w_1, w_2, \dots, w_{2d}) = \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left( h_0(k) - \sum_{i=0}^{2d} w_i h_1(k-i) \right)^2 \right] = \\
 &= \left( 1 - \sum_{i=0}^{2d} w_i \right)^2. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Тогда при условиях, определяемых выражением (10), ошибка обучения нейросетевой модели датчика будет находиться внутри следующего диапазона:

$$\begin{aligned}
 \Delta_E &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left( \Delta_1 - \Delta_1 \sum_{i=0}^{2d} w_i \right)^2 = \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left( (1 \pm \varepsilon) - (1 \pm \varepsilon) \sum_{i=0}^{2d} w_i \right)^2 = \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left( 1 - \sum_{i=0}^{2d} w_i \right)^2 (1 \pm \varepsilon)^2 = \\
 &= \left( 1 - \sum_{j=0}^{2d} w_j \right)^2 (1 \pm \varepsilon)^2 = E_0 (1 \pm \varepsilon)^2. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Таким образом, выражение (11) устанавливает прямую связь между допустимым отклонением ошибки обучения от своего предельного значения и длиной  $N$  обучающих последовательностей.

Для определения конкретного значения длины обучающих последовательностей (11) и (12) необходимо:

- с помощью относительного параметра  $\varepsilon$  задать границы допустимого отклонения величины ошибки обучения (7) нейросетевой инверсной модели переходной характеристики апериодического звена с постоянной времени  $T_1$  от своего предельного значения (13);
- с использованием выбранного таким образом значения параметра  $\varepsilon$  на основе выражения (10) определить границы диапазона, в который попадают все дискретные значения переходной характеристики апериодического звена, начиная с момента времени  $T_h = NT$ ;
- определить минимальное значение момента времени  $T_h$ , начиная с которого все последующие дискретные значения переходной характеристики апериодического звена будут лежать внутри найденного диапазона;
- найти длину обучающих последовательностей как отношение полученного значения момента времени  $T_h$  к величине периода дискретизации  $T$ .

### 3. Результаты обработки экспериментальных данных

Для проверки применимости рассмотренной нейросетевой инверсной модели датчика и разработанного на ее основе алгоритма восстановления

динамически искаженных сигналов к динамическому измерению температур была создана экспериментальная установка, с использованием которой была определена переходная характеристика нагрева от 0 до 800 °С термопреобразователя «Метран-281». По полученной в ходе проведенного эксперимента переходной характеристике была проведена идентификация ПФ термопреобразователя. Для этого была использована, разработанная профессором Устюговым М.Н., программа идентификации линейных динамических объектов «ILVN.exe» [5].

По результатам идентификации была получена модель термопреобразователя «Метран-281», которая описывается ПФ четвертого порядка следующего вида:

$$W_s(p) = K_0 \frac{(T_{21}^2 + 2\xi_{21}T_{21} + 1)(T_{22}p + 1)}{(T_{11}^2 + 2\xi_{11}T_{11} + 1)(T_{12}p + 1)(T_{13}p + 1)}, \quad (15)$$

где  $T_{11}$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{13}$ ,  $T_{21}$ ,  $T_{22}$  – постоянные времени датчика;  $\xi_{11}$ ,  $\xi_{21}$  – коэффициенты демпфирования;  $K_0$  – статический коэффициент усиления;  $p$  – комплексная переменная.

Параметры данной ПФ имеют следующие значения:  $T_{11} = 11,5$  с,  $T_{12} = 132$  с,  $T_{13} = 33,8$  с,  $T_{21} = 3,14$  с,  $T_{22} = 130$  с,  $\xi_{11} = 0,0059$ ,  $\xi_{21} = 0,024$ ,  $K_0 = 0,9936$ .

Корректирующий фильтр, соответствующий модели (15), описывается ПФ следующего вида:

$$\begin{aligned}
 W_{cf}(p) &= W_s^{-1}(p)W_1(p) = W_s^{-1}(p) \frac{1}{(T_{13}p + 1)} = \\
 &= \frac{1}{K_0} \frac{(T_{11}^2 + 2\xi_{11}T_{11} + 1)(T_{12}p + 1)(T_{13}p + 1)}{(T_{21}^2 + 2\xi_{21}T_{21} + 1)(T_{22}p + 1)(T_{13}p + 1)} = \\
 &= \frac{1}{K_0} \frac{(T_{11}^2 + 2\xi_{11}T_{11} + 1)(T_{12}p + 1)}{(T_{21}^2 + 2\xi_{21}T_{21} + 1)(T_{22}p + 1)}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

где  $W_1(p) = 1/(T_{13}p + 1)$  – ПФ апериодического звена первого порядка, инверсную модель которого реализует секция  $C_d[T_1]$ .

При настройке параметров нейросетевой инверсной модели термопреобразователя «Метран-281» в качестве алгоритма обучения был использован алгоритм Левенберга–Марквардта [6], при этом после 10 эпох обучения значение ошибки составило  $1,2 \cdot 10^{-31}$ .

В соответствии с алгоритмом, описанном в предыдущем пункте, было определено значение длины обучающих последовательностей  $N = 235$  при значении периода квантования  $T = 1$  с и параметра, определяющего длину обучающих последовательностей  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$ .

На рис. 4 приведены результаты обработки экспериментальных данных при  $d = 33$  в виде графиков измеренного выходного сигнала  $y(t)$  термопреобразователя и его восстановленного входного сигнала  $u^*(t)$ .

Логарифмические амплитудно-частотные характеристики дискретной модели  $W_s(z)$  термопреобразователя, нейросетевой инверсной модели  $W_c(z) = W_{cf}(z)W_{cd}(z)$  термопреобразователя и внутреннего фильтра  $W_f(z) = W_c(z)W_s(z)$  инверсной модели приведены на рис. 5.

Как видно из полученных результатов время измерения температуры термоэлектрическим преобразователем «Метран-281» при ступенчатом изменении входного воздействия от 0 до 800 °С и допустимом отклонении  $\pm 1\%$  относительно измеряемого значения температуры уменьшилось с 306 с до 60 с, то есть более чем в 5 раз, что под-

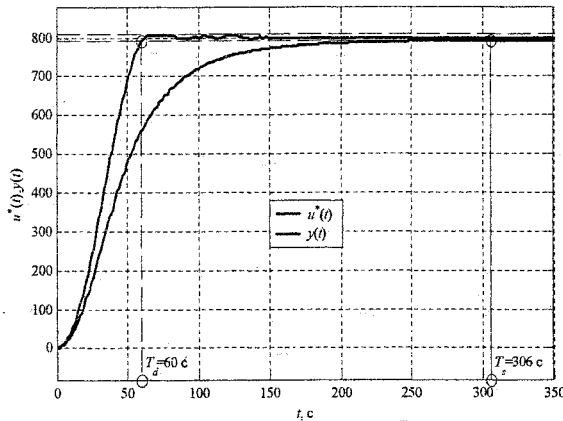


Рис. 4. Результаты обработки экспериментальных данных

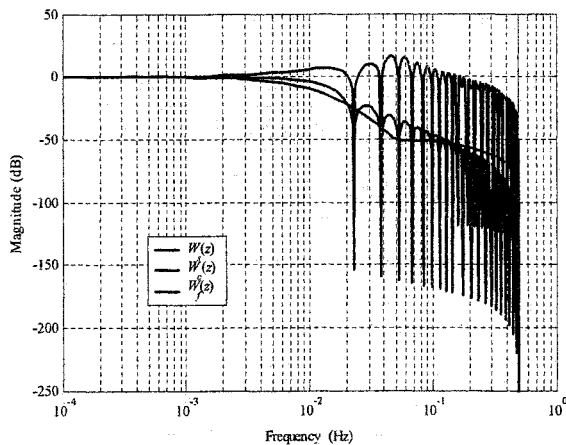


Рис. 5. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики моделей

тверждает работоспособность и эффективность разработанной нейросетевой динамической модели измерительной системы.

#### Заключение

Таким образом, можно сформулировать следующие основные выводы и результаты работы:

1. Использование нейросетевых моделей измерительных систем с восстановлением динамически искаженных сигналов позволяет существенно уменьшить динамическую погрешность измерений, обусловленную инерционностью первичного измерительного преобразователя и аддитивными шумами, присутствующими на его выходе.

2. Рассмотренная нейросетевая динамическая модель измерительной системы с фильтрацией последовательно восстанавливаемого сигнала позволяет за счет более глубокой математической обработки результатов измерений эффективно улучшать метрологические характеристики первичного измерительного преобразователя без изменения его структуры, конструкции и параметров.

3. Эффективность разработанной нейросетевой динамической модели измерительной системы подтверждают результаты обработки экспериментальных данных, которые показали, что время измерения температуры термоэлектрическим преобразователем «Метран-281» при ступенчатом изменении входного воздействия от 0 до 800 °С и допустимом отклонении  $\pm 1\%$  относительно измеряемого значения температуры уменьшилось с 306 до 60 с, то есть более чем в 5 раз по сравнению со случаем без дополнительной математической обработки данных.

#### Литература

1. Терехов В.А. Нейросетевые системы управления// Нейрокомпьютеры и их применение. Кн. 8. – М.: ИПРЖР, 2002. – 479 с.
2. Волосников А.С. Линейная нейросетевая динамическая измерительная система с последовательным восстановлением и фильтрацией входного сигнала датчика// Известия Челябинского научного центра. – 2006. – № 1(31). – С. 90–95. – Сервер: <http://csc.ac.ru/ej/file/1868>.
3. Волосников А.С. Нейросетевая динамическая измерительная система с последовательной обработкой информации// Успехи современного естествознания. – 2005. – № 2. – С. 27–28.
4. Волосников А.С. Нейросетевая динамическая измерительная система с дополнительной фильтрацией последовательно восстанавливаемого входного сигнала датчика// Известия Челябинского научного центра. – 2005. – № 4(30). – С. 138–143. Сервер: <http://csc.ac.ru/ej/file/1709>.
5. Устюгов М. Н., Садов В. Б. Идентификация технических объектов и систем управления во временной и частотной областях: Учеб. пособие. – Челябинск: ЧГТУ, 1995. – 103 с.
6. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. MATLAB 6. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. – 496 с.



# МЕТОД СИНТЕЗА СКОЛЬЗЯЩИХ РЕЖИМОВ НА ОСНОВЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО КАЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА ФАЗОВЫХ ПРОСТРАНСТВ

*М.А. Девятов, В.Ф. Тележкин*

В работе [1] рассматривается метод синтеза систем управления с переменной структурой (СУПС) на основе анализа геометрической структуры фазовых пространств объектов управления. Благодаря этому методу автору удалось автоматизировать процесс проектирования регуляторов для широкого класса нелинейных объектов. Однако в предложенном подходе использовались не все возможности СУПС, а именно абсолютно не учитывалась их способность работать в скользящем режиме. Между тем, скользящие режимы обладают значительными преимуществами по сравнению с другими видами движений в динамических системах. Они не только позволяют улучшать качественные характеристики последних, но и обеспечивают работоспособность систем в тех случаях, когда другие режимы оказываются непригодными. Поэтому учет скользящих режимов при геометрическом синтезе регуляторов существенно расширяет область действия метода [2]. Ниже показано, каким образом это может быть реализовано.

## 1. Геометрический анализ траекторий фазового пространства

Синтез законов управления по результатам качественного анализа структуры фазовых пространств основан на декомпозиции фазового пространства исследуемого объекта на области со схожими характеристиками и поиске путей в фазовом пространстве, которые отвечают исходным требованиям. Для этого геометрический способ описания динамического поведения систем, т.е. фазовые пространства, объединяются с применяемыми в теории управления математическими определениями устойчивости и управляемости (включая условия существования и устойчивости скользящих режимов).

В процессе вычислений выполняются следующие операции: группирование, декомпозиция и поиск оптимальных траекторий движения.

- *Группирование*: на основе векторного поля фазового пространства для каждого конкретного управляющего воздействия формируется граф переходов, четко определяющий последовательность чередования состояний системы при движении в разбитом на элементарные ячейки фазовом пространстве. На этом же этапе формируются новые траектории, соответствующие скользящим режимам движения. Для вычисления векторов скорости, определяющих новые движения, можно воспользоваться принципом Филиппова [3, 4] (дан-

ный принцип применим, поскольку рассматриваются лишь системы со скачкообразным изменением управления и конечным набором управляющих воздействий). В результате будут образованы новые переходы, не обусловленные каким-либо конкретным управляющим воздействием. На верхнем уровне графы переходов, построенные для каждого из возможных управляющих воздействий и комбинаций этих воздействий в скользящих режимах, объединяются в общий граф переходов. Две ячейки считаются связанными, если существует траектория, соответствующая любому из управляющих воздействий, которая соединяет эти ячейки. Возможна ситуация, когда несколько ребер (дуг) графа для различных управлений будут непосредственно соединять ячейки. Ребрам графа могут быть поставлены в соответствие веса согласно критерию управления. Например, в качестве весового коэффициента может использоваться время движения по элементарной траектории или энергия, затрачиваемая на управление.

- *Классификация (декомпозиция)*: после построения осуществляется декомпозиция графа переходов. На первом шаге ячейки группируются по классам эквивалентности в соответствии с различными критериями, например, по робастности. Информация, подобная вероятности отклонения от траектории, представляет большую ценность на последующих этапах при поиске необходимой стратегии управления. На следующем шаге ячейки комбинированного графа переходов разделяются на два класса: один соответствует совокупности ячеек, принадлежащих управляемой области, когда из каждой ячейки существует путь к конечной цели; в другой класс входят ячейки, из которых невозможно достичь цели. Соответственно, участки фазовой плоскости классифицируются на управляемые и неуправляемые. Если заранее задана некоторая разрывная поверхность, на которой требуется организовать скользящий режим, ячейки классифицируются также в зависимости от условий существования такого режима.

- *Поиск*: подвергшаяся декомпозиции структура фазового пространства исследуется с целью выявления оптимального пути, отвечающего целям управления. Траектория, соответствующая синтезированному закону управления состоит из последовательности ячеек и связанных с ними управляющих воздействий, определяющих последовательность переходов от ячейки к ячейке. Если каждому ребру графа переходов приписан опреде-

ленный вес, например, время перехода при необходимости оптимизации быстродействия, искомый путь должен быть наикратчайшим. Для этого можно использовать алгоритм поиска наикратчайшего пути Дейкстры.

Чтобы формализовать характеристики управления для нелинейных динамических систем в применении к геометрической структуре фазового пространства, необходимо с геометрической точки зрения определить такие понятия как управляемость, устойчивость, робастность и оптимальность управления таким образом, чтобы они могли быть выявлены на практике. Следует отметить, что эти же понятия будут действительны и для движений в скользящем режиме. Отличие будет заключаться лишь в том, что конечным состоянием в данных условиях будет считаться любая точка на поверхности скольжения. Для определения отмеченных выше понятий сформулируем несколько критериев.

- Критерий управляемости устанавливает, достижимо ли определенное конечное состояние из данного начального состояния или определенной области пространства системы под действием какого-либо управляющего сигнала. Совокупность достижимых состояний образует подпространство фазового пространства, которая может быть найдена на основе геометрических вычислений.

- Критерий устойчивости определяет, может ли система находиться в определенной окрестности заданного состояния в течение требуемого интервала времени. Устойчивость характеризуется областью устойчивости – совокупностью начальных состояний, траектории в которых сходятся в определенной ограниченной зоне. Область устойчивости представляет собой подпространство фазового пространства, которая также может быть найдена на основе геометрических вычислений. Благодаря введению областей существования скользящих режимов можно добиться расширения областей управляемости и устойчивости.

- В соответствии с критерием робастности проверяется, способна ли система в условиях параметрической или структурной неопределенности (при действии дестабилизирующих возмущений) сохранить свои свойства без коренных изменений. Геометрически определенные типы неопределенности, например, помехи или погрешности измерений могут моделироваться в виде зон, прилегающих к исследуемым состояниям или последовательностям состояний. При использовании этого критерия области существования скользящих режимов должны рассматриваться как наиболее приоритетные, поскольку обеспечивают наибольшую робастность в силу характерных особенностей движений в скользящем режиме.

- Критерий оптимальности определяет, является ли оптимальным найденный путь с точки зрения заданного критерия, например, минимизации быстродействия или «затрат» на управление. Учет

«затрат» требует параметрического представления траекторий фазового пространства. Траектории упорядочиваются по выбранному показателю оптимальности.

## 2. Алгоритм построения фазовых траекторий и структурирование фазового пространства

Рассмотрим произвольную динамическую систему, описываемую системой уравнений вида

$$\dot{x} = F(x, u), \quad (1)$$

где  $x$  – вектор состояний системы,  $u$  – вектор управляющих воздействий. Поскольку алгоритм синтеза управлений по фазовому пространству основан на дискретном представлении поведения системы, динамическая модель управляемой системы должна быть представлена в следующем виде:

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad (2)$$

где  $x_n$  – вектор состояний системы в данный момент времени,  $f(x_n) = \int F(x_n, o(x_n))$  – вектор состояний системы через период дискретизации,  $o(x_n)$  – выходной управляющий сигнал регулятора. При этом будем считать, что период дискретизации постоянен, а синтезируемая система работает в ограниченной области фазового пространства.

В качестве входных данных в алгоритме анализа фазового пространства используются модель системы, цель управления (конечное состояние или поверхность разрыва, если таковая задается заранее), последовательность возможных значений переменной управления, а также информация о способе разделения на части фазового пространства. На основе модели системы путем численного решения алгебраических уравнений типа методом Ньютона–Рафсона вычисляются координаты особых точек. В результате действия алгоритма для каждого значения  $u_i$  управляющего воздействия формируется таблица графа фазовых траекторий. Рабочая управляющая программа будет определять, какая из ячеек соответствует текущему состоянию системы, и выбирать из таблицы управлений соответствующее значение.

Алгоритм анализа состоит из 3 основных шагов.

1. *Отображение* – разбиение фазового пространства на элементарные участки-ячейки, размер которых может варьироваться в зависимости от характера (монотонности) траекторий.

2. *Структурирование* – построение графа переходов от каждой ячейки к смежным ячейкам. При этом ячейка  $x$  считается смежной с ячейкой  $y$ , если для некоторого возможного управляющего воздействия  $u$  существует такое натуральное число  $n$ , что  $f^k(\text{центр}(x), u) \in x, \forall k < n$  и  $f^n(\text{центр}(x), u) \in y$ . В граф переходов также включаются ячейки, в которых может быть организован скользящий режим.

3. *Маршрутизация* – если определено конечное состояние (цель), для каждой ячейки  $s$  находится путь к этому состоянию. Если такой путь отсутствует,  $s$  маркируется как ячейка, находя-

щаяся вне области управляемости системы. Иначе, в соответствии с заданным критерием оптимизации выбирается один из существующих путей, а соответствующий ему выходной управляющий сигнал заносится в таблицу управления.

Следует отметить, что в понятие «конечное состояние» включается не только точка в фазовом пространстве, но также предельный цикл или поверхность переключения для скользящего режима.

На шаге 3 при наличии нескольких вариантов движения используются алгоритмы выбора пути. В качестве критерия оптимизации на этом этапе могут применяться различные характеристики системы. Например, если необходимо оптимизировать быстродействие, следует выбирать наиболее короткие пути. При этом могут существовать дополнительные ограничения на выбор траекторий движения, например, для обеспечения заданного перерегулирования должно выполняться условие:  $x_n \leq x_{пер}$ .

Особым образом отмечаются ячейки, находящиеся на «поведенческой» границе системы, то есть представляющие различные по своим качественным характеристикам пути. Например, такой границей может быть граница области устойчивости.

Следует отметить, что задача определения границ области устойчивости имеет очень большое значение. Чтобы решить эту задачу, сформулируем понятие границы устойчивости.

При определенных допущениях граница устойчивости для устойчивой точки равновесия  $x$ , нелинейной автономной динамической системы формируется устойчивыми подмножествами точек равновесия на границе области притяжения [1, 5]. При этом отмеченным допущениям удовлетворяет достаточно широкий класс используемых на практике автономных динамических систем, а именно большинство динамических систем с устойчивой структурой [1].

В основной области устойчивости оцениваются численными методами. Однако существуют аналитические формулы, применение которых более целесообразно.

Рассмотрим одну из таких формул для расчета границы устойчивости:

$$h(x) = H_1 x + \frac{1}{2} x^T \Psi x + O(\|x\|^3), \quad (3)$$

где

$$\begin{cases} H_1 = \eta^T; \\ \Psi = V_c^{-1} \left\{ \left[ \left( \frac{\mu}{2} E_n - J^T \right) E_n + \right. \right. \\ \left. \left. + E_n \left( \frac{\mu}{2} E_n - J^T \right) \right]^{-1} V_c \left( \sum_{i=1}^n \eta_i \text{Hess}(f_i(0)) \right) \right\}, \end{cases}$$

где  $J = J_f(0)$  – матрица-якобиан в точке  $x = 0$ ,  $\mu$  – собственное значение  $J$ ,  $\eta$  – собственный вектор  $J^T$ , соответствующий  $\mu$ ,  $\text{Hess}(f_i(0))$  – гессианы

$i$ -х компонент  $f$  в точке  $x = 0$ ,  $E_n$  – единичная матрица размерности  $n$ ,  $V_c(A)$  – вектор, образованный столбцами матрицы  $A$  размерности  $m \times n$ , т.е.  $V_c(A) = (a_{11} \cdots a_{m1} \cdots a_{1n} \cdots a_{mn})^T$ .

$$\text{Если матрица } \sum_{i=1}^n \eta_i \text{Hess}(f_i(0)) \left( \frac{\mu}{2} E_n - J \right)^{-1}$$

симметрична, тогда выражения (1) может быть упрощено:

$$h(x) = \eta^T x + \frac{1}{4} x^T \sum_{i=1}^n \eta_i \text{Hess}(f_i(0)) \left( \frac{\mu}{2} E_n - J \right)^{-1} x = 0. \quad (4)$$

Следует отметить, что существуют формулы для еще более точной аппроксимации границ устойчивости [5], однако они более сложны.

Алгоритм анализа выбирает пути, расположенные как можно дальше от рассмотренных «поведенческих» границ. Использование этого дополнительного критерия обусловлено тем, что данные состояния наиболее подвержены влиянию помех и ошибок моделирования, при этом незначительная ошибка может привести к существенным изменениям поведения системы.

Форма элементарных ячеек, используемых при разбиении фазового пространства, может быть как треугольной (триангуляция), так и прямоугольной. Первый тип позволяет использовать ячейки большего размера по сравнению с прямоугольным типом. Однако второй способ более прост в применении и не требует привлечения дополнительных алгоритмов для реализации.

В случае синтеза управлений в скользящих режимах возможны две ситуации.

1. Поверхности разрыва задаются заранее (вместе с моделью).

2. Поверхности разрыва заранее не определяются, а вычисляются автоматически при появлении возможности использовать скользящий режим для достижения конечного состояния.

В первом случае, требуется оценить, способна ли анализируемая система при данном наборе управляющих воздействий осуществлять движение по известной поверхности  $s(x)$ . Для этого маркируются все ячейки, через которые проходит эта поверхность (см. рис. 1), т.е. формируется граница, которая должна разделять переключаемые системы в скользящем режиме. Далее проверяются условия существования скользящего режима на этой границе. В каждой из отмеченных ячеек рассчитываются векторы градиента функции  $s(x)$  и вычисляются их произведения с векторами скорости  $f_\alpha$  и  $f_\beta$  (к которым стремится вектор  $F(x, u)$  при стремлении  $x$  к каждой из рассматриваемых точек с разных сторон от поверхности разрыва). Поскольку для того, чтобы скользящий режим мог быть организован, векторы фазовой скорости, соответствующие разным системам, должны быть

направлены навстречу друг другу, условие существования такого режима можно представить в следующем виде:

$$\text{sgn grad}(sf_\alpha) + \text{sgn grad}(sf_\beta) = 0. \quad (5)$$

Все ячейки, удовлетворяющие условию (5) маркируются как принадлежащие области существования скользящего режима и, соответственно, включаются в область управляемости (рис. 1). Остальные ячейки поверхности разрыва маркируются как лежащие вне области существования скользящего режима. В этих ячейках скользящий режим невозможен, поэтому при синтезе требуемого управления нельзя допускать попадания в них изображающей точки.

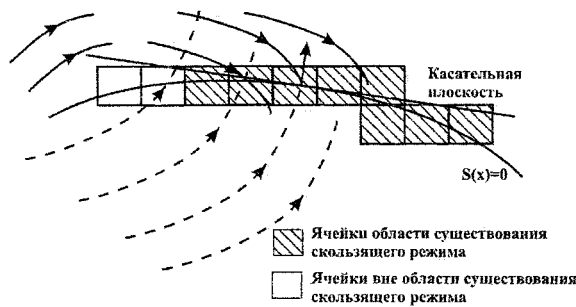


Рис. 1. Определение границы существования скользящего режима

Следует отметить, что в рассматриваемом подходе практически не имеют большого значения различия между линейными и нелинейными поверхностями скольжения. Он не ориентирован на форму поверхности разрыва, как большинство существующих теорий проектирования СУПС. В частности, метод автоматизированного геометрического фазового пространства позволяет легко организовывать движение по линии переключений вида (рис. 2).

$$s(x) = \dot{x} - \lambda(x), \quad (6)$$

где

$$\lambda(x) = \begin{cases} \frac{e_m}{1/\lambda_m + K_e e_m} + \lambda_0(x - e_m), & \text{при } e_m < x; \\ \frac{x}{1/\lambda_m + K_e x}, & \text{при } 0 \leq x \leq e_m; \\ \frac{x}{1/\lambda_m - K_e x}, & \text{при } -e_m \leq x \leq 0; \\ -\frac{e_m}{1/\lambda_m + K_e e_m} + \lambda_0(x + e_m), & \text{при } x < -e_m, \end{cases}$$

а  $e_m = (\sqrt{\lambda_m/\lambda_0} - 1)/(K_e \lambda_m)$ ,  $\lambda_m > \lambda_0 > 0$  – постоянные коэффициенты. Линии переключений такой формы обладают преимуществами по сравнению с традиционно используемыми прямыми [6]. Однако их применение сдерживается достаточно сложным математическим описанием и ориентацией большинства существующих методик рас-

чета скользящих режимов на линейные поверхности скольжения.

Даже если условия существования скользящего режима выполнены, и соответствующие движения можно организовать, необходимо определить величину и направление фазовой скорости для новой траектории. Во-первых, это позволит оценить правильность перемещения изображающей точки в скользящем режиме, а, во-вторых, способность системы выполнять такое перемещение. Например, возможна ситуация, когда фазовые траектории переключаемых структур направлены непосредственно навстречу друг другу (рис. 3), и результирующий вектор фазовой скорости равен нулю [3]. В этом случае изображающая точка будет совершать циклические движения на одном месте, не смещаясь вдоль поверхности скольжения, и потребуются изменить стратегию управления. Для того чтобы вычислить вектор фазовой скорости в скользящем режиме, можно воспользоваться методом Филиппова [4].

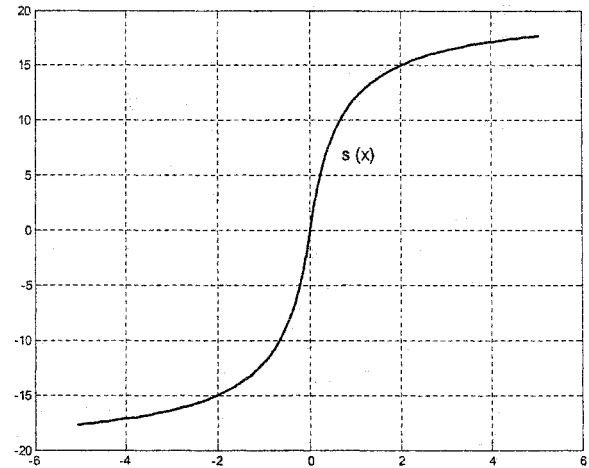


Рис. 2. Криволинейная линия переключений

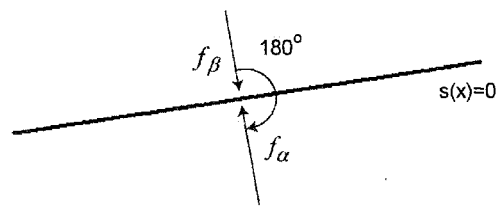


Рис. 3. Направления векторов фазовой скорости вблизи поверхности скольжения, при котором скользящий режим невозможен

Рассмотрим систему, в которой переключающее устройство, осуществляющее скачкообразное изменение величины управления, обладает гистерезисом. Функция управления  $u$  в уравнении (1) будет иметь вид

$$u = \begin{cases} u_\alpha, & \text{при } s(x) > \epsilon; \\ u_\beta, & \text{при } s(x) < \epsilon, \quad u_\alpha, u_\beta, \epsilon = \text{const}, \end{cases}$$

а в области  $|s(x)| \leq \epsilon$  функция  $u$  сохраняет то значение, которое она имела, когда величина  $|s|$  в последний раз была равной  $\epsilon$ . Как правило, на прак-

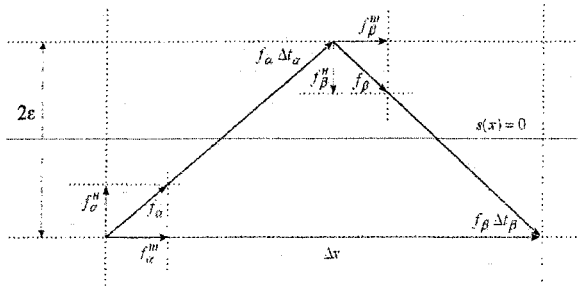
тике формирующие управляющее воздействие устройства всегда имеют некоторый гистерезис, поэтому системы рассматриваемого типа имеют достаточно широкое применение.

Наличие гистерезиса приводит к тому, что после попадания на поверхность разрыва вектор состояния уже не будет двигаться точно вдоль поверхности, а будет совершать колебания в ее окрестности шириной  $2\epsilon$  (рис. 4). Векторы скорости  $f_\alpha$  и  $f_\beta$  можно представить в виде сумм нормальных и тангенциальных составляющих  $f_\alpha^H$ ,  $f_\beta^H$  и  $f_\alpha^T$ ,  $f_\beta^T$ . Тогда «время», затрачиваемое на пересечение интервала  $2\epsilon$  в режиме  $\alpha$ , составит  $\Delta t_\alpha = 2\epsilon / f_\alpha^H$ , а в режиме  $\beta - \Delta t_\beta = 2\epsilon / f_\beta^H$ , причем нормальные составляющие векторов скорости определяются с помощью вектора градиента к поверхности разрыва:

$$f_\alpha^H = \frac{\text{grad } sf_\alpha}{|\text{grad } s|};$$

$$f_\beta^H = \frac{\text{grad } sf_\beta}{|\text{grad } s|}.$$

Метод Филиппова позволяет математически описывать поведение системы в скользящем режиме. Согласно данному методу в системах с одной поверхностью разрыва для определения вектора скорости в каждой точке этой поверхности необходимо найти точку пересечения касательной плоскости к поверхности разрыва с прямой, соединяющей концы векторов  $f_\alpha$  и  $f_\beta$  [4] (рис. 5).



**Рис. 4. Движение в системе со скалярным управлением, и обладающим гистерезисом переключающим устройством**

Среднюю скорость  $f^{cp}$ , соответствующую движению в скользящем режиме, можно найти по перемещению изображающей точки  $\Delta x$  на двух соседних интервалах, на первом из которых  $u$  равно  $u_\alpha$  а на втором  $u_\beta$ :

$$\Delta x = f_\alpha \Delta t_\alpha + f_\beta \Delta t_\beta. \quad (7)$$

Подставив в выражение (7) формулы для определения  $\Delta t_\alpha$  и  $\Delta t_\beta$

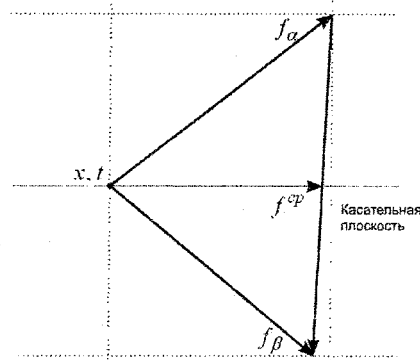
$$f^{cp} = \frac{\text{grad } sf_\alpha}{\text{grad } s(f_\alpha - f_\beta)} f_\beta - \frac{\text{grad } sf_\beta}{\text{grad } s(f_\alpha - f_\beta)} f_\alpha. \quad (8)$$

Эта фазовая скорость и будет определять поведение системы в скользящем режиме. Соответ-

ствующее уравнение движения будет выглядеть следующим образом:

$$\dot{x} = \frac{\text{grad } sf_\alpha}{\text{grad } s(f_\alpha - f_\beta)} f_\beta - \frac{\text{grad } sf_\beta}{\text{grad } s(f_\alpha - f_\beta)} f_\alpha. \quad (9)$$

Таким образом, вычислив фазовые скорости внутри некоторой достаточно малой (чтобы считать эти скорости неизменными) области-ячейки, можно определить характер движения в этой зоне.



**Рис. 5. Оценка поведения системы в скользящем режиме с помощью метода Филиппова**

В том случае, когда поверхности разрыва заранее не заданы, их можно синтезировать автоматически в процессе анализа структуры фазового пространства. Для этого требуется определить направления векторов фазовой скорости переключаемых систем в каждой из ячеек пространства. Затем полученные значения сравниваются, чтобы оценить возможность организации скользящего режима и характер движения в нем. Согласно принципу Филиппова конец суммарного вектора фазовой скорости должен располагаться на прямой, соединяющей концы векторов различных структур в рассматриваемой точке. Таким образом, для каждой точки пространства может быть найдено бесконечное множество траекторий движения в скользящем режиме. Для выбора необходимого движения можно использовать различные критерии, например, критерий максимальной близости к прямой, соединяющей текущую точку с итоговым состоянием. На последнем этапе элементарные поверхности скольжения, определенные для отдельных ячеек, объединяются, и формируются результирующая траектория движения в скользящем режиме, которая затем используется при синтезе требуемого управления.

### **3. Алгоритм верификации фазового пространства**

Алгоритм верификации фазового пространства применяется с целью установления рабочих областей, обладающих желаемым предельным поведением с точки зрения стабилизации управляемой величины (в случае систем управления, предназначенных для стабилизации состояния

объекта на заданном уровне). При незначительной модификации алгоритма можно также определить другие показатели, такие как перерегулирование и скорость сходимости. Данный алгоритм применим к системам управления с дискретным временем и фиксированной частотой дискретизации вида (2). Динамическое поведение объекта управления может быть непрерывным, дискретным или смешанным. При этом предполагается, что синтезируемая система будет работать в ограниченной области фазового пространства.

*Алгоритм верификации*

1. Заданная область фазового пространства разбивается на конечное множество ячеек  $C$ .

2. Определяется начальная область управляемости  $R_{упр}$ .

3. Для каждой ячейки  $c$  из множества  $C - R_{упр}$ :

а) находится политоп (многогранник)  $p_c$ , заключающий в себе  $c$ ;

б) вычисляется «выходной политоп»  $e_c = p_c - c$ ;

в) если  $e_c$  содержится в  $R_{упр}$  и функция  $f$  не генерирует циклов внутри  $c$ , ячейка  $c$  помечается как верифицированная, а множество  $R_{упр} = R_{упр} \cup c$ .

4. Если на шаге 3 во множество  $R_{упр}$  были добавлены какие-либо новые ячейки, шаг 3 повторяется.

5. После верификации всей заданной области или истечения установленного числа шагов процедура заканчивается. В противном случае формируется новое множество  $C'$  в результате деления немаркированных ячеек множества  $C$ . Далее производится замена  $C = C'$  и осуществляется возврат к шагу 3.

Разбиение фазового пространства на шаге 1 может быть произвольным; однако удобней использовать регулярный способ разбиения, а для некоторых типов управления имеются предпочтительные способы. Например, управление, основанное на ячеистой структуре предполагает, чтобы первоначальное разбиение на ячейки осуществлялось способом, аналогичным использованному при формировании карт ячеек.

Определение начальной области управляемости отнимает немного больше усилий. Можно выделить два основных подхода. Если регулятор уже был верифицирован в некоторой области  $R_1$  (например, на основе результатов предварительного расчета), и алгоритм верификации используется для расширения этого участка, в качестве  $R_{упр}$  выбирается  $R_1$ , и маркируются все ячейки, целиком попадающие внутрь  $R_1$ . Этот подход применяется, например, когда регулятор, спроектированный для локальной области (напр., на основе линейных методов) дополняется глобальным регулятором.

При отсутствии предварительных сведений об управляемости в системе  $R_{упр}$  нельзя выбрать просто как целевой, поскольку существует вероятность того, что для данного регулятора начальное состояние объекта может попасть в целевой уча-

сток, однако изображающая точка позднее может покинуть его и более никогда не вернуться. Таким образом, в данном случае необходимо найти множество  $R_{упр}$  базовых ячеек. Базовые ячейки обла- дают следующими двумя свойствами.

1. Каждая ячейка  $c \in R_{упр}$  располагается в целевом регионе.

2. Для каждой  $c \in R_{упр}$  контур  $f(c)$  содержится в  $R_{упр}$ .

Максимальное множество базовых ячеек (для заданного способа разбиения фазового пространства) может быть сформировано посредством выбора всех ячеек, входящих в целевой регион и последующего итеративного исключения ячеек, чьи границы лежат вне множества выбранных ячеек. Нахождение политопа  $p_c$ , ограничивающего  $f(c)$ , может быть произведено несколькими способами. Одним из простейших и наиболее эффективных способов нахождения подходящего  $p_c$  является вычисление минимальных и максимальных значений каждого компонента  $F$  по всей ячейке  $c$  и формирование ограничивающего контура для  $f(c)$  с использованием этих значений.

Если задана поверхность переключения, то в качестве начальной области управляемости можно выбрать предварительно найденную область существования скользких режимов. В этом случае алгоритм верификации будет представлять собой проверку условий устойчивости скользких режимов на поверхности.

На шаге 3 проверяются два свойства:

1.  $\forall x \in c : f^n(x) \notin c$  для некоторых  $n \in N$ . То есть все траектории системы, начинающиеся внутри  $c$ , в конечном итоге должны покидать  $c$ ;

2.  $\forall x \in c, n \in N : f^n(x) \notin c \wedge f^{n-1}(x) \in c \Rightarrow f^n(x) \in R_{упр}$ . То есть, когда траектория покидает  $c$ , она должна попадать в уже верифицированную и маркированную ячейку.

Проверить второе свойство не представляет труда. Чтобы проверить первое свойство, мы пересеем  $f(c)$  с  $c$  для формирования политопа  $p'_c$ . Этот процесс повторяется с  $p'_c$  до тех пор, пока пересечение не станет пустым, либо пока не будет превышено заранее заданное число итераций  $i$ . Таким образом, мы заменяем первое свойство более строгим условием – чтобы все траектории покидали  $c$  за  $i$  временных шагов.

**4. Синтез закона управления по результатам анализа геометрической структуры фазового пространства**

В качестве входных данных в алгоритме синтеза закона управления по заданной геометрической структуре фазового пространства используются модель системы, цель управления (конечное состояние или поверхность разрыва) и данные анализа геометрической структуры фазового пространства. На первом шаге проверяется принадлежность целевого состояния к области устойчиво-

сти или областям существования скользящих режимов. Если проверка проходит успешно, и целевое состояние достижимо, производится поиск траектории управления. При этом для повышения робастности искомая траектория, по возможности, формируется из отрезков поверхностей скольжения.

В результате действия алгоритма составляется таблица управляющих воздействий для каждой из ячеек таблицы графа фазовых траекторий. Рабочая управляющая программа будет определять, какая из ячеек соответствует текущему состоянию системы, и выбирать из таблицы управлений соответствующее значение.

### 5. Пример действия алгоритма

Проиллюстрируем действие предложенного алгоритма на примере. Для этого рассмотрим процесс синтеза закона управления для термохимического гетерогенного процесса [7]. Этот процесс может быть описан следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = y; \\ \dot{y} = -(a_2 + wx)y - (a_1 + h_2u)x - lx^2 - h_1u, \end{cases} \quad (10)$$

где  $x$  – сигнал рассогласования, разность между истинной и номинальной температурой процесса, а  $u$  – управляющее воздействие. Коэффициенты  $a_1, a_2, h_1, h_2, l, w$  во втором уравнении системы (10) определяются технологическим режимом управляемого процесса.

Предположим, что управляющее воздействие может быть сформировано в виде

$$u = \Psi x, \quad (11)$$

где

$$\Psi = \begin{cases} k & \text{для структуры I;} \\ -k & \text{для структуры II,} \end{cases} \quad (12)$$

т.е. для создания системы автоматического управления доступно две структуры: I и II. Коэффициент  $\Psi$  скачкообразно меняет свое значение в течение переходного процесса, тем самым меняя структуру системы.

Расчеты производились с использованием следующих значений параметров:

$$a_1 = 3, a_2 = 1, h_1 = 2, h_2 = 1, l = 0,5, w = 2, k = 1.$$

На первом этапе программа анализа определяет координаты и тип особых точек каждой из структур (рис. 6), решая систему уравнений

$$\begin{cases} y = 0; \\ -(a_2 + wx)y - (a_1 \pm h_2k)x = (l \pm h_2k)x^2. \end{cases} \quad (13)$$

Структура I имеет две особые точки  $(0, 0)$  и  $(-3,33, 0)$ . Первая имеет характер устойчивого фокуса, вторая представляет собой неустойчивую особую точку типа «седло». Характер особых точек  $(0, 0)$  и  $(2, 0)$  структуры II аналогичен характеру особых точек структуры I. Точка  $(0, 0)$  по-прежнему является устойчивым фокусом, а «седло» сместилось в правую полуплоскость в точку  $(2, 0)$ .

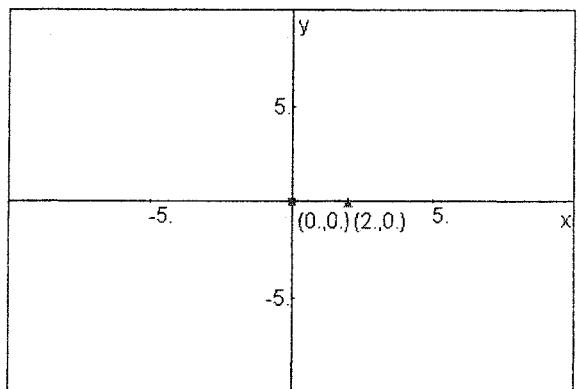
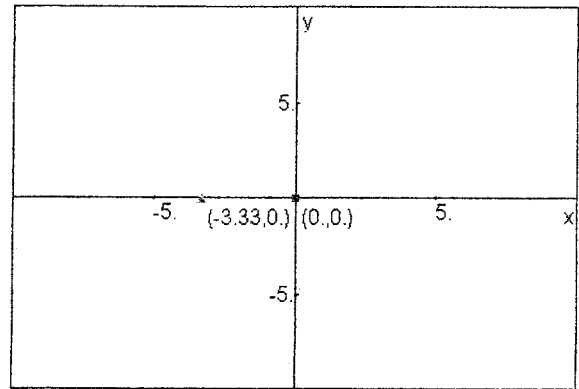


Рис. 6. Особые точки структур I (сверху) и II (снизу)

После нахождения особых точек строятся фазовые траектории и определяются области устойчивости (рис. 7), границы которых образуются устойчивыми траекториями особых точек типа «седло». На рис. 7 эти области выделены серым цветом. Можно заметить, что с точки зрения устойчивости структура I явно предпочтительней структуры II, поскольку она обеспечивает устойчивое движение (движение, при котором изображающая точка не может покинуть заданную область окончательно) на значительно большей площади.

Кроме того, в этом же смысле структуры I и II почти не дополняют друг друга, так как область устойчивости первой включает в себя практически всю область устойчивости второй, и обычным переключением структур невозможно добиться расширения рабочей зоны системы. 3-й квадрант в любом случае остается вне этой зоны. Таким образом, управление в режиме переключений в рассматриваемом примере неспособно существенно повлиять на динамику системы – имеется возможность лишь сократить колебательность переходного процесса за счет включения структуры II при приближении изображающей точки к началу координат.

По найденным траекториям строится граф переходов (рис. 8), представляющий собой граф векторов фазовой скорости, а затем отдельные траектории объединяются в более крупные участки однообразного движения (рис. 9).



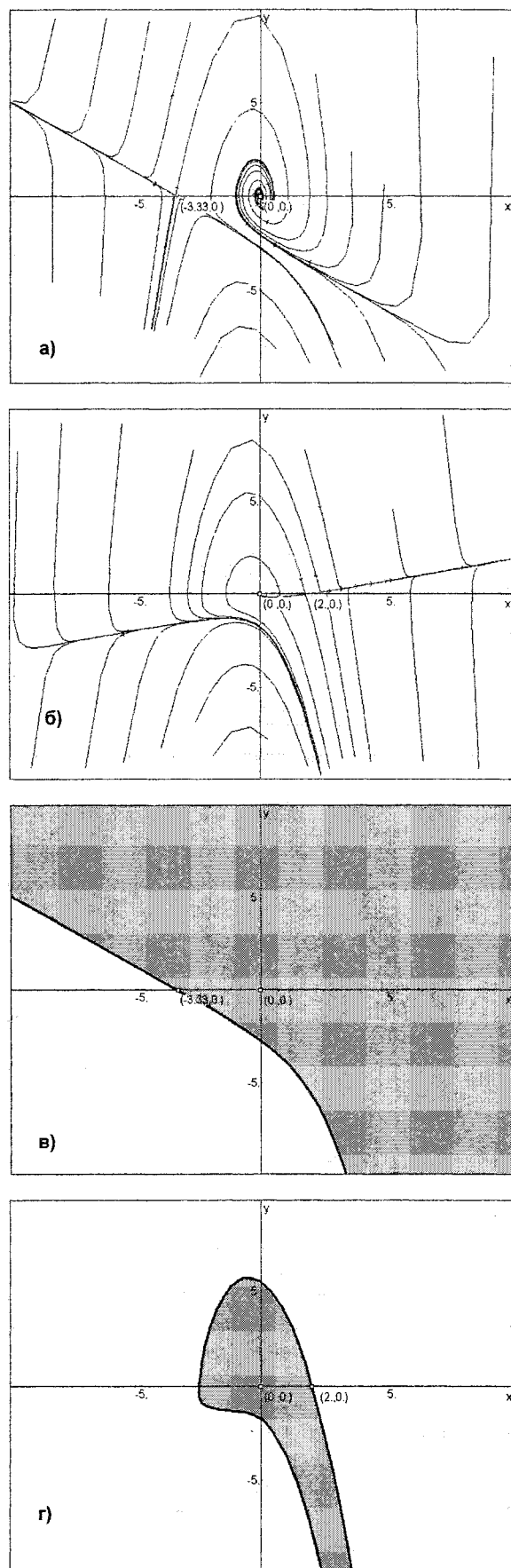


Рис. 7. Фазовые портреты и области устойчивости: а, в – I структура; б, г – II структура

На последнем этапе анализа определяются области, в которых выполняются условия существования скользящего режима. При этом учитывается заданный диапазон допустимых углов наклона фазовых траекторий разных структур по отношению друг к другу (см. выше). Как видно из рис. 10, в системе (10) существует две зоны, в которых может быть организован скользящий режим. Первая зона, расположенная в 1-м и 4-м квадрантах, не расширяет совокупную область устойчивости системы и может использоваться лишь для повышения робастности движений за счет преимуществ скользящего режима.

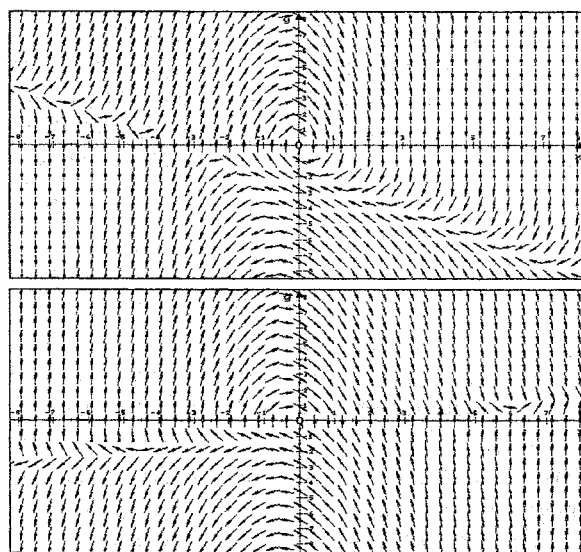


Рис. 8. Графы векторов фазовой скорости структур I (сверху) и II (снизу)

Вторая зона, расположенная во 2-м и 4-м квадрантах, лежит вне найденных ранее областей устойчивости и, таким образом, дополняет их, давая возможность обеспечить устойчивое движение там, где оно не может быть реализовано ни одной из имеющихся структур. Как следствие, расширяется спектр доступных стратегий управления.

В результате декомпозиции фазового пространства и извлечения информации об основных его геометрических особенностях формируются исходные данные для синтеза стратегии управления. Чтобы осуществить синтез, не хватает лишь начальных условий и цели управления.

Сформулируем задачу управления: необходимо перевести систему из точки  $(-8, 8, -1, 3)$  в начало координат за минимальное время. На рис. 11 показан результат работы алгоритма синтеза.

Программа синтеза устанавливает, что исходная точка находится в области существования скользящего режима. Далее производится поиск одиночного пути к целевому состоянию. В данном случае такого пути нет, поскольку начало координат не попадает в область существования скользящего режима из 2-го и 4-го квадрантов. Следовательно, искомая траектория может быть получена



**Метод синтеза скользящих режимов  
на основе автоматизированного...**

лишь путем дополнительного переключения структур на границе этой области. Выбор прямой переключения  $A_0-A_1$  осуществляется с учетом того, что конечная точка при движении в скользящем режиме не должна подходить слишком близко к границе области устойчивости структуры II. В противном случае система окажется очень чувствительной к помехам и вариациям внутренних параметров. Исходя из этого, точка на границе области существования скользящего режима выбирается на некотором заранее заданном удалении от указанной границы.

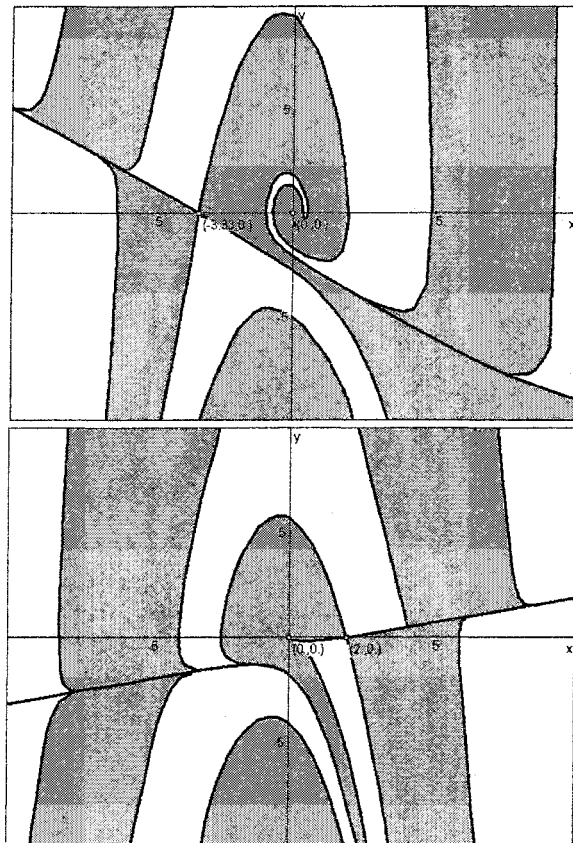


Рис. 9. Области однообразного поведения структур I (сверху) и II (снизу)

После определения линии скольжения требуется установить структуру, которая обеспечит наиболее быстрое приближение к цели управления. В рассматриваемом примере такой структурой является структура II. Соответствующая траектория с начальной точкой  $A_1$  является неустойчивой, и требуется еще одно переключение в точке  $A_2$ , где изображающая точка начинает удаляться от начала координат. Последнее переключение в точке  $A_2$  объясняется меньшей колебательностью структуры II и призвано увеличить быстродействие.

По окончании работы программы синтеза выдаются следующие данные:

Initial: sliding, line:  $y=0.163x+0.131$   
Sw\_point1:  $(-2.813, -0,326)$ ,  $u=-x$

Sw\_point2:  $(2.422, 0,109)$ ,  $u=x$   
Sw\_point3:  $(1.250, -2,609)$ ,  $u=-x$

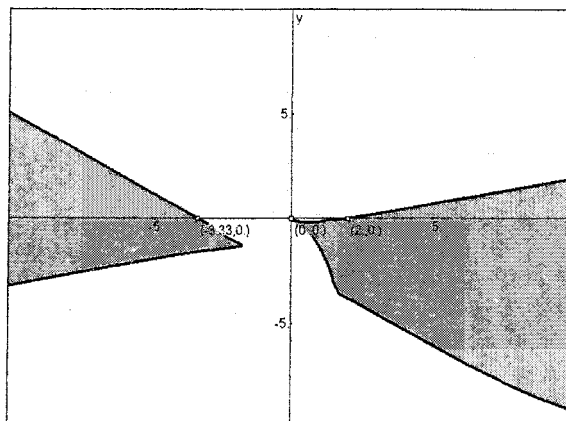


Рис. 10. Области, в которых выполняются условия существования скользящего режима

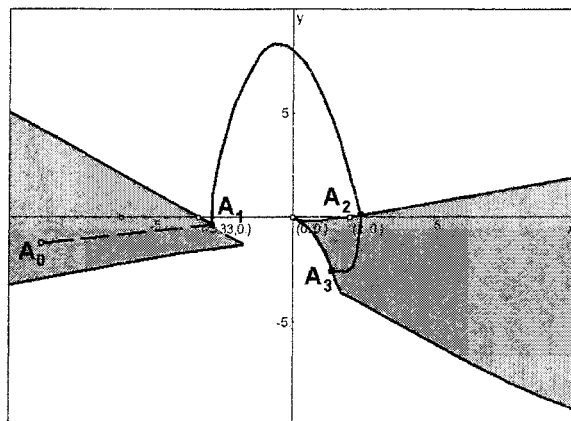


Рис. 11. Синтезированная траектория управления для перехода в начало координат из начальной точки  $A_0$ :

$A_0-A_1$  – скользящий режим;  $A_1-A_2$  – структура II,  $A_2-A_3$  – структура I;  $A_3-(0, 0)$  – структура II

Здесь  $y = 0,163x + 0,131$  – уравнение линии переключения на участке скользящего режима  $A_0-A_1$ , Sw\_point1, Sw\_point2, Sw\_point3 – координаты точек переключения структур,  $u$  – управляющее воздействие после переключения структуры.

**Заключение**

Итак, метод автоматизированного геометрического анализа фазовых пространств вполне подходит для синтеза систем управления, работающих в скользящем режиме. Благодаря этому область применимости данного метода существенно расширяется. Появляется возможность комбинировать различные режимы движения и создавать регуляторы, которые практически невозможно спроектировать каким-либо другим методом. Кроме того, учет областей существования скользящего режима в алгоритме анализа фазового пространства позволяет повысить робастность системы и расширить ее область устойчивости.

**Литература**

1. Zhao F., May J. A., Loh S. C. *Controller Synthesis and Verification for Nonlinear Systems: A computational approach using phase-space geometric models*// *IEEE Control Systems Magazine*. – 1998.
2. Девятков М.А. Автоматический синтез систем автоматического управления на основе фазовых пространств// Информационные, измерительные и управляющие системы и устройства: тем. сб. научн. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – С. 50–52.
3. Pieter J. M., Zhao F., Biswas G. *Sliding mode model semantics and simulation for hybrid systems*// *Hybrid Systems V, Lecture Notes in Computer Science*. – Springer, 1998. – P. 218–237.
4. Уткин В.И. *Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления*. – М.: Наука, 1981. – 368 с.
5. Cheng, D. *Calculation of stability boundary of power systems*. – 2003. – <http://lsc.amss.ac.cn/~dcheng/-stabbound00.pdf>.
6. Stepanenko Y., Chun-Yi Su. *Variable structure control of robot manipulators with nonlinear sliding manifolds*// *International Journal of Control*. – 1993, Vol. 58. – No.2. – P. 285–300.
7. Емельянов С.В. *Системы автоматического управления с переменной структурой*. – М.: Наука, 1967. – 336 с.

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ И ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК ДЛЯ ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ НАРУШЕНИЙ ПСИХИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ (НА МОДЕЛИ АСТЕНИЧЕСКИХ РАССТРОЙСТВ)

*М.А. Бербин, И.А. Скоробогатова, А.В. Щеголеватый*

Все чаще перед современной медициной встают задачи, требующие применения широкого спектра математических методов. Это объясняется тем, что медицина фактически переходит из области описательных в сферу точных наук. Однако использование математики при решении клинических проблем все еще имеет, как правило, опосредованный характер. Особенно это относится к клинической психологии как области науки и практики, находящейся на «стыке» клинической медицины и психологии. Тем не менее, значимость задачи изучения психики человека трудно переоценить. К сожалению, язык математики оказался мало приспособленным для описания живых систем, будь то общество, организм или отдельная клетка. Испытанные принципы, которые эффективно работали при исследовании физических и технических систем, оказались практически непригодными для изучения живого и сложных неживых систем. Для того чтобы найти новые принципы и методы, имеется единственный путь: решение конкретных задач, возникающих в различных нетрадиционных областях применения математики. При этом задачи должны решаться во всей их реальной сложности, без попыток уложить их в прокрустово ложе уже готовых математических моделей. Только при таком подходе можно рассчитывать на то, что решение конкретных задач приведет к развитию новых методологических принципов, имеющих широкое поле приложений.

Одной из областей клинической практики, наиболее подготовленных для восприятия и развития математического обеспечения решения своих задач, является психологическая диагностика (психодиагностика) и ее отраслевой прикладной раздел – клиническая (медицинская) психодиагностика. Последняя все чаще начинает пониматься в значении «психологическая диагностика в клинике» и позволяет решить большое число научных и практических проблем, актуальных для медицины и психологии.

Разнообразие клинических приложений порождает и разнообразие методов, и различие задач клинической психодиагностики. Диагностическая работа клинического психолога чаще всего преследует решение задач дифференциации отклонений, а также степени их выраженности.

Методы клинической психодиагностики представлены преимущественно качественными исследованиями (результаты которых выражаются в основном номинативными данными) и, реже количе-

ственными методами (включая психодиагностические подходы, сформировавшиеся с привлечением информационных компьютерных технологий).

Однако решение задач медицинской психодиагностики в значительной степени осложняется спецификой самой предметной области (клинической медицины), так и спецификой ее основного метода (диагностики – от лат. *dia-* – приставка раз-, рас- и *gnosis-* – познание). Современная клиническая медицина рассматривается как модель предметной области, в которой еще не произошло до конца замещения ее основной характеристики «медицина как искусство» на «медицина как технология». Такое положение позволяет рассматривать ее как пример «нечеткой предметной области», в которой решение задач в значительной степени определяется закономерностями не формальной логики, а аппаратом так называемых «нечетких» логик. При этом сами медицинские явления (симптомы, синдромы, заболевания) отличаются высокой вариативностью, что в значительной степени оставляет клинику за пределами интереса математики как науки, строго описывающей феномены конкретной предметной области.

В структуре клинической медицины отмечается большая вариативность характеристик «четкости – нечеткости» различных ее отраслей. По определению, область нарушений психического здоровья является наиболее «размытой» (по сравнению, например, с хирургией, кардиологией или патологической анатомией, опирающихся в большей или меньшей мере на объективные измерительные данные об морфологических изменениях в организме). В психиатрии в подавляющем большинстве случаев отсутствуют доступные измерению изменения субстрата психической болезни, да и оценка доступных наблюдению проявлений психических расстройств в значительной степени вариативна. Кроме того, и среди психических расстройств отмечается значительная вариативность «четкости – нечеткости» заболеваний (например, от максимально объективируемой эпилепсии или деменции до трудно квалифицируемых неврозов, пограничных психических расстройств или нарушений адаптации)

С другой стороны, само содержание диагностики (и психодиагностики, в частности) как «различительного познания» или «распознавания» до сих пор опирается не на строгие (преимущественно измерительные методы), а на субъективные оценки и критерии, по результатам которых фор-

мируются различные выводы. В их числе: определение класса заболевания («нозологическая диагностика»), различение объектов разных классов («дифференциальная диагностика заболеваний»), определение динамики наблюдаемых изменений объекта исследования («клиника течения заболевания» и т.п.). Решение подобных задач имеет определенные математические аналоги (например, теория распознавания образов). Строго говоря, задача медицинской диагностики (и медицинской психодиагностики в частности) представляет собой пример распознавания объектов-заболеваний в системе определенной медицинской классификации.

Современная ситуация клинической медицинской диагностики характеризуется довольно высокой долей влияния субъективизма экспертов-врачей на результаты о диагностике заболеваний. На этом основании в психологической диагностике, например, выделено отдельное, самостоятельное направление – клинический (экспертный) метод получения и анализа информации (экспертных оценок). Поэтому очень большое внимание необходимо уделять математическим основам предварительной обработки данных, позволяющих повысить меру объективности субъективных оценок экспертов. При этом сами экспертные оценки, не смотря на их балльное выражение (подразумевающее как бы интервальный характер их значений) являются фактически оценками двух видов. Это либо частные случаи результатов измерения (причем по шкалам не мощнее порядковых (ранговых) шкал), либо выражение результатов так называемого «стандартизированного аналитического наблюдения» эксперта (как правило, в виде отметок на континууме биполярных шкал, отражающих, фактически, результаты рейтингования объектов экспертного оценивания).

Одной из распространенных процедур подобного рода является модель шкалирования сравнительных суждений Терстоуна, являющаяся формальным математическим основанием выполненной в исследовании фрагмента сбора экспертных оценок. Многократное попарное предъявление стимулов позволяет в итоге определить частоту предпочтения каждого стимула при сравнении его с остальными, что проявляется построением порядковой шкалы частот предпочтения. На основании теоретического допущения о том, что дисперсия процесса различения каждой пары стимулов распределена по нормальному закону, определяется субъективная разность (различие) между двумя стимулами  $S_i$  и  $S_j$ , измеряемая в единицах дисперсии. Последняя, в свою очередь, может быть оценена по наблюдаемой в опыте частоте суждения типа «стимул  $S_i$  более предпочтительный, чем стимул  $S_j$ ». Определение шкальных значений попарных разностей дает возможность построить шкалу интервалов для оценки необходимого свойства стимулов (выраженность в клинической картине астении), хотя

физические метрические корреляты этой выраженности остаются неизвестными.

Отдельной проблемой исследования является использование математических методов оценки конкордации экспертных оценок. Последняя проблема весьма актуальна в клинической медицине и психиатрии, в особенности, поскольку зачастую диагноз, поставленный одним коллективом экспертов-врачей не совпадает с диагнозом, поставленным их коллегами. Рассогласования подобного рода могут возникнуть не только различными коллективами специалистов, но и даже между экспертами, работающими в одном коллективе. Между тем, численность такого коллектива, как правило, незначительна и не превышает размерности известного в математике числа Ингве–Миллера ( $7 \pm 2$ ), причем чаще всего, – в его нижних границах (например, из-за ограниченности штатного расписания отделений современных больниц). В силу этого оценка согласованности – рассогласованности экспертных оценок малого коллектива экспертов приобретает особое значение. Для решения этой проблемы следует использовать специальные методы многомерного анализа экспертных оценок.

Описанные выше особенности предметной области и метода получения и анализа данных выводят медицинскую психодиагностику в разряд экспертных методов, т.е. методов, отражающих исключительно субъективный опыт и знания врачей, принимающих участие диагностике психических расстройств как объектов предельно «размытой» предметной области. Отметим, что в других областях медицины существуют диагностические системы, позволяющие с достаточно высокой долей уверенности принимать диагностические решения в этих достаточно четких областях.

Поставленная в настоящем исследовании задача требует более детальной характеристики объекта этого исследования – астенических расстройств в структуре нарушений психической адаптации как адекватного представителя так называемых «пограничных расстройств» (заболеваний с клиническими проявлениями, не существенно отличающейся от картины психической нормы, но квалифицируемой как психическая патология).

Пограничные психические расстройства как специфические психопатологические состояния, характеризуются полиморфизмом, системностью формирования патологии, многоуровневостью нарушений психической деятельности и развитием различных вариантов психической и социальной дезадаптации [1]. Многомерность клинических, психологических и социальных проявлений пограничных состояний требует проведения исследования, в котором психологические и психодиагностические данные составляют важную основу методического обеспечения научно-исследовательской работы как психологов, так и клиницистов разнообразных специальностей [6].

Одной из важных проблем исследования пограничных психических нарушений является установление роли и механизмов развития астенических расстройств и их влияния на формирование различных форм психической дезадаптации и клинических вариантов пограничных состояний. Об основополагающей и причинной роли астенического синдрома в развитии психопатологической симптоматики указывал еще А.В. Снежневский [5]. При этом важным для понимания интимных звеньев этиопатогенетических механизмов развития психических нарушений пограничного уровня является замечание А.В. Снежневского о том, что астенические расстройства относятся к числу наименее специфических проявлений нервно-психической патологии. Неспецифичность астенического симптомокомплекса, формирующегося в ответ на психогенные воздействия, делает его наиболее трудным для психологической диагностики экспертами-врачами-психиатрами и психологами-психодиагностами.

Таким образом, настоящее исследование преследует основную цель – формирование модели астенического компонента нарушений психической адаптации (адекватного феномена «нечеткой» предметной области) на основании специальным образом организованной математико-статистической обработки экспертных оценок (оценок и выводов врачей и психологов), учитывающих специфику их получения (субъективный характер полученных данных и «нестрого-логичные» основания вынесения выводов). Отдельным фрагментом работы являлось получение моделей двух вариантов астенических расстройств (неврастении и церебрастении), как своеобразных эталонов при проведении дифференциальной диагностики этой группы нарушений. Методологическими основами работы являлись прикладные аспекты применения теории распознавания образов, методы получения и обработки экспертных оценок, методы математического моделирования, методы психологического шкалирования.

### **1. Постановка задачи**

В наиболее общем случае задача распознавания образов может быть определена таким образом. В предметной области содержится некоторая совокупность объектов или явлений. Априорная информация об объектах позволяет разделить их на ряд классов (образов), непересекающихся с точки зрения выбранного принципа классификации. Однако в начале этот набор (алфавит классов) может быть и не определен. Формируется словарь признаков, т.е. входных сигналов для системы распознавания, на языке которого описывается каждый класс объектов. Этот словарь до начала работы системы распознавания является, как правило, избыточным, т.е. содержит заведомо больше информации об объектах, чем это необходимо для определения принадлежности объектов к классам. Принципиально возможно обеспечить определение значений всех признаков словаря у существующих объектов предмет-

ной области. Необходимо задать алгоритмы обработки информации, поступающей на вход системы распознавания, и выдачи сигналов другим системам такие, что решения о принадлежности объектов классам обеспечат наиболее эффективное их использование при достижении поставленных целей.

Особенностями применения метода в настоящем исследовании явилось то, что в предметной области «Нарушения психической адаптации» в сегменте «Астенические расстройства» находятся 2 объекта – «Невротическая астения» (НА) и «Церебрастения» (ЦА). Совокупности описывающих их признаков имеют области пересечения (как проявления общности класса астенических расстройств) и, в тоже время, имеют существенные различия в наборах этих признаков, позволяющих классифицировать их как самостоятельные подклассы со специфическими характеристиками, делающими их доступными для дифференцирования (в частном случае – дискриминирования). Словарь этих признаков формировался путем отбора существенных характеристик НА и ЦА из баз знаний – классификационных справочников психических заболеваний, а также путем специально организованной работы с экспертами-психиатрами и психологами по формированию базы знаний методами Data Mining («добычка», «раскопка данных», «обнаружение знаний в базах данных» – Knowledge Discovery in Databases). Избыточность полученного словаря устранялась посредством оценки экспертами представленности каждого признака (симптома) в клинической картине НА и ЦА с последующей обработкой экспертных оценок по специальному алгоритму. Решение о принадлежности объекта к искомому классу осуществлялось на основании сопоставления их с соответствующим моделями.

В наиболее обобщенном виде можно отметить, что поставленные цели исследования включали последовательное решение ряда проблем:

1. Решение задачи автоматической классификации многопараметрических объектов нечеткой предметной области на основе построения системы распознавания.

2. Исходными данными для построения такой системы распознавания являются полученные специальным образом знания и оценки экспертов – специалистов в области психиатрии и клинической психологии.

3. Для предварительного анализа экспертных оценок целесообразно использовать методы обработки экспертных оценок, а также методы многомерного анализа данных.

### **2. Этап формирования набора признаков неврастении и церебрастении как модели объектов нечеткой предметной области «нарушений психической адаптации»**

Собранный на этапе анализа научных литературных источников по проблеме астении, самооценки индивидуального субъективного опыта

клинической и психологической диагностики и терапии церебрастении и неврастении материал был формализован, структурирован и представлен в виде исходного списка признаков (симптомов) для последующего экспертного оценивания экспертной комиссией из числа врачей-психиатров и психотерапевтов.

На вход процедуры экспертного оценивания подавалась матрица, содержащая следующие переменные, фактически – симптомы астении (в скобках приведены их условные обозначения, применяемые далее в тексте):

1. Раздражительность ( $x_1$ ).
2. Утомляемость ( $x_2$ ).
3. Головокружение ( $x_3$ ).
4. Нарушение сна ( $x_4$ ).
5. Головная боль ( $x_5$ ).
6. Ощущение психической усталости ( $x_6$ ).
7. Раздражительность в виде гнева ( $x_7$ ).
8. Эмоциональная лабильность ( $x_8$ ).
9. Вегетативные реакции ( $x_9$ ).
10. Беспокойство ( $x_{10}$ ).
11. Снижение когнитивной продуктивности ( $x_{11}$ ).
12. Изменение чувствительности ( $x_{12}$ ).
13. Мышечное напряжение ( $x_{13}$ ).
14. Неспособность к релаксации ( $x_{14}$ ).
15. Усиление реакции на испуг ( $x_{15}$ ).
16. Ипохондризация ( $x_{16}$ ).
17. Угрюмость ( $x_{17}$ ).
18. Напряженность ( $x_{18}$ ).
19. Апатия ( $x_{19}$ ).
20. Нарушение аппетита ( $x_{20}$ ).
21. Сниженная устойчивость к стрессу ( $x_{21}$ ).
22. Чрезмерность переживаний ( $x_{22}$ ).
23. Повышение уровня бодрствования ( $x_{23}$ ).
24. Повышение психической чувствительности ( $x_{24}$ ).

На первом этапе исследования эксперты оценивали по пятибалльной шкале выраженность (интенсивность) каждого симптома отдельно для клинической картины НА и ЦА. С целью увеличения размерности массива экспертных оценок проводилось также экспертное оценивание субъективной важности каждого симптома в диагностической парадигме каждого эксперта. При исследовании исходили из постулата, что при одинаковых показателях интенсивности того или иного симптома большее значение экспертной оценки имеет тот признак, субъективная значимость которого для эксперта более высокая. Полученные подобные «взвешенные» экспертные оценки вида « $a \cdot p$ » позволили придать экспертным оценкам двумерную характеристику.

Оценку степени важности диагностических признаков эксперты производили путем заполнения специальной таблицы, где в строках и столбцах представлены эти симптомы.

Верхние и нижние полуматрицы применялись соответственно для экспертной оценки важности вклада каждого симптома в клиническую картину

астении и построения ее синдромологической структуры. В случае предпочтения (большей субъективной важности в индивидуальной диагностической модели эксперта) признака из столбца перед признаком из строки выставлялся «+» (в противном случае – ставилась отметка «-»). В дальнейшем эти данные использовались для вычисления рангов признаков астенических состояний путем определения количества факторов (переменных), менее значимых для диагностики.

Степень совместной встречаемости (ассоциированности) симптомов между собой в общей клинической картине астенического расстройства экспертами оценивалась в ячейках нижней полуматрицы путем вынесения экспертных оценок от 1 до 10 на соответствующих пересечениях таблицы (при этом максимальной сцепленности симптомов соответствовало значение 10, а минимальной – 1).

На вход процедуры обработки экспертных оценок подавался набор анкет, содержащих экспертные оценки коллектива врачей, состоящего из 5 человек. Анкеты отражают совокупные оценки экспертов двух распространенных нозологических (т.е. закрепленных в медицинской классификации психических расстройств) форм астенических состояний: невротической астении (НА) и церебрастении (ЦА). В математически-обобщенном виде каждая нозология (ЦА и НА) может рассматриваться как вектор целочисленных 24 параметров, характеризующих выраженность симптомов этих заболеваний в 5-мерном пространстве экспертных суждений. Также для каждой нозологии имеются показатели важности и ассоциированности симптомов в составе синдромов и других проявлений клинической картины заболевания.

Задачами этого этапа являлись определение и выполнение ряда математических процедур и алгоритмов, позволяющих:

- проанализировать степень согласованности экспертных оценок для определения возможности их дальнейшего использования в задаче диагностики;
- построить 3 аналитических модели: линейную ранговую модель, факторно-аналитическую модель и модель, полученную на основе метрик многомерного субъективного шкалирования с целью исследования свойств исходного пространства признаков для получения факторного пространства и построения субъективных пространств, объясняющих сцепленность признаков для каждого вида астении;
- задать решающее правило, позволяющее в пространстве признаков определять тип любого нового случая астенического расстройства (не использовавшегося в обучающей выборке) по значениям экспертных оценок;
- на основе этого правила построить экспертную систему диагностики астенических состояний.

### 3. Предварительная обработка данных

Для предварительной обработки полученных данных были применены следующие методы экспертных оценок:

- метод ранговой корреляции,
- метод интеграции экспертных оценок.

### 3.1. Метод ранговой корреляции

Метод ранговой корреляции [7] используется для исследования связей между признаками (факторами), не имеющими количественного измерения (по крайней мере – между признаками, результаты измерения которых представлены в значениях неинтервальных шкал). Мерой измерения симптома выступает его относительная интенсивность по сравнению с интенсивностью другого признака. Количественной характеристикой интенсивности признака служит номер (ранг) этого симптома в общей иерархии признаков НА и ЦА.

Ранги, не являясь количественными категориями, в тоже время характеризуют упорядоченность симптомов в соответствии со степенью выраженности их интенсивности (но не саму величину интенсивности той или иной симптоматики). Математический смысл ранжирования не противоречит сложившейся клинической диагностической практике: врачом-экспертом в клинической картине заболевания оценивается не выраженность симптома в баллах, а его преобладание над другими признаками болезни (доминирующий симптом). Основная цель применения метода ранговой корреляции в решении поставленной задачи заключалась в определении степени согласованности экспертов и оценки на основании этого возможности использования полученных экспертных мнений в дальнейших исследованиях и диагностике.

Получение и обработка экспертных оценок методом ранговой корреляции включал в себя ряд этапов.

На этапе сбора экспертных оценок каждому специалисту предлагалось предлагается дать оценку каждому фактору (симптому), путем присвоения ему рангового номера, от 1 до  $n$  (в частном случае – до 24). При этом наиболее значимому фактору присваивался ранг 1, в случае равнозначности факторов в субъективной метрике эксперта им присваивается одинаковый ранг («связанные ранги»). Результаты ранжирования контролировались по общепринятому правилу: сумма рангов, полученная в результате ранжирования  $n$  факторов, должна быть равна сумме чисел натурального ряда.

На основании анкет сформирована сводная матрица рангов, представленная в табл. 1, где

$$\Delta = \sum_{i=1}^m x_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ij}. \quad (1)$$

После заполнения сводной матрицы рангами и проверки правильности ее составления путем расчета контрольной суммы по формуле

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = \frac{1}{2}(1+n)n \quad (2)$$

исчислялись суммы всех столбцов, которые должны быть равны между собой и контрольной сумме.

Кроме того, в сводной матрице рангов (см. табл. 1) подсчитывалась сумма каждой строки и сумма строк, которая в идеале должна совпадать с суммой по столбцам, то есть

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}. \quad (3)$$

При анализе существенности факторов (симптомов) НА и ЦА исходным являлся тезис о том, что фактор с наименьшей суммой рангов имеет наименьшее значение и, наоборот, фактор с наибольшей суммой рангов оценивается экспертами как наиболее важный в оценке заболевания. Для наглядности представления результатов оценивания экспертами факторов были построены гистограммы распределения сумм рангов значимости изучаемых факторов, позволяющие сгруппировать их по степени значимости.

Полученные оценки факторов можно считать достоверными только при условии хорошей согласованности экспертов, для чего производится обобщение мнений экспертов (оценка средней степени согласованности мнений экспертов), путем исчисления коэффициента конкордации. Коэффициент конкордации  $W$  вычислялся по следующей формуле:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}, \quad (4)$$

где

$$S = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ij} \right)^2 = \sum_{j=1}^n \Delta^2. \quad (5)$$

Величина  $S$  занесена в табл. 1. Значение коэффициента конкордации лежит в пределах:  $0 \leq W \leq 1$ . При полном совпадении мнений экспертов значение  $W \rightarrow 1$ , при рассогласовании –  $W \rightarrow 0$ . Для случаев присутствия в таблице связанных рангов коэффициент конкордации исчисляется по формуле:

$$W = S \left( \frac{1}{12} m^2 (n^3 - n) - m \sum_{i=1}^m T_i \right)^{-1}, \quad (6)$$

где

$$T_i = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^n (t^3 - t), \quad (7)$$

где  $t$  – число связанных рангов в каждом, столбце матрицы рангов.

Величина  $T_i$  определяется для каждой графы, где представлены связанные ранги. Например, если в графе  $i$  имеются следующие связанные ранги: 3 – два, 5,5 – два, то

$$T_i = \frac{1}{12} \left( (2^3 - 2) + (2^3 - 2) \right) = 1. \quad (8)$$

Таким путем определяются все значения  $T_i$ , а затем подсчитывается  $\sum_{i=1}^m T_i$ .



Необходимым этапом исследования являлась проверка уровня значимости полученных коэффициентов конкордации (проверка предположения о неслучайности согласованности экспертов). Актуальность этой процедуры определяется также

ных экспертных оценок формулирует выводы и рекомендации.

### 3.2. Метод интеграции экспертных оценок

Метод интеграции экспертных оценок позволяет построить суммарную оценку объекта, т.е.

Таблица 1

Матрица рангов

Факторы	Эксперты							$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ij}$	$\Delta$	$\Delta^2$
	1	2	3	...	$i$	...	$M$			
1	$x_{11}$	$x_{21}$	$x_{31}$	...	$x_{i1}$	...	$x_{m1}$	$\sum_{i=1}^m x_{i1}$		
2	$x_{12}$	$x_{22}$	$x_{32}$	...	$x_{i2}$	...	$x_{m2}$	$\sum_{i=1}^m x_{i2}$		
3	$x_{13}$	$x_{23}$	$x_{33}$	...	$x_{i3}$	...	$x_{m3}$	$\sum_{i=1}^m x_{i3}$		
...	...	...	...	...	...	...	...	...		
$j$	$x_{1j}$	$x_{2j}$	$x_{3j}$	...	$x_{ij}$	...	$x_{mj}$	$\sum_{i=1}^m x_{ij}$		
...	...	...	...	...	...	...	...	...		
$n$	$x_{1n}$	$x_{2n}$	$x_{3n}$	...	$x_{in}$	...	$x_{mn}$	$\sum_{i=1}^m x_{in}$		
$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}$	$\sum_{j=1}^n x_{1j}$	$\sum_{j=1}^n x_{2j}$	$\sum_{j=1}^n x_{3j}$	...	$\sum_{j=1}^n x_{ij}$	...	$\sum_{j=1}^n x_{mj}$			$S$

весьма малым объемом выборки экспертов (высоковероятная случайность результата из-за возможной нерепрезентативности выборки). Для оценки значимости коэффициента конкордации вычислялся критерий согласия  $\chi^2$  (критерий Пирсона), который определяется по формуле:

$$\chi^2 = S \left( \frac{1}{12} mn(n+1) \right)^{-1} \quad (9)$$

При наличии связанных рангов применялась модифицированная формула:

$$\chi^2 = S \left( \frac{1}{12} mn(n+1) - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^m T_i \right)^{-1} \quad (10)$$

Вычисленное значение  $\chi^2$  сравнивалось с табличным [4] значением  $\chi^2$  для соответствующего числа степеней свободы  $K = n - 1$ , и при заданном уровне значимости  $\alpha$ .

При условии  $\chi_{эмп}^2 < \chi_{табл}^2$  принималась гипотеза о случайном характере полученного коэффициента конкордации  $W$ , при  $\chi_{эмп}^2 > \chi_{табл}^2$  значение  $W$  рассматривалось как величина неслучайная, характеризующая наличие определенной степени согласованности мнений экспертов.

Исходя из цели поставленной задачи, рабочая группа экспертной комиссии на основе проведен-

подсчитать так называемый «интегральный рейтинг» путем суммирования оценок, которые эксперты дают различным параметрам объекта. Поскольку более важные показатели должны вносить больший вклад в общую диагностическую картину астенического расстройства, чем второстепенные, то в интегральной оценке такие признаки (симптомы) должны отражаться более весомым коэффициентом. В этом случае обобщенная формула рейтинга  $R$  имеет следующий вид [5]:

$$R = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \dots + p_k a_k, \quad (11)$$

где  $a_1$  – оценка объекта по 1-му показателю;  $a_k$  – оценка объекта по  $k$ -му показателю;  $p_1$  – значимость 1-го показателя;  $p_k$  – значимость  $k$ -го показателя.

В связи с нелинейным характером представленности симптомов НА и ЦА при психодиагностическом исследовании пациентов каждый симптом фактически описывается оценкой, вынесенной в значениях порядковой шкалы. Однако при том порядковая шкала отражает субъективную оценку выраженности симптома, а не значения в их иерархии (в нашем случае – не ранг в системе 24 признаков, а оценку выраженности симптома в значениях пятибалльной шкалы). В то же время для исчисления интегрального рейтинга возникает необходимость перевода ранговых показателей выраженности признаков в значения линейной шкалы. С этой целью проводилось



линейное отображение результатов с применением коэффициента пропорциональности вида

$$k = (x_0 - 1)/(x_p - 1),$$

где  $x_0$  и  $x_p$  – размеры шкалы опроса и ранговой шкалы соответственно. Для удобства расчетов полученные новые значения округляются до ближайшего целого. В итоге формула отображения принимает вид:

$$a_{ni} = k(a_{ci} - 1) + 1, \quad (12)$$

где  $a_{ni}$  – новое значение показателя выраженности признака,  $a_{ci}$  – его старое значение.

Для обработки и анализа взвешенных экспертных оценок был использован известный в психодиагностике и психометрике алгоритм, предложенный А.Г. Шмелевым и реализованный в одноименной компьютерной программе анализа экспертных оценок. В данном алгоритме производится подсчет двух видов рейтингов:

1. Рейтинг по сумме критериев.
2. Рейтинг по отдельным критериям.

Применяемая в алгоритме формула подсчета рейтинга является более сложной и универсальной по сравнению с формулой (11), поскольку позволяет нормировать рейтинг к единой шкале от 1 до 1000 с учетом разного количества показателей, разного  $n$  количества экспертов, а также разных оценок  $a_i$  объекта и значимости  $p_i$  для  $k$  критериев (признаков), выносимых разными экспертами. В итоге формула рейтинга для оценки объекта по сумме критериев имеет вид:

$$R = \frac{1000}{sw \cdot Grad \cdot n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k a(i, j) p(i, j), \quad (13)$$

где  $a(i, j)$  – оценка объекта  $i$ -м экспертом по  $j$ -му критерию,  $p(i, j)$  – вес  $j$ -го критерия у  $i$ -го эксперта,  $k$  – число критериев,  $sw$  – усредненная по количеству экспертов сумма весов всех критериев,  $n$  – число экспертов,  $Grad$  – число градаций шкалы (в данном случае – 5).

Разные объекты в исследуемых данных могут быть неодинаково адекватно оценены экспертами по разным критериям (симптомам). С этой целью расчет рейтинга проводился отдельно по каждому критерию.

Формула расчета рейтинга по отдельному признаку имеет вид:

$$R(i, j) = \frac{100}{Grad \cdot n} \sum_{k=1}^n a(i, j, k), \quad (14)$$

где  $a(i, j, k)$  – оценка  $i$ -го объекта по  $j$ -му критерию  $k$ -м экспертом,  $Grad$  – число градаций шкалы,  $n$  – количество экспертов.

Затем проводилось ранжирование всех объектов (НА и ЦА) «по нисходящей». После обработки описанным выше способом всех экспертных оценок были построены две модели многомерного анализа образов: факторно-аналитическая модель и модель многомерного шкалирования. Для этого были ис-

пользованы стандартные методы: метод главных компонент [3] и алгоритм Янга–Торгерсона [2].

#### 4. Результаты численного решения задачи построения модели астенических расстройств

С целью определения возможности использования экспертных оценок в исследованиях, проводимых экспертами-психологами в области диагностики астенических состояний был применен метод ранговой корреляции. Коэффициент конкордации ( $W = 0,508$  для случая НА и  $W = 0,616$  для ЦА) показал среднюю степень согласованности экспертов при оценке обоих случаев астенических состояний. Рассчитанные значения  $\chi^2$  ( $\chi^2 = 58,385$  и  $\chi^2 = 70,795$  соответственно) оказались больше табличных значений этого показателя ( $\chi^2_{\text{табл}} = 35,2$  для числа степеней свободы  $K = n - 1 = 24 - 1 = 23$  при заданном уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ), то был сделан вывод о неслучайном характере значения коэффициента конкордации экспертных оценок.

С учетом описанных во введении проблем с повышением меры объективности априорно субъективных экспертных оценок, выносимых в рамках клинической диагностики и медицинской психодиагностики, полученный результат следует считать весьма удовлетворительным, позволяющим доверять рассчитанным на следующем этапе исследования данным математико-статистической обработки оценок факторов (симптомов), характеризующих невротическую астению и церебрастению.

Для расчета интегрального показателя проводилось линейное отображение экспертных оценок с расчетом коэффициентом пропорциональности

$$k = (5 - 1)/(24 - 1) \approx 0,174,$$

что привело (12) к виду:

$$a_{ni} = 0,174(a_{ci} - 1) + 1.$$

На основании результатов линейного отображения экспертных оценок была построена линейная рейтинговая модель двух видов астении. Результаты вычислений показали незначительное различие в величине рейтинга у данных нозологий ( $R_{\text{НА}} = 574$  и  $R_{\text{ЦА}} = 578$ ), что свидетельствует о близости (малой дифференцированности) их субъективной значимости при клинической и психологической диагностике неврастении и церебрастении.

Вместе с тем, установлено некоторое различие в моделях НА и ЦА, построенных на основании расчета интегрального рейтинга этих объектов по отдельным симптомам. Наиболее существенные различия получены для переменных  $x_2$  (утомляемость),  $x_3$  (головокружение),  $x_5$  (головная боль),  $x_{16}$  (ипохондризация),  $x_{19}$  (апатия),  $x_{20}$  (нарушение аппетита),  $x_{21}$  (сниженная устойчивость к стрессу),  $x_{22}$  (чрезмерность переживаний). Итоговые результаты рассчитанных интегральных рейтинговых моделей НА и ЦА представлены в табл. 2.

Проведен многомерный анализ экспертных оценок методами психологического шкалирова-

ния. С помощью факторного анализа были найдены скрытые факторы, действием которых объясняются закономерности динамики значений признаков астенических состояний.

Таблица 2

Таблица значений интегральных рейтинговых моделей неврастении (НА) и церебрастении (ЦА), рассчитанные по экспертным оценкам отдельных симптомов

Фактор	Рейтинг НА	Рейтинг ЦА
$x_1$	80	80
$x_2$	100	80
$x_3$	56	72
$x_4$	72	76
$x_5$	60	84
$x_6$	80	80
$x_7$	56	68
$x_8$	84	88
$x_9$	72	88
$x_{10}$	56	64
$x_{11}$	68	68
$x_{12}$	56	56
$x_{13}$	48	52
$x_{14}$	64	52
$x_{15}$	52	44
$x_{16}$	32	60
$x_{17}$	32	40
$x_{18}$	44	40
$x_{19}$	56	36
$x_{20}$	56	28
$x_{21}$	76	52
$x_{22}$	60	32
$x_{23}$	36	24
$x_{24}$	48	56
$R$	574	578

Для реализации процедуры факторного анализа использовалась статистическая программа Statistica версии 5.1. Формально-статистические показатели достаточности числа выделенных факторов приведены в табл. 3.

Таким образом, вариация шести первых главных компонент определила 89,1 % общей дисперсии переменных. Факторно-аналитическое решение позволило построить субъективные пространства, определяющие факторную сцепленность признаков и вычислить их координаты в этих пространствах.

Центрированные первоначальные показатели оказались следующими линейными комбинациями первых семи главных компонент (всего приведены значения факторных нагрузок только первых 3 переменных):

$$\begin{aligned}
 x_1 &= -0,44 \cdot f_1 + 0,07 \cdot f_2 - 0,79 \cdot f_3 + 0,07 \cdot f_4 + \\
 &+ 0,38 \cdot f_5 - 0,03 \cdot f_6 + 0,11 \cdot f_7; \\
 x_2 &= 0,80 \cdot f_1 + 0,21 \cdot f_2 - 0,41 \cdot f_3 + 0,29 \cdot f_4 - \\
 &- 0,07 \cdot f_5 + 0,01 \cdot f_6 + 0,11 \cdot f_7; \\
 x_3 &= -0,68 \cdot f_1 + 0,56 \cdot f_2 + 0,06 \cdot f_3 - 0,09 \cdot f_4 - \\
 &- 0,03 \cdot f_5 - 0,05 \cdot f_6 - 0,35 \cdot f_7.
 \end{aligned}$$

Всего после анализа факторных нагрузок установлено, что показатели переменных  $x_2, x_{19}, x_{20}, x_{21}$  имеют достаточно высокие нагрузки на первую компоненту ( $r > 0,7$ ), показатели  $x_4, x_{11}, x_{14}, x_{24}$  – на вторую, а показатель  $x_1$  – на третью. Таким образом, далее эксперт-психолог имеет возможность провести содержательную интерпретацию компонентам как «скрытым» обобщенным факторам.

Таблица 3

Статистические показатели для определения минимального количества факторов

Фактор	Собственное значение	% объясняемой дисперсии	Кумулятивный % объясняемой дисперсии
1	7,18	29,9	29,9
2	5,04	21,0	50,9
3	3,17	13,2	64,1
4	2,46	10,2	74,4
5	1,92	8,0	82,4
6	1,63	6,8	89,1
7	1,12	4,7	93,8
8	0,91	3,8	97,6
9	0,58	2,4	100,0
10	0,00	0,0	100,0
...	...	...	...
24	0,00	0,0	100,0

В таком случае первый фактор можно определить как фактор «Апатичной утомляемости и сниженной толерантности к стрессу» (29,9 % дисперсии значений всех переменных), второй фактор – как «гиперсенситивная напряженность и когнитивное снижение» (21 %), а третий фактор оказался монополярным и не вызывает проблем в содержательной его интерпретации – фактор «астенической раздражительности» (13,2 % вариативности экспертных оценок). В целом эти три фактора охватывают почти  $\frac{2}{3}$  разброса всех экспертных оценок (63,2 %).

В полученном факторном пространстве была предпринята попытка varimax-вращения полученной факторной структуры. Однако в итоге новые ортогональные факторные структуры не были более простыми ни по составу факторов, ни в целом по факторному решению. Поэтому за основу результатов данного этапа исследования была принята первоначально полученная факторно-аналитическая модель.

Целью последнего этапа исследования являлось построение пространственной субъективной модели методами многомерного шкалирования путем преобразования экспертных оценок степени ассоциированности симптомов в синдромологической структуре неврастении и церебрастении. Ис-

ходными данными для многомерного шкалирования являлись две обобщенные матрица усредненных различий, полученная путем преобразования составленных экспертами матриц ассоциированности признаков НА и ЦА.

Для реализации процедуры многомерного шкалирования использовалась система обработки и анализа данных SPSS версии 10.0. Применялись стандартные процедуры многомерного шкалирования: неметрическим методом (Ordinal) обрабатывались исходные данные (Distances), внесенные квадратно-симметричную матрицу сходств (Square Symmetric), с определением минимального и максимального количества ожидаемых осей многомерного пространства (Dimensions) от 2 до 6, с отслеживанием изменения величины «стресса» (Minimum S-stress по Янгу) на каждом шаге итерации при Maximum Iterations = 30.

Предварительный анализ полученных результатов, показал, что пространства с 6 измерениями являются наиболее подходящими из всех рассмотренных. Однако более обоснованный вывод о минимальной размерности представляет большую сложность в связи со сложностью интерпретации распределения экспертных оценок в шестимерном пространстве. Попытка построения 2- и 3-мерных графических моделей субъективного пространства не позволила определить характеристики исследуемых признаков на графике применительно к каждой оси полученного пространства в силу недостаточной компетенции экспертов-психологов в вынесении по возможности простых и однозначных интерпретаций.

Одной из важных практических реализаций выполненного многомерного исследования явилась разработка и создание программного продукта класса экспертной системы (ЭС), опирающегося на описанные выше разработанные принципы сбора экспертных оценок и интерпретации результатов, использования результатов теоретического этапа и этапа математико-статистической обработки оценки симптоматики неврастении и церебрастении.

### **5. Характеристика экспертной системы**

При построении ЭС анализировались все описанные во введении особенности информации об изучаемых об объектах исследования (количество объектов в обучающей выборке; количество слов в словарях признаков и классов; мера объективности признаков, характеризующих объекты НА и ЦА; мера четкости и структурированности предметной области).

Учитывались все условия применения ЭС, и, как следствие, определялись предъявляемые к ней требования: где и кем будет использоваться система; возможность модификации свойств системы; требования к особенностям представления результатов классификации.

Эти требования и определили те концепции и классы методов, которые в итоге были использованы для разработки алгоритмов.

1. Детерминистский подход из-за отсутствия статистических характеристик распределения значений признаков объектов НА и ЦА.

2. Целочисленные данные – экспертные оценки в результатами, представленными по шкале порядка позволяют рассматривать характеристики объектов как вещественные, субстантивированные. Такое допущение приводит к потере некоторого количества информации об объектах вследствие принципиального отсутствия дробных и промежуточных дробных значений. Вместе с тем, сама предметная область преимущественно характеризуется качественными показателями объекта исследования (представление результатов в значениях номинативных шкал) и не предъявляет в силу этого строгих требований к точности исходных данных. Это позволяет нивелировать факт «не строгой» формы значений симптомов НА и ЦА. С другой стороны, такое допущение позволяет эффективно использовать геометрическую интерпретацию задачи классификации и не вызывает чрезмерного усложнения разрабатываемых подходов.

3. Априорно-построенный способ извлечения информации из достаточно небольшого коллектива экспертов, а также описанные выше особенности предметной области делают необходимым включение в состав системы распознавания образов таких методов построения решающих правил, которые основаны на вычислении величины расстояния между точками, определяющих местоположение объектов в пространстве факторов.

4. Диагностику целесообразно проводить в исходном признаковом пространстве посредством предъявления определенным образом организованной электронной карты экспертного оценивания. При этом затраты на обработку новой информации будут невелики.

Учитывая условия применения ЭС, представляется целесообразным выводить результат экспертного оценивания нового испытуемого в виде набора расстояний от новой точки до всех точек обучающей выборки, а также представить распределения голосов экспертов в пользу вероятного проявления каждой нозологии. Такого рода обработка данных основана на принципе определения максимального и минимального из вычисленных расстояний. При этом априори наименьшее из полученных расстояний будет соответствовать наиболее вероятному астеническому состоянию (НА или ЦА), а наибольшее – наименее вероятному клиническому варианту.

При создании экспертной системы учитывался факт различного веса разных признаков объектов у разных экспертов. Поэтому при подсчете расстояний между точками в пространстве признаков определялись веса всех переменных у каж-

дого эксперта. Формула для вычисления расстояний примет вид:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^{24} \left(1,8 - \frac{p_{jk}}{5}\right)^2 (a_k - \hat{a}_{ijk})^2}, \quad (15)$$

где  $d_{ij}$  – расстояние от исследуемого объекта до оценки  $j$ -го эксперта  $i$ -й нозологии,  $p_{jk}$  – вес  $k$ -го критерия у  $j$ -го эксперта ( $3 \leq p_{jk} \leq 5$ ),  $a_k$  – выраженность  $k$ -го критерия исследуемого объекта,  $\hat{a}_{ijk}$  – оценка выраженности  $k$ -го критерия  $j$ -го эксперта у  $i$ -й нозологии.

Таким образом, разработанная ЭС позволяет решать задачу дифференциальной диагностики мягких, стертых форм пограничных психических расстройств, и дифференциальной диагностики астенических состояний, в частности. Отмечается следующие четыре аппаратно-программно решенные на РС класса Pentium основные этапы функционирования ЭС.

1. Загрузка экспертных оценок.
2. Проведение опроса.
3. Расчет показателей исследуемого объекта.
4. Вывод полученных результатов.

Отдельно от диалогового блока ЭС в задачу диагностики астенических состояний в алгоритм психодиагностического обследования входит этап принятия решения о наиболее вероятной форме астении, принцип вывода которого описан выше.

В настоящее время разработанная ЭС проходит адаптацию в условиях клиники пограничных нервно-психических расстройств при диагностике нарушений психической адаптации в форме астенических расстройств (а конкретно, неврастении и церебрастении).

### Заключение

Предварительный анализ экспертных оценок параметров астении методом ранговой корреляции показал возможность детального изучения исходных данных. Таким образом, полученные в ходе опроса экспертов-психиатров и психологов оценки факторов, характеризующие два наиболее распространенных вида астенических состояний – невротическую астению и церебрастению, по степени субъективной значимости их симптомов для врачей при выполнении процедур медицинской психодиагностики, были подвергнуты математико-статистическому анализу по разработанному алгоритму. Построенная таким образом факторно-аналитическая модель, а также модель многомерного шкалирования были использованы врачами и

психологами в их исследовательской работе по накоплению опыта в диагностике астении. Построенные с этой же целью рейтинговые модели рассмотренных выше двух видов астении показали определенные различия в статистических характеристиках рассмотренных нозологий. Эти различия позволяют, тем не менее, проводить процедуры клинической и психологической диагностики невротической астении и церебрастении.

В процессе работы над проблемой диагностики астенических состояний были определены принципы работы экспертной системы и интерпретации рассчитываемых ею показателей. При создании экспертной системы, в силу особенностей исходных данных, для реализации процедур распознавания был выбран подход, при котором образ задается совокупностью известных точек своего класса. При этом для принятия экспертом решения о принадлежности точки к классу анализируется её расположение относительно всех точек, входящих в этот класс. Включение в формулу подсчета расстояния между точками в пространстве признаков коэффициентов, определяемых субъективной важностью признаков для каждого эксперта, позволило применить более точный принцип диагностики. Принятие окончательного решения о наличии той или иной формы астенического расстройства осуществляется с помощью дополнительного вероятностного критерия.

### Литература

1. Александровский Ю.А. *Пограничные психические расстройства*. – М.: Медицина, 2000. – 495 с.
2. Гусев А.Н., Измайлов Ч.А., Михалева М.Б. *Измерение в психологии. Общий психологический практикум*. – М.: Смысл, 1997. – 288 с.
3. Колемаев В.А., Калинина В.Н. *Теория вероятностей и математическая статистика*. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 302 с.
4. Розанов Ю.А. *Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика: Учебник для вузов*. – М.: Наука, 1985. – 320 с.
5. Снежневский А.В. *Клиническая психопатология. Т. 1: Руководство по психиатрии*. – М.: 1983.
6. Собчик Л.Н. *Введение в психологию индивидуальности*. – М.: 1997. – 480 с.
7. Тарасевич В.М., Ведерникова Н.И. *Методы экспертных оценок и их приложение к ценообразованию*. – Л.: ЛФЭИ, 1989. – 80 с.
8. Шмелев А.Г. *Основы психодиагностики*. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1996. – 544 с.

# ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ И ПРОГНОЗА НАРУШЕНИЙ ПСИХИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ

*М.А. Берebin, С.В. Пашков*

В последние десятилетия в научной и прикладной психологии в целом, и клинической психодиагностике, в частности, интенсивно разрабатываются методология и методы обработки информации, основанные на современных информационных технологиях. Применение таких методов позволяет успешно решать актуальные задачи, стоящие перед медицинской и психологической наукой и практикой [6]. Однако в основном применение современных информационных технологий в клинический и психологической практике ограничено созданием развитых баз диагностических данных. Значительно реже представлены исследования, связанные с разработкой эффективных методов анализа информации, построением интеллектуальных систем. Дальнейшему развитию этого направления современной психологической диагностики препятствует слабое знакомство специалистов-психологов не только с большинством современных методов обработки и анализа данных, но и зачастую даже с методами традиционной прикладной статистики (математико-статистического анализа). Поэтому с сожалением стоит отметить печальный факт утраты психологией одного из лидирующих мест по применению современных (применительно к своей эпохе) технологий обработки и анализа данных, ибо многие разработки в области математико-статистического анализа получили развитие по инициативе и в интересах психологической науки и практики.

Вместе с тем, потребности клинической медицины и медицинской психодиагностики ставят новые задачи перед специалистами по психологическому обеспечению лечебного процесса, выявлению индивидуальных особенностей и психических состояний пациентов, эпидемиологической и скрининговой диагностике факторов риска психической дезадаптации. Реальности медицинской психологии и психодиагностики XXI века (активная динамика медицинской психодиагностики и ее объекта; интервенция некачественных отечественных и переводных тестовых методик, часто не имеющих психометрического обоснования; естественное снижение диагностического потенциала базовых методик типа MMPI из-за их нерестандартизованности; значительной субъективности клинических методов психодиагностики, существенно влияющей на их валидность и т.п.) требуют разрешать эти задачи с наименьшими временными и ресурсными тратами. Это становится возможным только с помощью новых современных информационных технологий.

## 1. Общая характеристика информационных технологий анализа данных в контексте задач психологического исследования

Основные направления обработки, анализа и представлений данных сегодня представлены прикладной статистикой (традиционными математико-статистическими методами), оперативной аналитической обработкой данных (так называемые OLAP-технологиями) и технологиями интеллектуального анализа данных – Data Mining [3].

Анализ ситуации на рынке программных средств для интеллектуального анализа данных показывает, что методы математической статистики оказываются полезными главным образом для проверки заранее сформулированных исследовательских гипотез (Verification-driven Data Mining) и в целях «грубого» разведочного анализа. Последний составляет основу оперативной аналитической обработки данных (OnLine Analytical Processing, OLAP). Итогом такой обработки многомерной информации является создание моделей данных, организованных в виде *n*-кубов (cubes). В этих кубах содержатся количественно выраженные характеристики объекта исследования, ориентированные по осям, описывающим основные атрибуты этого объекта.

В свою очередь, появление технологии Data Mining (Discovery-driven Data Mining, буквально – «добыча» или «раскопка данных») было продиктовано постулатом о том, что любые первичные («сырые») данные (raw data) содержат в себе еще и некий глубинный пласт знаний, при грамотной «раскопке» которого могут быть обнаружены ранее недоступная информация [2]. Технологии Data Mining представляют собой новый виток в развитии средств и методов обработки данных и позволяют осуществлять «обнаружение знаний в базах данных» (Knowledge Discovery in Databases) и «интеллектуальный анализ данных». Результаты такого анализа представлены в виде определенных паттернов (шаблонов), описывающих некоторые фрагменты закономерностей, выявляемых в исследуемых базах данных. Отличительной особенностью такого представления результатов является нетривиальность (неожиданность и априорная неочевидность) получаемых выводов, не связанных, на первый взгляд, с исходными предположениями о структуре выборки и виде распределения значимых анализируемых показателей. Однако именно эти неожиданные (unexpected) регулярности в данных и составляют так называемые «скрытые знания» (hidden knowledge). У специалистов по анализу данных возникло понимание того, что все

первичные («сырые») данные (raw data) содержат в себе глубинный пласт знаний, при грамотной «раскопке» которого могут быть обнаружены настоящие самородки.

Отдельный класс относительно новых технологий обработки данных представляют экспертные системы (ЭС), получившие распространение в конце 60-х годов в связи с развитием вычислительной техники и её программного обеспечения, а также теории нечетких множеств. В традиционном представлении ЭС реализуют так называемое «высокоуровневое моделирование мыслительных процессов биологических организмов», то есть, работают на основе использования аппарата формальной логики. Фактически они призваны решать задачи в таких условиях и ситуациях, когда непосредственное участие человека-эксперта в данной предметной области было либо невозможно (агрессивные среды, космические и глубоководные исследования и т.п.), либо затруднительно (дефицит времени, кадровые проблемы).

Использование ЭС для достижения целей и решения задач так называемых «нечетких предметных областей» (медицины и психологии, в частности) предполагает проведение целого цикла работ, которые можно распределить по этапам: определение задачи решаемой ЭС; отбор экспертов в данной предметной области; выявление экспертных знаний и их верификация; аппаратная/программная реализация ЭС.

Осуществление ЭС в социальных и естественно-научных областях долгое время тормозилось в связи с тем, что полученные от человека-эксперта в этой «нечеткой» области знания по своему характеру являются неточными (для одной и той же задачи разные эксперты находят различные решения), неполными (подавляющее большинство экспертов не в состоянии внятно объяснить, на каких основаниях они решают данную задачу так, а не иначе), нечеткими (эксперты предпочитают не давать определенные решения, а склонны к ответам типа «скорее так»). Аппарат же формальной логики ориентирован на более точное, полное и четкое описание процесса принятия решения. Это связано исключительным образом с тем, что информация, которой оперирует формальная логика представлена в виде двух состояний – «Да» и «Нет». То есть, если у пациентки есть беременность, ответ – «Да», если её нет, то ответ – «Нет». *Tertium non datur* – третьего не дано...

Вместе с тем, существует огромное количество ситуаций, которые не могут быть представлены посредством только бинарных данных. Например, к такого рода ситуациям могут быть отнесены психометрически шкалированные результаты измерения индивидуальных свойств, ситуации принятия решения по классификации испытуемых, или, например, показатели по биохимическим тестам. Конечно, существует понятие статистической нормы, и относительно него можно определить, к какой

области – высоких или низких значений, – относится данный показатель. Но в психологии алгоритм приведения показателей к «среднеарифметическому» не позволяет учитывать индивидуальные особенности испытуемых, нивелирует формирующиеся в популяции тенденции, снижает размерность пространства принятия решений, и, следовательно, уменьшает точность полученного решения.

Особую привлекательность для создания ЭС, использующих аппарат нечеткой логики, представляют искусственные нейронные сети (ИНС). Они реализуют «низкоуровневое моделирование мыслительных процессов биологических организмов», то есть, работают на основе эмуляции принципов переработки информации на клеточно-ансамблевом уровне. ИНС относятся к группе самонастраивающихся систем, то есть они способны при помощи ряда примеров «обучаться»: находить правильные решения при последующем предъявлении задач, аналогичных предъявленным ранее примерам.

## 2. Общая характеристика искусственных нейронных сетей

Современные ИНС представляют собой программно-аппаратные средства создания специализированных моделей и устройств и позволяют решать широкий круг задач диагностики на основе применения алгоритмов теории распознавания образов. К достоинствам нейросетей следует отнести их относительную простоту, нелинейность, работу с нечеткой информацией, нескритичность к исходным данным, способность обучаться на материале конкретных примеров.

В настоящее время существует около сотни алгоритмов обучения нейросетей, большая часть из которых предназначена для обучения конкретных нейросетевых моделей. Нейросети реализуют один из подходов к решению неформализуемых или трудноформализуемых задач с помощью обучения на примерах (case-based). Для его использования необходимо иметь достаточное количество примеров для настройки адаптивной системы с заданной степенью достоверности. Если примеры относятся к разным диагностическим группам, то настроенная (обученная) таким образом ИНС позволяет в последующем распознать (диагностировать) и дифференцировать любой новый случай, представленный набором показателей, аналогичным тем, что и в примерах, на которых проводилось обучение нейросети. Несомненным достоинством нейронной модели является то, что при ее создании не нужно представлять весь набор сложных закономерностей описания диагностируемого феномена, как это требуется при разработке распространенных в медицине и психодиагностике экспертных систем (другого направления использования современных информационных технологий).

Некоторая сложность теоретического обеспечения использования, трудоемкость и временные затраты по моделированию и обучению ИНС сочетает-

ся с простотой их применения конечным пользователем. Если задача создания конкретной нейросети адекватной поставленной задаче и ее оптимальное обучение доступно лишь специалисту, то ее практическое применение конечным пользователем требует только владения навыками общения с компьютером и по существу доступно каждому. Сложность интерпретации системы знаний обученной нейросетевой модели, как правило, кажется ненужной пользователю ИНС, так как для большинства конечных пользователей важно не понимание сути работы нейросети, а ее результативность, информативность, безошибочность и быстрдействие.

### **3. Особенности применения искусственных нейронных сетей в медицинской психодиагностике**

К сожалению, ИНС применяются в основном для решения задач в области маркетинга, банковского дела и бизнеса. Применение нейросетевых моделей в области медицины и, особенно, психологии за рубежом встречается значительно реже, а в отечественной практике оно представлено в основном единичными исследованиями.

Нами было проведено изучение возможности применения ИНС для прогноза дифференциальной диагностики нарушений психической адаптации у сотрудников силовых структур, находившихся в командировке в Чеченской Республике (ЧР) в 2003–2004 гг. Использование ИНС представляется в данном случае обоснованным прежде всего потому, что у участников боевых действий (комбатантов) достаточно часто наблюдаются посттравматические стрессовые расстройства, которые имеют достаточно четкие диагностические критерии [5]. Вместе с тем, у этой категории пациентов посттравматические стрессовые расстройства часто сочетается с нарушениями психической адаптации. Между этими двумя нозологическими формами психических расстройств существуют неоднозначные взаимосвязи. В контексте настоящего исследования представляется важным тот факт, что термин «расстройство психической адаптации» хотя и приводится в МКБ-10, но имеет не клинический, а интерпретативный характер (т.е. он не представлен в классификации конкретными синдромно-нозологическими описаниями). Это создает предпосылки к вариативности в оценке наблюдаемой симптоматики. Таким образом, прогнозирование риска психической дезадаптации представляет собой пример трудноформализуемой задачи.

В соответствии с программой исследования дважды (до и после командировки в Чеченскую Республику) проводилось психологическое исследование испытуемых по методике ММРІ. Выбор результатов обследования по методике ММРІ в качестве базовых примеров для настройки нейросети обусловлен, в частности, спецификой работы психодиагностических служб всех силовых ведомств, для которых этот опросник является основной ме-

тодикой для обследования кандидатов для поступления на службу, а также «оперативной» методикой медицинской диагностики для выявления различных отклонений психического здоровья.

Кроме того, по итогам медицинского обследования, служебной аттестации по результатам служебно-боевой деятельности в ЧР и экспертной оценки уровня адаптации, выполненной компетентными врачами-психиатрами некоторые сотрудники были отнесены к группе «адаптированных» лиц (группа 1,  $n_1 = 42$  чел.). Лица, отнесенные к другой группе, считались нуждающимися в определенной психологической реабилитации («деадаптированные», группа 2,  $n_2 = 38$  чел.).

При обучении нейросетевой модели в качестве примеров применялись результаты обследования по методике ММРІ, а состояние дезадаптации обозначалось как значение целевой переменной, равное  $-1$ . В свою очередь, состояние адаптации обозначалось как значение целевой переменной, равное  $+1$ . В качестве симулятора нейросети была использована программа Neuro Pro версии 0.25, а подготовка исходных данных осуществлялась при помощи электронной таблицы Excel пакета Microsoft Office 97. В качестве внешнего критерия оценки валидности обученной нейросети использовались модели, построенные на основе традиционных методов математического анализа данных – дискриминантного и нелинейного регрессионного анализа. Математико-статистический анализ осуществлялся с помощью программных продуктов: SPSS 10.0 for Windows (дескриптивные статистики, кросстабуляция, корреляционный анализ, кластерный анализ), Statistica 6.0 (лог-линейная регрессия), Statgraphics версии 5.1 (факторный анализ, линейный регрессионный анализ), Minitab 13.31 (квадратичный регрессионный анализ). Использование этих различных программных средств обусловлено тем, что каждый из них имеет собственный набор математико-статистических процедур, зачастую уникальных. Кроме того, даже при одинаковых наборах математико-статистических процедур, разные статистические пакеты предлагают пользователю различные по своему составу итоговые таблицы.

Нейросеть для прогнозирования состояния дезадаптации у сотрудников силовых структур после командировки в зону ЧС была организована в виде трехслойного перцептрона (полносвязанная сеть прямого распространения) с сигмоидальными передаточными функциями нейронов:

$$B = A / (0,1 + |A|).$$

Первый слой нейронов является рецепторным и состоит из 13 нейронов, которым соответствуют 13 шкал ММРІ. Второй («скрытый») слой также представлен 13 нейронами, а выходной составляли 2 нейрона (по числу диагностируемых классов уровня психической адаптации). Классификация случая производилась на основании наибольшего значения одного из выходных нейронов. После исключения из выборки всех «конфликтных при-



меров» (испытуемых с одинаковыми профилями ММРІ, отнесенных в одном случае к группе 1, в другом – к группе 2) обучение нейронной сети проводилось на примере 80 случаев наблюдений.

На предварительном этапе исследования проведена традиционная для такого рода исследований математико-статистическая обработка данных – метод сравнения средних арифметических по *t*-критерию Стьюдента. При этом установлено, что среднегрупповые значения по шкалам ММРІ не имеют каких-либо значимых различий по *t*-тесту Стьюдента. Полученные данные свидетельствуют об однородности исследованной выборки с позиций традиционного подхода к дифференциальной диагностике (отметим, что статистическая обработка результатов по методу «средних арифметических» наиболее часто представлена в определенном роде «специализированных» изданиях по психодиагностике). Традиционный корреляционный анализ шкальных показателей показал, что у испытуемых группы 2 наблюдаются значимо большее (по сравнению с группой 1) число корреляционных плед с жесткими взаимосвязями между шкалами ММРІ. Эти результаты подтверждают правильность отнесения испытуемых к группе дезадаптированных лиц, так как хорошо согласуются с результатами аналогичного лонгитюдного исследования, проведенного В.М. Воробьевым и В.А. Дюком [1] на материале обследования курсантов военно-учебных заведений.

Результаты факторного анализа, проведенного с целью выявления каких-либо закономерностей в рамках традиционной парадигмы обработки данных, также не позволили получить четкую дифференциально-диагностическую картину. Факторный анализ, выполненный методом главных компонент с *varimax*-ротацией и нормализацией по методу Кайзера, позволил выделить только 4 фактора, объясняющих 65,9 % общей дисперсии признаков. Ограничение числа компонент происходило с использованием критериев «каменистой осыпи» и критерия Хамфри, а также с точки зрения оптимальной интерпретируемости факторов. В тоже время содержательная интерпретация факторов не позволяет получить достоверно различающихся факторно-аналитических моделей. В частности, у дезадаптированных сотрудников группы 2 результаты факторного анализа хорошо согласуются с результатами анализа межшкальных интеркорреляций: корреляционные пледы *K-Hs*, *Hs-Hy* и *Pt-Sc* входят в состав 1-го фактора. Кроме того, включение в состав первого фактора шкалы *Pd* позволило интерпретировать его как «невротическая дезадаптация и дистанционированность» (26,4 % общей дисперсии признаков). Второй фактор представлен высоконагруженными на него шкалами *D*, *Si*, *F*, *Pt* и *-K*, и был обозначен как «интровертированная психическая дезорганизация» (18,7 %). Третий фактор, с которым значимо коррелируют шкалы *Ma*, *-L*, *F* и *-K*, был проин-

терпретирован как «гипертимная открытость и снижение критичности» (12,5 %). Четвертый фактор наиболее сильно взаимосвязан со шкалами *Mf* и *Pa*, и был определен как «подчеркиваемая (декларируемая) маскулинность» у сотрудников силовых структур (8,3 %).

Проведенная процедура кластеризации испытуемых посредством применения кросс-табуляции и вычисления  $\phi$ -коэффициента Гилфорда позволила сопоставить распределение испытуемых групп 1 и 2 с результатами их теоретического отнесения к определенным кластерам. Критически низкие значения коэффициента Гилфорда ( $\phi = 0,032$ ) статистически подтвердили результаты визуализации кластерного решения, но при этом свидетельствуют о полном несовпадении состава кластеров и эмпирических групп.

После обучения нейросеть была протестирована и показала 100 % воспроизводимость результатов, то есть она оказалась способной распознавать все случаи наблюдения как «дезадаптивные» или «адаптивные» с точностью 100 %. Полученные закономерности работы обученной нейросети могут быть выражены следующим уравнением предсказания дезадаптации:

$$X = +L - 0,2 \cdot F - 1,1 \cdot K + 0,1 \cdot Hs + 0,3 \cdot D + 0,8 \cdot Hy - 0,3 \cdot Pd + 0,2 \cdot Mf - 0,8 \cdot Pa - 1,4 \cdot Pt - 0,5 \cdot Sc + 0,4 \cdot Ma - 0,9 \cdot Si.$$

Полученное уравнение приблизительно отражает реальные уравнения, используемые нейросетью для решения задачи классификации, и может быть полезно для понимания и интерпретации принципа классификации.

В примерах, использованных для обучения данной ИНС, априорно исключены так называемые «конфликтующие случаи». Вместе с тем, нейросетевая модель оказалась способной к быстрой адаптации (переобучению), после которой классификация «конфликтных случаев» становится неопределенной (т.е. значения выходных нейронов близки между собой), а использование в «скрытом» втором слое избыточного числа нейронов, позволяет ей быть более гибкой по отношению к любым новым случаям наблюдения, что в целом повышает надежность классификации.

Отметим, что дискриминантная и нелинейная регрессионная модели позволяли верно классифицировать лишь 81,7 % примеров. Для уточнения диагностической ценности этих моделей из базы данных были исключены показатели шкал ММРІ, не обнаруживающих значимых различий по *U*-критерию Манна-Уитни (при  $p < 0,05$ ). Полученная в итоге дискриминантная функция вида

$$Class = 0,0679513 \cdot L + 0,0994581 \cdot D - 7,89598$$

позволяет правильно классифицировать только 66,7 % случаев наблюдения.

Результаты создания и тестирования нейросети свидетельствуют о ее хорошем диагностическом потенциале при решении задач прогноза со-



стояний дезадаптации у сотрудников силовых структур. Отдельным направлением применения результатов нейросетевого моделирования в практике может являться их использование с целью разработки качественных производственных правил для тестирующих компьютерных психодиагностических методик класса экспертных систем. Так, одно из таких «нейросетевых» правил имеет следующий вид: Если  $33,5 < Si < 46,5$  и  $Pt > 45,5$  и  $Mf < 39$ , то «АДАПТАЦИЯ». Количество примеров в правиле: 42, правильных примеров: 42, неправильных примеров: 0.

В качестве проявления подобного рода «исследовательского интереса» было проведена «перенастройка ИНС и получена новая нейросетевая структура, представленная 13 входными, 3 скрытыми и 2 выходными нейронами. Скрытые нейроны работали в соответствии с выявленными ранее производственными правилами оценки риска адаптации – дезадаптации. Таким образом, ИНС использовала 3 синдрома, выраженных в коэффициентах шкал ММРІ правил, которые в одних случаях объединяются в распознаваемый паттерн дезадаптации, и в паттерн адаптации – в других.

Так, синдром 1 представлен весами шкал:

$-0,45 \cdot L, -0,44 \cdot F, +0,27 \cdot Hs, -0,30 \cdot Mf,$   
 $+0,93 \cdot Pa, +0,27 \cdot Sc, -0,98 \cdot Ma, -0,51 \cdot Si.$

В свою очередь, синдром 2 составили:

$+0,24 \cdot F, -0,76 \cdot K, +0,39 \cdot D, -0,80 \cdot Pd, -0,49 \cdot Mf,$   
 $+0,94 \cdot Pa, +0,34 \cdot Pt, -0,95 \cdot Ma,$

а синдром 3 представлен регрессионной по своей форме функцией

$+0,66 \cdot L, -0,13 \cdot F, -1,00 \cdot K, -0,23 \cdot Hs, +0,63 \cdot D,$   
 $-0,39 \cdot Hu, -0,22 \cdot Pd, +0,24 \cdot Mf, +0,29 \cdot Pa,$   
 $-0,63 \cdot Pt, +0,57 \cdot Ma, -0,59 \cdot Si.$

Оценка риска дезадаптации («распознавание образа дезадаптации») проводилась по следующему

алгоритму принятия решения: «наличие признаков синдрома 1» & «отсутствие признаков синдрома 2» & «наличие признаков синдрома 2».

### **Заключение**

Представляется, что многие проблемы медицинской психодиагностики, вызванные, прежде всего, методологическими проблемами создания психодиагностического инструментария (субъективность и экспертно-клинический характер многих методик, сложность адаптации психометрических требований к условиям методик клинической психодиагностики и др.) вполне могут быть преодолимы с помощью уже имеющихся информационных компьютерных технологий.

### **Литература**

1. Дюк В.А. Компьютерная психодиагностика. – СПб.: Братство, 1994. – 364 с.
2. Дюк В.А. Data Mining – интеллектуальный анализ данных // Byte. – 1999. – № 9. – С. 18–24.
3. Кречетов Н. Продукты для интеллектуального анализа данных // Рынок программных средств. – 1997. – № 14–15. – С. 32–39.
4. Круглов В.В., Борисов В.В., Искусственные нейронные сети. Теория и практика. – М.: Телеком, 2001. – 382 с.
5. Тарабрина Н.В. Посттравматическое стрессовое расстройство у ветеранов-инвалидов (участников боевых действий) / сост. и общ. редакция Н.В. Тарабриной // в кн.: Клиническая психология. – СПб.: Питер, 2000. – С. 325–352.
6. Червинская К.Р., Щелкова О.Ю. Медицинская психодиагностика и инженерия знаний / Под ред. Л.И. Вассермана. – СПб.: Ювента; М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 624 с.

# АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ, АППАРАТНОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СТЕНДА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

*А.М. Анодин, В.В. Бодров, А.А. Носенко*

Стенды на циклическую долговечность позволяют проводить гидравлические испытания баллонов высокого давления для сжатого природного газа, используемого в качестве на транспортных средствах и в быту.

В испытаниях баллон нагружают внутренним гидравлическим давлением в диапазоне 0,1–1,3 рабочего давления с частотой не более 10 циклов в минуту. Баллон должен выдерживать без разрушения не менее  $1000 \times T$  циклов ( $T$  – расчетный срок службы в годах).

При разработке систем управления для подобных сложных технических объектов необходимо решить несколько взаимосвязанных задач: разработать алгоритм управления, выбрать аппаратную базу его реализации и воплотить разработанный алгоритм в программе с созданием удобного пользовательского интерфейса на пульте управления оператора.

## 1. Алгоритм управления стендом

Стенд для гидравлических испытаний баллонов на циклическую долговечность включает насосную установку с гидропанелями, пульт управления, заправочный агрегат и другое вспомогательное оборудование.

Система управления испытательного стенда обеспечивает изменение давления в баллоне по требуемому закону. Поток рабочей жидкости в стенде создается агрегатом, состоящим из радиально-поршневого нерегулируемого насоса с рабочим объемом  $q = 32 \text{ см}^3$ , номинальным давлением нагнетания  $p_{\text{ном}} = 50 \text{ МПа}$ , номинальной подачей  $Q_n = 44,1 \text{ л/мин}$ , и электропривода.

Всасывающий канал насоса соединен с гидробаком насосной установки. К напорному каналу насоса присоединены входной канал обратного клапана, напорный канал предохранительного клапана и датчик давления, посредством которого осуществляется контроль за характером изменения давления в напорном канале. Подлежащий испытанию баллон подсоединяется к выходному каналу обратного клапана.

Для автоматического контроля за характером изменения давления в испытываемом баллоне и осуществления обратной связи по давлению к выходному каналу обратного клапана присоединен датчик давления.

Предохранительный клапан, обратные клапаны и точки контроля давления установлены на общей гидравлической плите и образуют в совокупности напорную гидропанель.

Пропорциональный предохранительный клапан служит для регулирования характера изменения давления в баллоне в процессе его испытаний в соответствии с заданным законом изменения давления.

Таким образом, рассматриваемый стенд гидравлических испытаний баллонов является объектом с дроссельным автоматическим управлением и нерегулируемым источником энергии в виде насосной установки. Работу стенда в циклическом режиме обеспечивает алгоритм работы системы управления, представленный на рис. 1.

Выполним описание работы расчетных блоков, заданных в блок-схеме алгоритма управления.

Линеаризованную статическую характеристику предохранительного клапана с пропорциональным электрическим управлением (без учета гистерезиса) представим в виде [1]

$$p = p_0 + k_U U + k_Q (Q - Q_0), \text{ при } Q \geq Q_0, \quad (1)$$

где  $p$  – значение избыточного давления на входе клапана;  $U$  – величина управляющего электрического сигнала на входе электронного блока управления клапана;  $Q$  – текущее значение расхода рабочей жидкости через клапан;  $p_0$  – избыточное давление на входе клапана при нулевом управляющем электрическом сигнале и расходе рабочей жидкости через клапан, равно  $Q_0$ ;  $k_U$ ,  $k_Q$  – коэффициенты пропорциональности (линеаризации).

Для пропорционального предохранительного клапана со встроенной электроникой типа DBEE6-1X/315YG24K31M входной управляющий электрический сигнал изменяется в пределах от 0 до 10 В. При этом в соответствии с характеристиками клапана, приведенными в каталоге фирмы Rexroth Bosch Group (RE 29 158/11.02), при  $Q = Q_0 = 5,0 \text{ л/мин}$  давление  $p$  на входе клапана составляет  $p_0 = 0,8 \text{ МПа}$  при  $U = 0 \text{ В}$  и  $p = 31,5 \text{ МПа}$  при  $U = 10 \text{ В}$ .

При фиксированной величине управляющего сигнала при изменении расхода через клапан в пределах от 5 до 30 л/мин давление на входе клапана изменяется на 0,375 МПа, а коэффициенты линеаризации принимают значения  $k_U = 3,07 \text{ МПа/В}$  и  $k_Q = 0,015 \text{ МПа/(л/мин)}$ .

Вышеприведенные величины подлежат уточнению после определения статических характеристик работы конкретного клапана DBEE6-1X/315YG24K31M, приобретенного для комплектации насосной установки стенда, при каждой замене клапана. В процессе эксплуатации стенда расход рабочей жидкости через пропорциональный клапан изменяется в широких пределах в за-

висимости от вместимости испытываемого баллона, выбранного закона изменения давления и его параметров, а также от этапа цикла изменения давления. Измерение расхода рабочей жидкости через клапан конструкцией стенда не предусмотрено, поэтому в первом приближении расход полагается постоянным, равным половине подачи насоса [2]:  $Q = Q_n = 22,05$  л/мин, и характеризуется соотношением

$$p = p_0^* + k_U \cdot U, \quad (2)$$

где  $p_0^* = p_0 + k_Q(Q_n / 2 - Q_0)$ .

Для обеспечения перед клапаном давления  $p$  (2) текущее значение  $U$  электрического сигнала, подаваемого на вход электронного блока управления клапана, должно составлять

$$U = (p - p_0^*) / k_U. \quad (3)$$

В процессе работы стенда в силу большого числа случайных факторов, влияющих на фактическое значение давления  $p$  на входе клапана, величину  $U$  управляющего электрического сигнала целесообразно изменять не только с учетом требуемого закона изменения давления  $p$ , но и с учетом расхождения между текущими заданным  $p_{зад}$  и фактическим  $p_{ф}$  значениями давления на входе клапана

$$U = (p_{зад} - p_0^*) / k_U + k_{OC}(p_{зад} - p_{ф}) + k_{инт} \int_0^t (p_{зад} - p_{ф}) dt, \quad (4)$$

где  $k_{OC}$  – коэффициент обратной связи по погрешности поддержания заданного давления;  $k_{инт}$  – коэффициент усиления интегратора;  $t$  – время (отсчитываемое с момента начала испытания баллона).

Текущее заданное значение  $p_{зад}$  давления на входе клапана при проведении испытаний в наладочном и автоматическом режимах должно рассчитывается контроллером для каждого цикла по введенной в него программе в соответствии с выбранным законом изменения давления в испытываемом баллоне («равнобедренным трапециидальным» или синусоидальным) по введенным исходных данным на основании выражений (2), (4).

Фактическое значение давления  $p_{ф}$  на входе клапана (и соответственно в испытываемом баллоне) фиксируется на основании сигнала, поступающего с датчика давления.

Значения коэффициентов  $k_{OC}$  и  $k_{инт}$  существенно зависят от вместимости испытываемого баллона и выбираются экспериментальным путем исходя из условия обеспечения монотонных переходных процессов по давлению на входе клапана при минимально достижимом расхождении величин  $p_{зад}$  и  $p_{ф}$  в каждый момент времени [3].

Под разработанный алгоритм подобрана аппаратная база и создана программа управления и взаимодействия с оператором.

## 2. Аппаратная база и программное обеспечение системы управления

Система управления состоит из нижнего уровня (контроллера) и верхнего уровня (ПЭВМ и пульта управления), что позволяет обеспечить удобный интерфейс для оператора и реализовать различные механизмы управления, контроля и оповещения.

Алгоритм управления стендом (рис. 1) предполагает использование 5 аналоговых входных сигналов с датчиков давления, выходной аналоговый сигнал на клапан, а также 14 входных и 9 выходных дискретных сигналов блокировок и вспомогательных сигналов.

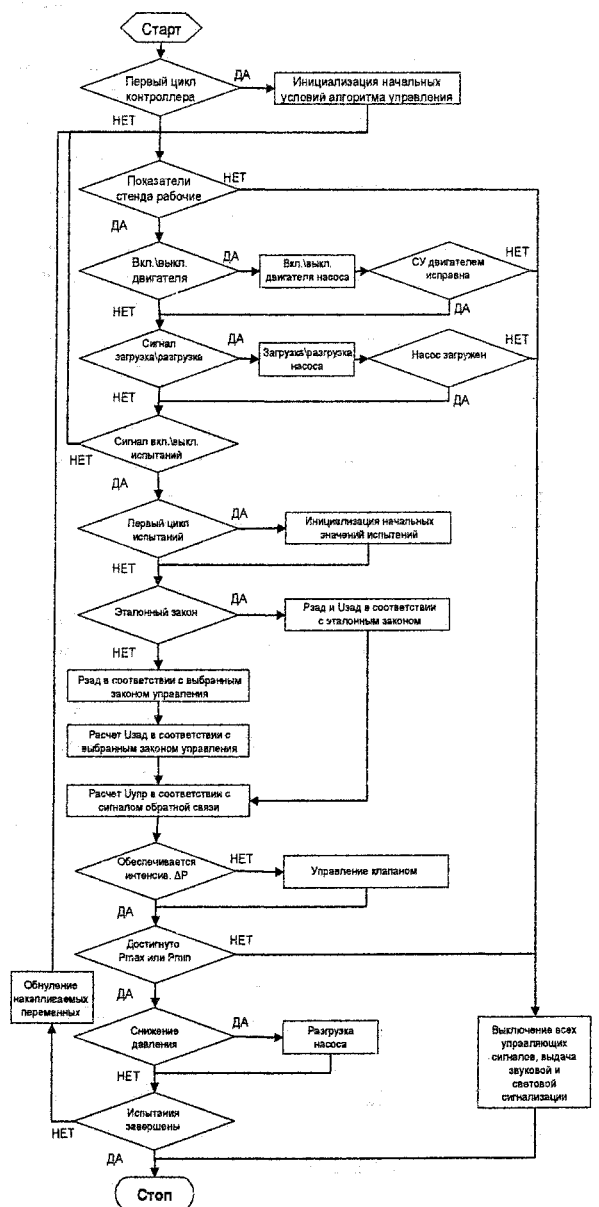


Рис. 1. Блок-схема алгоритма управления стендом

Аппаратурной базой системы управления выбран контроллер Simatic S7-200 фирмы Siemens, обладающий быстродействием, и имеющий 14 дискретных входов и 10 выходов, что покрывает

требования алгоритма управления. Для работы с аналоговыми сигналами используются модули Simatic S7-200 EM 232 на 2 выхода и 2 модуля Simatic S7-200 EM 231 на 4 входа каждый.

Верхний уровень системы управления реализован на базе PC-совместимого компьютера промышленного образца производства фирмы Advantech и стенда, разработанного в ООО «Учебно-инжиниринговый центр».

Основным назначением программного комплекса является обеспечение формирования управляющего сигнала для гидроаппарата с пропорциональным электрическим управлением из условия изменения давления в полости баллона по заданному закону. Дополнительно обеспечиваются функции ручного, наладочного и автоматического режимов управления, контроль за состоянием датчиков и сигнализаторов, создание удобного интерфейса пользователя, ведение отчетов о ходе проведения испытаний. Программа рассчитана на использование обслуживающим персоналом (наладчиками) и оператором стенда.

Программа управления, реализуемая контроллером S7-200 выполнена в среде разработки Step7-MicroWin. Представленный алгоритм (рис. 1) выполняется контроллером за 10 мс, а при переходе в режим работы по эталонному закону время дискретизации снижается до 8 мс.

Сигналы с аналоговых датчиков, аварийные и предупредительные сигналы, формируемые контроллером и передаваемые на ПК, являются кодовыми. Кодовые сигналы на верхнем уровне преобразуются в физические величины и сообщения.

Для контроля и автоматизированного управления параметрами стенда разработан интерфейс оператора для ПЭВМ, состоящий из 4-х панелей управления и панели настройки.

Панель управления, представленная на рис. 2, предназначена для ввода оператором параметров испытаний, контроля и управления стендом.

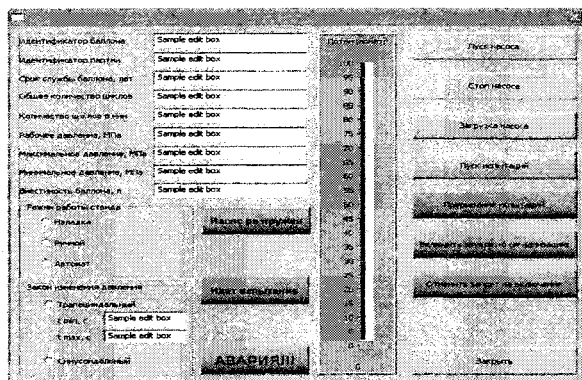


Рис. 2. Панель управления

Панель датчиков, представленная на рис. 3, предназначена для визуального контроля оператором основных параметров стенда. Контроль изменения во времени параметров стенда производится с помощью программного осциллографа (рис. 4).

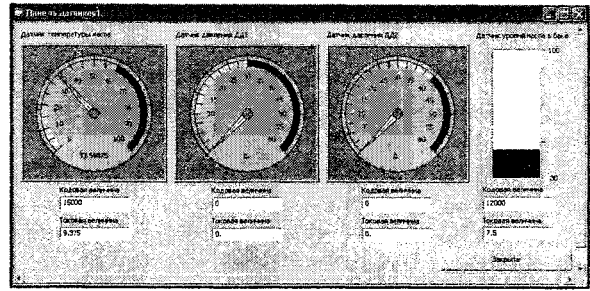


Рис. 3. Панель датчиков

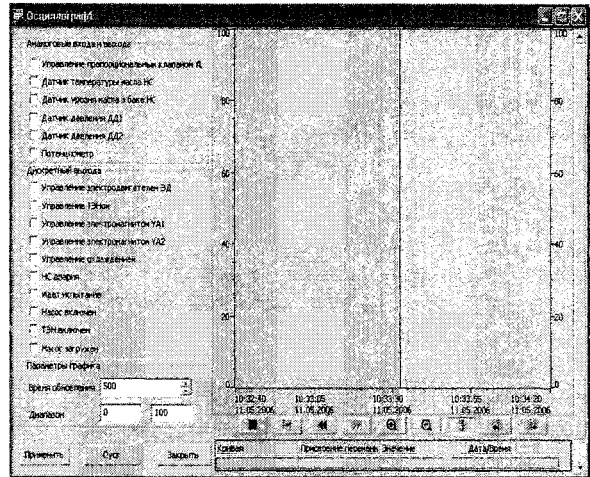


Рис. 4. Окно программного осциллографа

Программа имеет широкий диапазон настройки и большое число изменяемых параметров.

Стенд гидравлических испытаний баллонов высокого давления прошел сертификацию, заказчик получит лицензию на технологический процесс выпуска баллонов, что позволит ему выйти на новые рынки сбыта и повысить свою прибыль.

### Заключение

Последовательное осуществление анализа регулируемого объекта, разработка алгоритма работы систем управления и её аппаратно-программная реализация, позволило создать качественную систему управления для сложного технического объекта – стенда гидравлических испытаний баллонов и провести сертификацию системы.

### Литература

1. Гойдо М.Е. Теория и проектирование гидроприводов: Учебное пособие. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1998. – 255 с.
2. Башта Т.М. и др. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов, 2-е изд. перераб. – М: Машиностроение, 1982. – 423 с.
3. Бодров В.В., Багаутдинов Р.М., Гойдо М.Е. ОБ Улучшении динамических характеристик электрогидравлического следящего привода// Приводная техника. – 2004. – № 2. – С. 58–61.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТЕНДА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ БАЛЛОНОВ

А.М. Анодин, В.В. Бодров, М.Н. Устюгов

Стенд гидравлических испытаний предназначен для автоматизации технологического процесса по испытанию баллонов на циклическую долговечность. Разработка математической модели стенда позволит выявить характерные особенности его функционирования для создания соответствующего программного обеспечения.

## 1. Анализ стенда гидравлических испытаний баллонов

Насосная установка с гидропанелями обеспечивает изменение давления в гидролинии, к которой подсоединяется подлежащий испытанию баллон, по закону в соответствии с требованиями на проведение испытаний баллона. В гидросхеме стенда выделяются всасывающий канал (соединяющий насос с гидробаком), напорный канал (соединение насоса и баллона) и сливной канал. В стенде используется радиально-поршневой нерегулируемый насос, а в качестве регулирующего органа применяется клапан непрямого действия с пропорциональным электрическим управлением и со встроенной электроникой.

Для перехода к сосредоточенной модели гипотетические упругие элементы, учитывающие сжимаемость жидкости и податливость стенок гидролинии, расположим согласно Т-образной расчетной схеме без учета процессов, происходящих в гидронасосе (рис. 1).

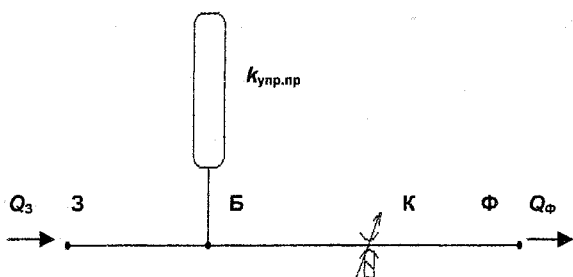


Рис. 1. Расчетная схема гидролинии:  
3, Б, К, Ф – сечения гидролинии,  
 $Q_3, Q_Ф$  – расход в соответствующих сечениях,  
 $k_{упр.пр}$  – приведенный коэффициент упругости

Для составления математической модели необходимо описать механизм функционирования стенда. На основе гидросхемы предложена блочно-функциональная схема стенда, отражающая физические процессы и являющаяся основой математического описания механизма функционирования (рис. 2).

## 2. Математическое описание стенда

При использовании Т-образной расчетной схемы податливость гидролинии с находящейся в ней жидкостью учитывают посредством одного упругого элемента, присоединенного к среднему сечению гидролинии и имеющего коэффициент упругости, равный приведенному коэффициенту упругости  $k_{упр.пр}$  данной гидролинии с жидкостью. В этом случае движение жидкости в гидролинии описывается одним уравнением неразрывности и двумя уравнениями баланса:

$$Q_3 = Q_Ф + k_{упр.пр} (P_Б) dP_Б / dt; \quad (1)$$

$$P_3 = P_Б + P_{пот.ЗБ} (Q_3) + P_{ин.ЗБ} (dQ_3 / dt); \quad (2)$$

$$P_Б = P_Ф + P_{пот.БФ} (Q_Ф) + P_{ин.БФ} (dQ_Ф / dt), \quad (3)$$

где  $P_Б$  – давление жидкости в баллоне;  $P_{пот.ЗБ} (Q_3)$  – потери давления между сечениями 3 и Б гидролинии, являющейся функцией расхода  $Q_3$ ;  $P_{ин.ЗБ} (dQ_3 / dt)$  – инерционный перепад давления между сечениями 3 и Б гидролинии, являющейся функцией скорости изменения расхода  $dQ_3 / dt$ ;  $P_{пот.БФ} (Q_Ф)$  – потери давления между сечениями Б и Ф гидролинии, являющейся функцией расхода  $Q_Ф$ ;  $P_{ин.БФ} (dQ_Ф / dt)$  – инерционный перепад давления между сечениями Б и Ф гидролинии, являющейся функцией скорости изменения расхода  $dQ_Ф / dt$ .

При подсчете полных потерь давления  $P_{пот}$  на некотором участке гидропривода, в пределах которого имеются последовательно соединенные прямолинейные гидролинии постоянного сечения и фасонные каналы, применяют принцип суперпозиции, согласно которому полные потери давления равны сумме потерь давления по длине и местных потерь давления

$$P_{пот} = \sum_{j=1}^n P_{пот.дл} + \sum_{k=1}^m P_{пот.мк} \quad (4)$$

где  $P_{пот.дл}$  – потеря давления по длине в  $j$ -й гидролинии постоянного сечения ( $j = 1, 2, \dots, n$ );  $n$  – количество последовательно соединенных гидролиний постоянного сечения на рассматриваемом участке гидропривода;  $P_{пот.мк}$  – местная потеря давления в  $k$ -м фасонном канале ( $k = 1, 2, \dots, m$ );  $m$  – количество последовательно соединенных фасонных каналов на рассматриваемом участке гидропровода.

Для определения расчетным путем потерь давления по длине  $P_{пот.дл}$  в прямолинейной гидролинии постоянного сечения в общем случае пользуются формулой, являющейся производной из формулы Дарси–Вейсбаха и имеющей вид

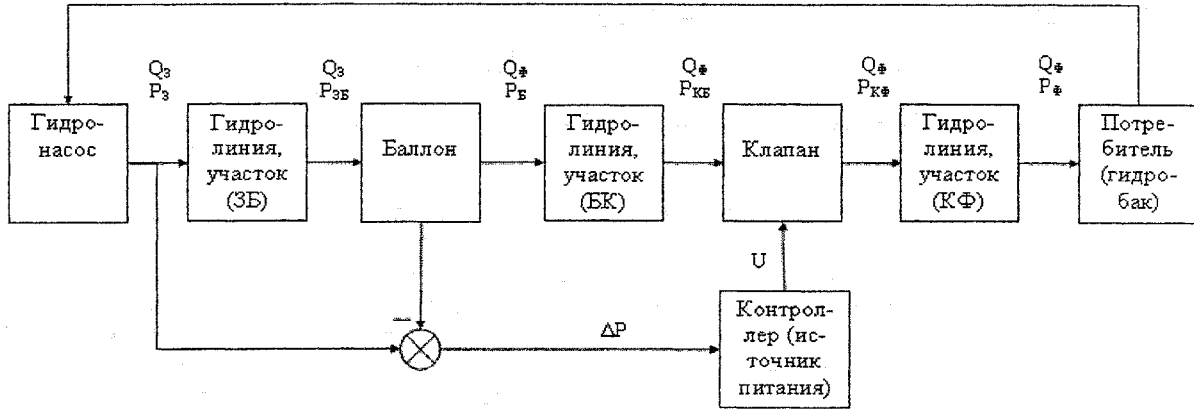


Рис. 2. Блочнo-функциональная схема стeнда гидравлических испытаний:  $P$  и  $Q$  – давление и расход в соответствующих сечениях гидролинии,  $U$  – управляющий электрический сигнал

$$P_{\text{пот.дл}}(Q) = \frac{8\lambda\rho l |Q|Q}{\pi^2 D_B^5}, \quad (5)$$

где  $l$  – длина участка гидролинии, в пределах которого находят потери по длине;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения;  $D_B$  – внутренний диаметр трубы.

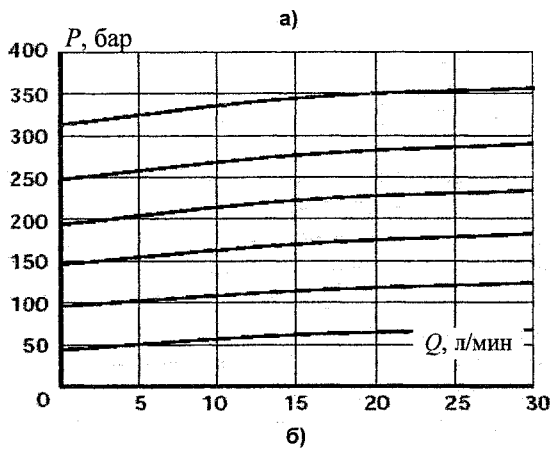
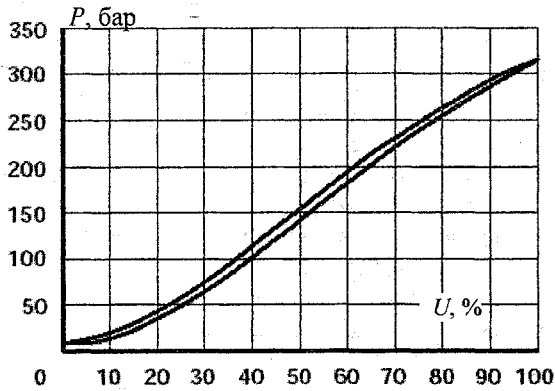


Рис. 3. Зависимость давления:  
а –  $P(U)$  при  $Q = 5$  л/мин,  
б –  $P(Q)$  при  $50^\circ\text{C}$

Местные потери давления  $P_{\text{пот.м}}$  рассчитывают по соотношению на основе формулы Вейсбаха для местных сопротивлений

$$P_{\text{пот.м}}(Q) = \frac{\xi_m \rho l |Q|Q}{2A^2}, \quad (6)$$

где  $\xi_m$  – коэффициент местного сопротивления;  $A$  – площадь проходного сечения на участке.

Инерционный перепад давления  $P_{\text{ин}}$  для случаев неустановившегося движения жидкости, при которых форма линии тока в потоке не изменяется с течением времени, описан уравнениями [1]

$$P_{\text{ин}} \left( \frac{dQ}{dt} \right) = \frac{\rho l}{A} \cdot \frac{dQ}{dt}. \quad (7)$$

Потери давления между сечениями Б и Ф гидролинии состоят из потери давления на клапане  $P_{\text{пот.КП}}$  и в самой гидролинии  $P_{\text{пот.гл}}$ . По характеристикам клапана (рис. 3) зависимость  $P_{\text{пот.КП}}(U)$  представим в виде колебательного, а зависимость  $P_{\text{пот.КП}}(Q)$  в виде усилительного звеньев [2, 4].

Приведенный коэффициент упругости  $k_{\text{упр.пр}}$  находим как сумму из коэффициента упругости смеси и коэффициента упругости баллона. В предположении, что у баллона деформируются только стенки и не происходит удлинения, коэффициент упругости баллона рассчитываем как коэффициент упругости для тонкостенной трубы.

С использованием полученных ранее зависимостей стeнд гидравлических испытаний баллонов описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений 5-го порядка:

$$P_3 = P_B + \frac{8\lambda\rho l Q_3^2}{\pi^2 D_B^5} + \frac{\xi_m \rho l Q_3^2}{2A_M^2} + \frac{\rho l}{A} \cdot \frac{dQ_3}{dt};$$

$$P_B = P_\Phi + \frac{8\lambda\rho l Q_\Phi^2}{\pi^2 D_B^5} + \frac{\xi_m \rho l Q_\Phi^2}{2A_M^2} + \frac{k_U U}{T^2 \frac{d^2}{dt^2} + 2\xi T \frac{d}{dt} + 1} + P_0 + k_Q(Q_\Phi - Q_0) + \frac{\rho l}{A} \cdot \frac{dQ_\Phi}{dt}; \quad (8)$$



$$Q_3 = Q_\Phi + \left[ \frac{1}{E_{см}(P_B)} + \frac{1}{E_{бал}} \right] V_{бал} \frac{dP_B}{dt},$$

где  $E_{см}$  – модуль объемной упругости жидкостно-газовой смеси;  $E_{бал}$  – модуль объемной упругости баллона;  $V_{бал}$  – объем баллона;  $U$  – величина управляющего электрического сигнала на входе электронного блока управления клапана;  $P_0$  – избыточное давление на входе клапана при нулевом управляющем электрическом сигнале ( $U = 0$ ) и расходе рабочей жидкости через клапан, равно  $Q_0$  ( $Q = Q_0$ );  $k_U, k_Q$  – коэффициенты линеаризации.

### 3. Реализация модели, получение и анализ результатов

По системе уравнений (8) в программном комплексе MATLAB составлена нелинейная структурная схема, параметры в которой определены по экспериментальным и паспортным данным оборудования, рис. 4.

Для испытаний баллонов на циклическую долговечность при моделировании реализован синусоидальный закон изменения задающего давления в испытываемом баллоне

$$P_{зад} = \frac{[(P_{max} + P_{min}) + (P_{max} - P_{min})] \sin(\omega t - \pi/2)}{2} \quad (8)$$

На рис. 5 представлены результаты моделирования стенда в виде временных характеристик изменения давления в баллоне, ошибки при регулировании и задающего воздействия.

Анализ результатов моделирования показал, что система управления с учетом принятых допущений реализует управляющее воздействие с допустимой по техническому заданию ошибкой регулирования в 10 %.

### Литература

1. Гойдо М.Е. Теория и проектирование гидроприводов: Учебное пособие. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1998. – 255 с.
2. Башта Т.М. и др. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов, 2-е изд. перераб. – М: Машиностроение, 1982. – 423 с.
3. Дьяконов В.П. MATLAB 6.5 SP1 / 7 + Simulink 5 / 6. Основы применения. Серия «Библиотека профессионала». – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с.
4. Бодров В.В., Багаутдинов Р.М., Гойдо М.Е. ОБ Улучшении динамических характеристик электрогидравлического следящего привода // Приводная техника. – 2004. – № 2. – С. 58–61.



# АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ, ЗАДАННЫХ ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ СХЕМАМИ

*В.В. Бодров, Н.В. Плотникова, М.Н. Устюгов, З.А. Фельк*

Системы автоматизации построения математических моделей являются важнейшей составной частью систем автоматизированного проектирования, позволяя оперативно оценивать функционирование разрабатываемых устройств и осуществлять параметрическую оптимизацию по заданным критериям.

Для математического моделирования технических систем различной физической природы предлагается использование метода физических аналогий, который позволяет подходить к рассмотрению систем различной физической природы с единых позиций. Согласно этому методу любой технической системе, функционирование которой описывается системой дифференциальных и алгебраических уравнений, можно поставить в соответствие некоторую формальную эквивалентную схему, которая описывается точно такой же системой дифференциальных и алгебраических уравнений.

## 1. Блочно-иерархический подход к моделированию систем

Автоматизированное моделирование технических систем позволяет ускорить и удешевить процесс проектирования, повысить качество и долговечность разрабатываемых устройств, синтезировать управляющие системы и сократить число натурных экспериментов [1, 2].

Решение проблемы проектирования и управления сложных технических систем, которые в общем случае представляют собой совокупность физически неоднородных подсистем – механических, гидравлических, управляющих, информационных, требует разработки методов и алгоритмов моделирования физически неоднородных систем.

Наиболее перспективным подходом к проектированию систем является блочно-иерархический, который в качестве своей основы включает иерархию математических моделей (ММ) (рис. 1).

Анализ процесса моделирования технических систем и подробная классификация математических моделей показали, что для моделирования систем различной физической природы наиболее целесообразными являются модели систем, используемые в САПР на макроуровне [2, 3]. Из исследованных методов моделирования на макроуровне наиболее удобными являются: метод узловых потенциалов, табличный метод, метод переменных состояния. Для решения поставленных задач подходит метод аналогий, так как существование аналогий фазовых переменных и уравнений позволяет создать единое математическое и программное обеспечение для САПР технических объектов.

## 2. Метод аналогий для построения математических моделей систем

Для математического моделирования технических систем различной физической природы используется метод физических аналогий. Применение метода аналогий, основанного на выявлении и анализе существующих аналогий физических систем, значительно упрощает получение математических моделей технических систем. Согласно этому методу любой технической системе, функционирование которой описывается системой дифференциальных и алгебраических уравнений, можно поставить в соответствие некоторую формальную эквивалентную схему, которая описывается точно такой же системой дифференциальных и алгебраических уравнений.

Метод аналогий базируется на следующих постулатах.

1. Моделируемая техническая система заменяется совокупностью физически однородных подсистем.

2. Структура подсистемы представляется множеством элементов и связей их друг с другом – множеством узлов и связывающих их ветвей. Состояние каждого ребра описывается фазовой переменной типа потенциала  $U_j$ , где  $j$  – номер ребра. Ребра связаны между собой посредством узлов. Состояние каждого узла характеризуется фазовой переменной типа потенциала  $\varphi_k$ , где  $k$  – номер узла. При этом для  $j$ -го ребра, включенного между узлами  $a$  и  $b$ ,  $U_j = \varphi_a - \varphi_b$ .

3. Свойства элемента задаются *компонентными уравнениями*, выражающими взаимозависимости между фазовыми переменными, относящимися к ребрам и узлам данного элемента. Связи элементов друг с другом задаются *топологическими уравнениями*, связывающими однотипные фазовые переменные, относящиеся к взаимосвязанным элементам.

4. *Математическая модель системы* – совокупность компонентных и топологических уравнений. Форма компонентных и топологических уравнений одинакова для большинства систем различной физической природы. Это обстоятельство обуславливает наличие аналогий между разнородными физическими системами.

Компонентные уравнения относятся к простым элементам, но могут использоваться и в моделях сложных элементов, так как последние можно представить в виде совокупности простых элементов [1, 2].

В качестве *топологического уравнения равновесия* – аналога первого закона Кирхгофа – выступают уравнения потоков в узлах соединения элементов:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (1)$$

а в качестве *топологического уравнения совместности* – аналога второго закона Кирхгофа – уравнения совместности давлений или скоростей в любом замкнутом контуре:

$$\sum_{k=1}^m U_k = 0, \quad (2)$$

где  $I_k$  и  $U_k$  – фазовые переменные, относящиеся к  $k$ -й ветви;  $n$  – число ветвей, подходящих к рассматриваемому узлу;  $m$  – число ветвей в рассматриваемом контуре.

### 3. Технология получения математической модели с использованием метода аналогий

Технологию получения математической модели системы на примере электрической системы с помощью метода аналогий и теории графов представим следующим образом: на первом этапе электрическая система заменяется эквивалентной схемой (рис. 2), содержащей в общем случае пять типов элементов:  $R, L, C, E, J$ . Следующим этапом является формирование с помощью теории графов фундаментального дерева (рис. 3), по которому определяются контуры, сечения, хорды и ветви дерева. В данном случае:  $E_1, C_1, R_1$  – ветви;  $R_2, L_1, J_1$  – хорды.

Далее записываются топологические уравнения для напряжений выбранных контуров:

$$\begin{cases} U_{R2} - E_1 + U_{R1} = 0; \\ U_{L1} + U_{C1} - E_1 + U_{R1} = 0; \\ U_{J1} + U_{C1} = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_{R2} = E_1 - U_{R1}; \\ U_{L1} = E_1 - U_{C1} - U_{R1}; \\ U_{J1} = -U_{C1} \end{cases}$$

или

$$\begin{bmatrix} U_{R2} \\ U_{L1} \\ U_{J1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ U_{C1} \\ U_{R1} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Соотношения между напряжениями в ветвях и хордах графа представляются с помощью матрицы  $M$  контуров и сечений:  $U_X = -MU_B$ , а токи в ветвях:  $I_B = M^T I_X$ , где

$$M = \begin{matrix} & E_1 & C_1 & R_1 \\ \begin{matrix} R_2 \\ L_1 \\ J_1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$U_X = [U_{R2} \ U_{L1} \ U_{J1}]^T \text{ и } U_B = [E_1 \ U_{C1} \ U_{R1}]^T.$$

В общем случае матрица  $M$ , матрица контуров и сечений, блочная, содержащая 16 подблочных матриц, для которых введены строгие индексы.

$$M = \begin{matrix} & E & C & r & \Gamma \\ \begin{matrix} S \\ R \\ L \\ J \end{matrix} & \begin{bmatrix} M_{SE} & M_{SC} & M_{Sr} & M_{S\Gamma} \\ M_{RE} & M_{RC} & M_{Rr} & M_{R\Gamma} \\ M_{LE} & M_{LC} & M_{Lr} & M_{L\Gamma} \\ M_{JE} & M_{JC} & M_{Jr} & M_{J\Gamma} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

где  $S$  – емкости в хордах;  $r$  – сопротивление в ветвях;  $\Gamma$  – индуктивности в ветвях. Матрицы  $M_{Sr}, M_{S\Gamma}, M_{Rr}$  всегда нулевые, наличие ненулевых подблочных  $M_{SE}, M_{SC}, M_{Lr}, M_{Jr}, M_{Rr}$  свидетельствует о существовании в схеме топологических вырождений. *Топологические вырождения* представляют собой емкостные контура, индуктивные звезды, резистивные включения (контура и звезды). Наличие топологических вырождений усложняет процедуру получения математической модели системы в нормальной форме – требуется либо решение систем линейных алгебраических уравнений на каждом шаге численного интегрирования системы дифференциальных уравнений, либо предварительное устранение топологических вырождений с помощью изменений схемы.

### 4. Формирование математической модели на основе блочной матрицы $M$

С помощью полученной матрицы  $M$  компонентных уравнений для заданной схемы, описывающих свойства элементов в эквивалентной схеме и топологических уравнений, отражающих структуру схемы, записывается математическая модель системы в виде совокупности дифференциальных и алгебраических уравнений, матричная форма записи которых представлена соответственно в выражениях (4), (5).

### 5. Автоматизация построения математической модели системы по эквивалентной схеме

Одним из способов моделирования систем в современных программных средствах, таких как VisSim, RL, MATLAB, является моделирование по заданной структурной схеме, которая формируется по полученным уравнениям (4), (5).

Одним из преимуществ методики моделирования систем и реализованного на ее основе программного комплекса «Matrix\_M», используемого на кафедре «Системы управления» ЮУрГУ является исследование систем только по эквивалентным схемам.

Для решения полученной системы дифференциальных (4) уравнений в программном комплексе «Matrix\_M» используются метод Рунге–Кутты–Мерсона, метод Эйлера, усовершенствованный метод Эйлера, метод Эйлера–Коши, метод Рунге–Кутты [5]. Для решения системы алгебраических уравнений (5) в программном комплексе «Matrix\_M» используются следующие методы: метод Гаусса, метод Гаусса–Жордана, метод Крамера, метод  $LU$ -разложения, матричный метод, для

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_C \\ \dot{I}_L \\ \dot{U}_S \\ \dot{I}_\Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C^{-1}M_{LC}^T & 0 & C^{-1}M_{RC}^T & 0 & C^{-1}M_{SC}^T & 0 & C^{-1}M_{JC}^T \\ -L^{-1}M_{LC} & 0 & -L^{-1}M_{Lr} & 0 & -L^{-1}M_{Lr} & 0 & -L^{-1}M_{LE} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_C \\ I_L \\ U_r \\ I_R \\ U_\Gamma \\ I_S \\ E \\ I_J \end{bmatrix}^T; \quad (4)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -M_{Rr}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{Rr} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R^{-1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{Lr}^T L^{-1} M_{Lr} & 0 & 0 & 0 & r^{-1} + M_{Lr}^T L^{-1} M_{Lr} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{SC} C^{-1} M_{RC}^T & 0 & S^{-1} + M_{SC} C^{-1} M_{SC}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{Lr}^T & 0 & 0 & 0 & M_{Jr}^T & 0 & 0 \\ -M_{RC} & 0 & -M_{RE} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M_{Lr}^T L^{-1} M_{LC} & 0 & -M_{Lr}^T L^{-1} M_{LE} & 0 & 0 & 0 & M_{Jr}^T & 0 \\ 0 & -M_{SC} C^{-1} M_{LC}^T & 0 & -M_{SE} & -M_{SC} C^{-1} M_{JC}^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_r \\ I_r \\ U_R \\ I_R \\ U_\Gamma \\ I_S \\ U_C \\ I_L \\ E \\ \dot{E} \\ I_J \\ \dot{I}_J \end{bmatrix} \quad (5)$$

решения системы нелинейных уравнений – метод Ньютона–Рафсона, метод Хука–Дживса, наискорейшего спуска, итерация неподвижной точки.

Реализация предложенной методики моделирования в рамках традиционных систем программирования может быть неэффективной, так как подобные системы не позволяют выразить в программном комплексе требуемую функциональность. Более целесообразным представляется использование объектно-ориентированных систем программирования (инструментальная среда Borland Delphi), поддерживающих также визуальное и событийное программирование, обладающих более выразительным языком программирования, удобством составления программных компонент, их отладки и сопровождения.

Программный комплекс состоит из следующих модулей: модуль формирования матрицы  $M$ , модуль исследования систем, содержащих линейные элементы; модуль исследования нелинейных систем и сложных систем. Погрешность метода интегрирования в «Matrix\_M» оценивается с использованием принципа двойного просчета. Учет нулевых элементов в модели: в случае отсутствия элемента в системе его размерность принимается равной 1, значение – 1, так как в программе используется обращение матриц, которые в данном случае являются разреженными.

Нестационарные элементы в программном комплексе задаются следующим образом:

Выражение 1: граница 1 для  $t$ ;

Выражение 2: граница 2 для  $t$ ;

...

Выражение  $N$ : граница  $N$  для  $t$ ,

где для значения данной величины вычисляется

(Выражение 1, если время  $t <$  граница 1);

(Выражение 2, если время  $t <$  граница 2);

...

(Выражение  $N$  – для остальных  $t$ ).

Последняя граница не пишется и принимается равной бесконечности. Программа поддерживает: знаки операций: +, –, \*, /, ^; параметр  $t$ ; скобки; разные форматы записи чисел, например, 1, –1, 10.0124, .235, 10.34e10; функции: exp (е в степени), sin, cos, tg, ctg.

Пример задания в программном комплексе выражения для нестационарного элемента:

$E: 2*t:0.5:\exp(0.5-t):1:\exp(-0.5)$

означает что  $E = 2t$  при  $t$  от 0 до 0,5;  $E = \exp(0,5-t)$ , при  $t$  от 0,5 до 1,  $E = \exp(-0,5)$  при  $t$  от 1 до бесконечности.

Нелинейные зависимости задаются в виде:

Condition 1: expression 1;

Condition 2: expression 2;

...

otherwiseExpr,

где при выполнении условия condition 1 будет считаться expression 1, при выполнении условия condition 2 – expression 2 и т.д. Если ни одно из условий не выполняется, то будет считаться выражение otherwiseExpr. Выражения задаются так же, как и для нестационарных элементов. Условия задаются в виде

$I_r < 0 \& I_r > -4$

и т.п. Примеры задания нелинейных зависимостей в программном комплексе «Matrix\_M»:

$$r1 = 4 + 0.1 \cdot Ir1;$$

$$S1 = 1 + 0.3 \cdot \sin(IS1);$$

$$\Gamma1 = 0.1 + 0.01 \cdot \cos(U\Gamma1);$$

$$R1 = 5 + 0.1 \cdot UR1.$$

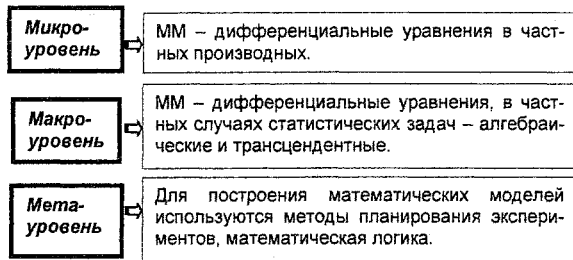


Рис. 1. Классификация математических моделей в САПР

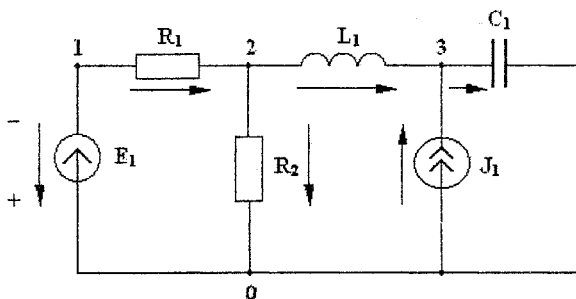


Рис. 2. Эквивалентная схема электрической системы

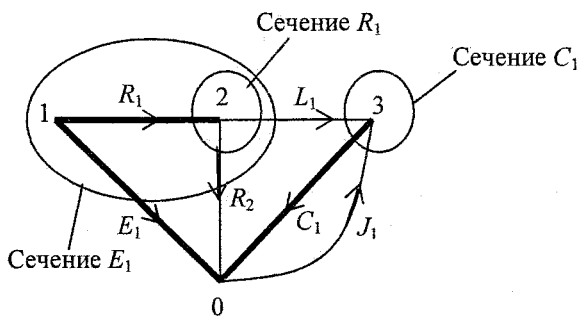


Рис. 3. Фундаментальное дерево, его хорды и ветви

### 6. Математическая модель электромеханической системы

Эквивалентная схема электромеханической системы приведена на рис. 4. Пусть имеется некоторый источник питания и нагрузка, примем в качестве источника питания якорную обмотку генератора постоянного тока, считая ЭДС источника генератора постоянной, учитывая у генератора индуктивность и сопротивление. Нагрузка – якорная обмотка двигателя, обмоткой возбуждения пренебрегаем. Взаимодействие электрической и механической подсистем моделируется трансформаторной связью и задается аналитически:

$$E_2 = K_E U_{C1};$$

$$I_{J1} = K_M I_{L2}.$$

Для моделирования по эквивалентной схеме используются обозначения, принятые для электрических систем, а для формирования фундаментального дерева и блочной матрицы  $M$  применяется

теория графов. Фундаментальное дерево представлено на рис. 5.

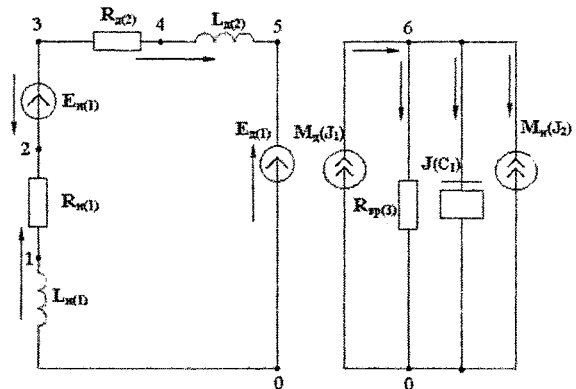


Рис. 4. Эквивалентная схема электромеханической системы

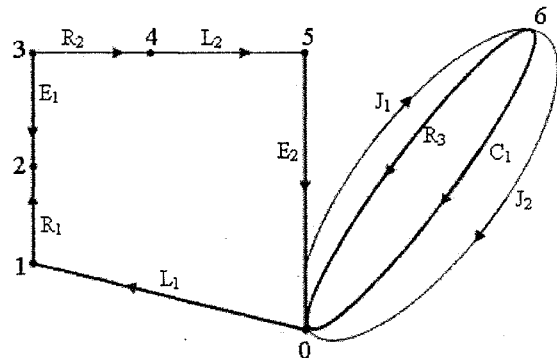


Рис. 5. Фундаментальное дерево, его хорды и ветви

В данном случае:  $R_3, L_2, J_1, J_2$  – хорды,  $E_1, E_2, C_1, R_1, R_2, L_1$  – ветви. Топологические уравнения для напряжений, из которых выделяются напряжения для получения хорд, имеют вид:

$$U_{R3} = -U_{C1};$$

$$U_{L2} = -(-E_1 + E_2 + U_{L1} + U_{R1} + U_{R2});$$

$$U_{L1} = U_{C1};$$

$$U_{J2} = -U_{C1}.$$

Матрица  $M$  в данном случае имеет вид

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для проверки достоверности полученных в программном комплексе результатов моделирования данная электромеханическая система была исследована в программе RL, разработанной на кафедре «Системы управления», в ЮУрГУ. Для моделирования системы с помощью RL строится структурная схема (рис. 6).

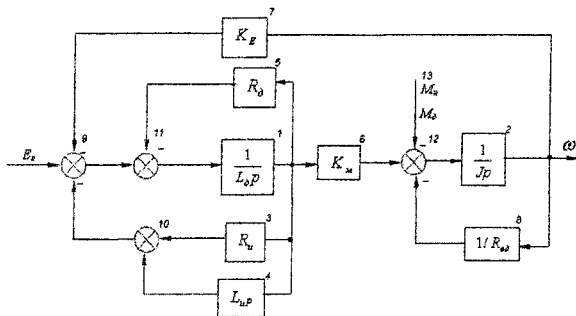
Графики переходных процессов в системе, полученные в программе RL, отражены на рис. 7.

Моделирование в программном комплексе «Matrix\_M» осуществляется по эквивалентной схеме, в данном случае фундаментальное дерево (см. рис. 5) не строится, матрица  $M$  формируется автоматически и структурная схема (см. рис. 6) не

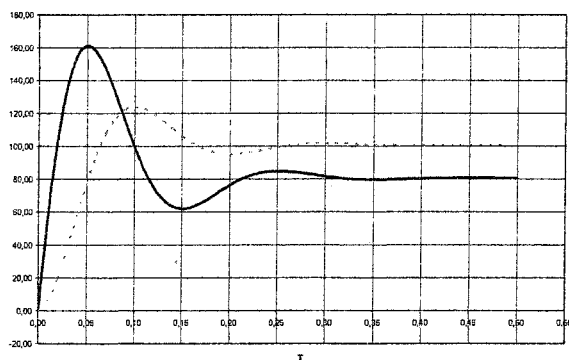
используется как основная для моделирования электромеханической системы.

Полученная матрица  $M$  приведена на рис. 8, наличие ненулевой матрицы  $M_{LG}$  свидетельствует о наличии топологических вырождений.

Пример задания параметров переходного процесса в виде аналитических зависимостей приведен на рис. 9. Переходные процессы в системе отражены на рис. 10.



**Рис. 6. Структурная схема электромеханической системы**



**Рис. 7. Переходные процессы, результат моделирования в программе RL**

Матрица M

	E1	E2	C1	R1	R2	L1
R3	0	0	-1	0	0	0
L2	-1	1	0	1	0	0
M1	0	0	0	0	0	0
R2	0	0	-1	0	0	0

**Рис. 8. Матрица контуров и сечений, матрица M**

Максимальные относительные погрешности результатов:

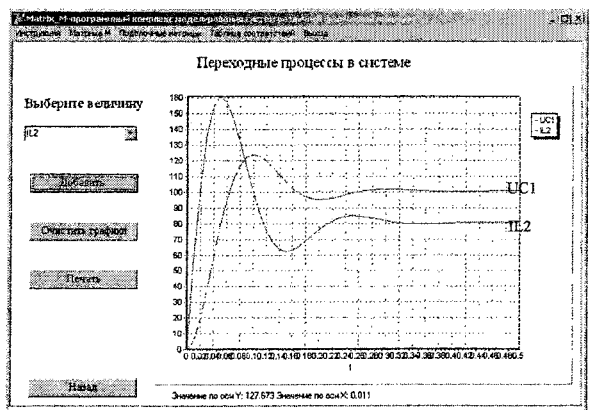
$$\delta_{IL2} = 0,3093236 \%$$

$$\delta_{UC1} = 1,0172819 \%$$

что свидетельствует о достоверности результатов моделирования в программном комплексе «Matrix\_M» и о возможности применения пред-

ставленной методики моделирования для исследования сложных технических систем.

**Рис. 9. Окно ввода параметров переходного процесса, задания трансформаторной связи между подсистемами**



**Рис. 10. Переходные процессы в электромеханической системе**

### Заключение

Предложенный алгоритм получения математической модели системы включает этапы:

- представление исследуемой системы совокупностью физически однородных подсистем;
- построение эквивалентной схемы подсистемы;
- формирование фундаментального покрывающего дерева графа полученной схемы, определение хорд и ветвей дерева с использованием метода переменных состояния;
- формирование матрицы  $M$ ;
- выбор компонентных и топологических уравнений на основе метода аналогий;
- запись математической модели в виде системы дифференциальных и алгебраических уравнений.

Методика построения математических моделей систем на основе метода аналогий и теории графов применяется не только для технических систем, но и для информационных цепей, что подтверждено результатами моделирования в программном комплексе «Matrix\_M».

**Литература**

1. Корячко В.П., Курейчик В.М., Норенков И.П. Теоретические основы САПР: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 400 с.

2. Норенков И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. – М.: Высшая школа, 1986. – 304 с.

3. Устюгов М.Н., Надточий З. А. Применение метода аналогий и теории графов для построения

математических моделей систем различной физической природы// Системы автоматического управления: Тематический сборник научных трудов. – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2000. – С. 48–53.

4. Устюгов М.Н. Автоматизированное исследование нелинейных систем управления: Учебное пособие. – Челябинск: ЧГТУ, 2000. – 76 с.

5. Садов В.Б., Устюгов М.Н. Численные методы при решении технических задач: Учебное пособие. – Челябинск: ЧГТУ, 1995. – 69 с.

## ВОЛНОВОДНО-ПОЛОСКОВОЕ ТУРНИКЕТНОЕ СОЕДИНЕНИЕ

М.Г. Вахитов, Н.И. Войтович, А.Н. Соколов, Н.Н. Репин

Многие практические применения в технике СВЧ требуют, чтобы были использованы одновременно волноводные устройства и устройства, построенные на основе полосковых линий передачи.

Известны, например, плоские антенны, в которых делитель мощности построен на основе полосковой линии передачи [1]. Однако, конвертор, входящий в систему для приёма сигналов со спутника и присоединяемый непосредственно к плоской антенне, имеет волноводный вход. С целью обеспечения согласования симметричной полосковой линии с волноводным входом конвертора обычно используют четвертьволновый отрезок волновода, который встраивается в конструкцию антенны [2]. Однако введение в состав антенны четвертьволнового отрезка волновода усложняет конструкцию антенны, снижает эффективность использования раскрыва антенны и, как следствие, уменьшает коэффициент усиления антенны. Проблема перехода от полосковой линии к волноводу усугубляется, когда антенна должна иметь круговую поляризацию поля излучения. В этом случае в волновод вводится не одна, как это реализовано в антеннах линейной поляризации, а две или четыре полоски. В последнем случае получается устройство, аналогичное устройству симметричного крестообразного соединения двух прямоугольных волноводов и круглого волновода, и известное под названием «турникет» [3, 4]. Устройство, содержащее четыре симметричных полосковых линии, соединенных крестом в плоскости полосок, и круглый волновод, ось которого проходит через центр креста перпендикулярно плоскости креста, будем называть волноводно-полосковым турникетным соединением (ВПТС) [5].

На рис. 1 представлено трехмерное изображение волноводно-полоскового турникетного соединения (ВПТС) в разобранном виде. ВПТС состоит из круглого волновода 1 и плоско слоистой структуры, которая включает в себя первый экран 2, первую диэлектрическую пластину 3, центральный проводник 4 ( $E_2$ ), вторую диэлектрическую пластину 5, второй экран 6. Кроме того, ВПТС содержит согласующую пластину 7 ( $E_1$ ) и четыре сегмента 8–11. Центральный проводник 4 ( $E_2$ ) (рис. 2) включает в себя полосковый резонатор, четыре центральных проводника полосковых линий и четыре согласующих трансформаторов. Полосковый резонатор имеет квадратную форму. На первом экране вырезано круглое отверстие 12. Ось  $OZ$  на рис. 1 перпендикулярна плоскострой структуре и проходит через центр структуры. Ось  $OZ$  является в устройстве осью симметрии четвер-

того порядка. Сегменты устанавливаются между экранами таким образом, что совместно образуют короткий отрезок круглого волновода с четырьмя боковыми отверстиями. Этот короткий отрезок волновода является продолжением круглого волновода 1 в область между экранами. В отверстие 12 устанавливается согласующая пластина 7 ( $E_1$ ). В результате образуется апертура в виде кольцевой щели, расположенной в плоскости  $M_2$ .

## 1. Теория

Общая электромагнитная задача сформулирована для трёх областей (0, 1 и 2), электромагнитно связанных через апертуры, расположенные в плоскостях  $M_1$  и  $M_2$  (рис. 1). Область 0 – волновод, простирающийся от  $z = -\infty$  до некоторого сечения  $z = z_0$ , где  $z_0$  – величина порядка длины волны. Область 1 – отрезок волновода между сечением  $z = z_0$  и сечением в плоскости  $M_2$  (плоскости первого экрана).

Область 2 – область полосковых линий передачи с центральным проводником 4 ( $E_2$ ). При формулировке задачи использован метод эквивалентных токов, который предполагает, что все области замкнуты, а конструктивные элементы и отверстия апертур при расчёте учитываются введением соответствующих эквивалентных токов. Использовано равенство нулю тангенциальной компоненты электрического поля  $\vec{E}$  на согласующей пластине, поверхности полосок и непрерывность тангенциальной компоненты магнитного поля  $\vec{H}$  на апертурах при переходе из одной области в другую. Полагается также, что источником электромагнитного поля является «падающая» волна  $H_{11}$ , распространяющаяся в области 0 из бесконечности в направлении креста, напряженность магнитного поля падающей волны обозначена как  $\dot{H}_{10}^0$ . В результате получена система интегральных уравнений относительно распределений плотности электрических токов на согласующей пластине  $-\dot{J}^{E_1}$ , на поверхности полосок  $-\dot{J}^{E_2}$  и магнитных токов на апертурах:  $\dot{J}^{M_1}$ ,  $\dot{J}^{M_2}$ .

В частности, на апертуре в плоскости  $M_1$  (при переходе из области 0 в область 1):

$$\begin{aligned} \dot{H}^0 \left\{ \dot{J}^{M_1} \right\} + \dot{H}^1 \left\{ \dot{J}^{M_1} \right\} - \dot{H}^1 \left\{ \dot{J}^{E_1} \right\} - \\ - \dot{H}^1 \left\{ \dot{J}^{M_2} \right\} = -\dot{H}_{10}^0, \end{aligned} \quad (1)$$

на поверхности согласующей пластины  $E_1$  (в области 1):

$$-\dot{\vec{E}}^1 \{ \dot{\vec{j}}^{M_1} \} + \dot{\vec{E}}^1 \{ \dot{\vec{j}}^{E_1} \} + \dot{\vec{E}}^1 \{ \dot{\vec{j}}^{M_2} \} = 0, \quad (2)$$

на апертуре в плоскости  $M_2$  (при переходе из области 1 в область 2):

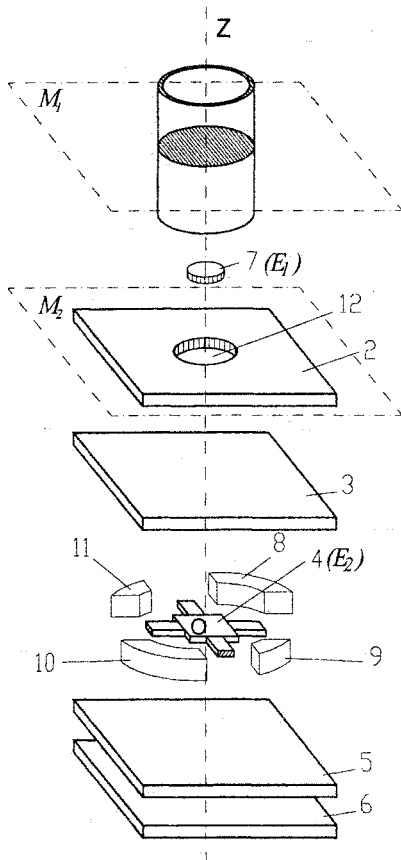


Рис. 1. Волноводно-полосковое турникетное соединение

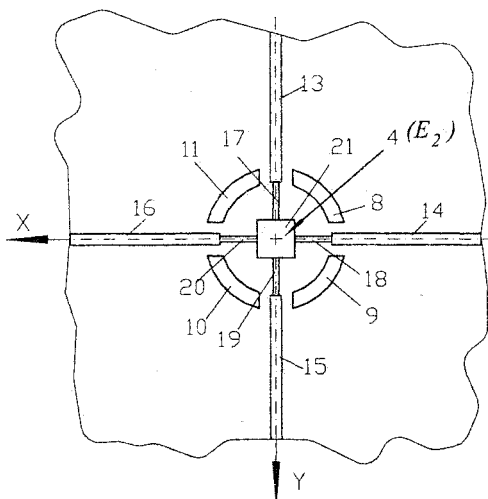


Рис. 2. Полосковый делитель мощности

$$\begin{aligned} -\dot{\vec{H}}^1 \{ \dot{\vec{j}}^{M_1} \} + \dot{\vec{H}}^1 \{ \dot{\vec{j}}^{E_1} \} + \dot{\vec{H}}^1 \{ \dot{\vec{j}}^{M_2} \} = \\ = -\dot{\vec{H}}^2 \{ \dot{\vec{j}}^{M_2} \} + \dot{\vec{H}}^2 \{ \dot{\vec{j}}^{E_2} \}, \end{aligned} \quad (3)$$

на поверхности полосок  $E_2$  (в области 2):

$$-\dot{\vec{E}}^2 \{ \dot{\vec{j}}^{M_2} \} + \dot{\vec{E}}^2 \{ \dot{\vec{j}}^{E_2} \} = 0, \quad (4)$$

где верхний индекс векторов электрического и магнитного полей обозначает область, для которой записаны соответствующие характеристики. Электрические и магнитные поля находятся с использованием тензорной функции Грина. Для решения системы интегральных уравнений используется метод Галёркина.

### Экспериментальные результаты

Для проведения экспериментальных исследований в диапазоне частот 12 ГГц был изготовлен макет ВПТС (рис. 3). Размеры экранов равны  $100 \times 100 \text{ мм}^2$ . Диаметр круглого волновода равен 19 мм. Сегменты изготовлены из кольца с внутренним диаметром 19 мм и внешним диаметром 23 мм. В кольце вырезаны 4 паза шириной 8 мм каждый. Высота сегментов равна 3 мм.

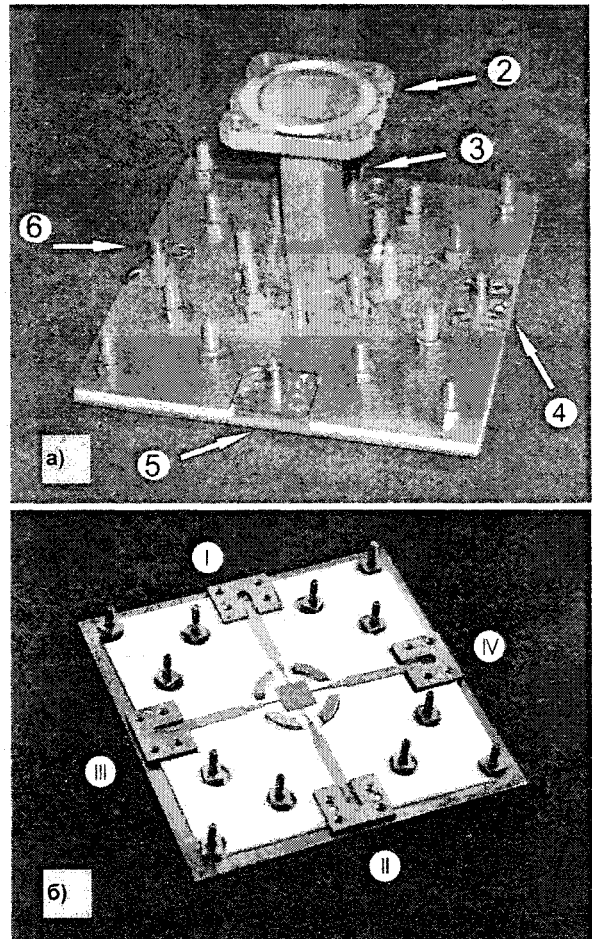


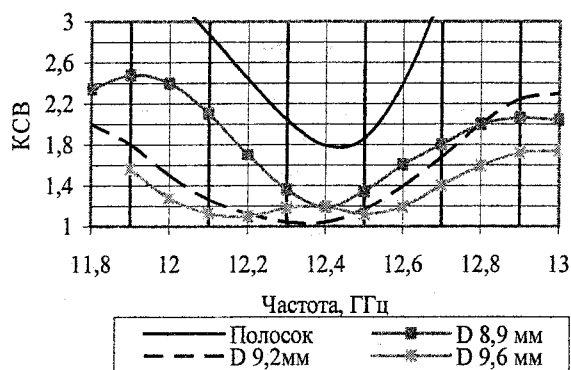
Рис. 3. Макет ВПТС

Согласование ВПТС было достигнуто, используя полосковый резонатор, согласующие устройства и согласующую пластину. Согласующие устройства были выполнены в виде двухступенчатых трансформаторов. Полосковый резонатор представлен квадратом со стороной 10,4 мм. От-



носительная диэлектрическая проницаемость первой и второй диэлектрических пластин равна 1,13. В круглом волноводе возбуждалась волна  $H_{11}$ .

На макете проведено исследование влияния размера согласующей пластины на величину коэффициента стоячей волны по напряжению (КСВ) в круглом волноводе. На рис. 4 приведены графики КСВ волноводно-полоскового турникетного соединения в круглом волноводе, в том случае, когда согласующая пластина в соединении отсутствует и при ее наличии в соединении.



**Рис. 4. Зависимость КСВ от частоты в круглом волноводе ВПТС при различных диаметрах согласующей пластины**

Как видно из рассмотрения графиков на рис. 4, при отсутствии пластины в соединении зависимость КСВ в диапазоне частот 12,1–12,65 ГГц имеет один явно выраженный минимум, величина КСВ в точке минимума равна 1,78. На частотах вне указанного диапазона частот величина КСВ имеет недопустимо высокие значения.

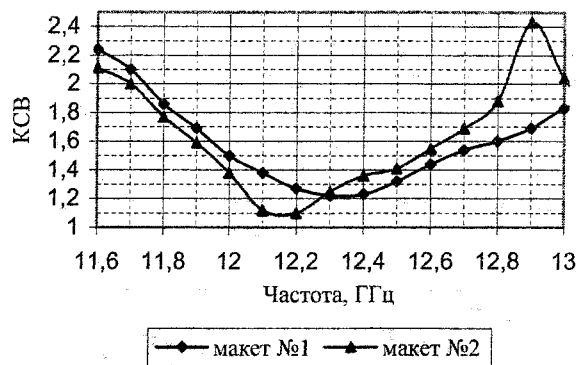
С ростом диаметра согласующей пластины минимальное значение КСВ стремится к 1 и достигает этого значения при диаметре пластины, примерно равном 9,2 мм. При дальнейшем росте диаметра пластины зависимость КСВ в диапазоне частот 11,8–13 ГГц имеет два минимума и максимум, расположенный по середине между ними. Величина максимума с ростом диаметра пластины увеличивается. При этом ширина полосы согласования по уровню, соответствующему уровню максимума, также увеличивается.

Был проведен эксперимент по измерению характеристик ВПТС в двух случаях: в первом случае сегменты установлены в макет устройства (макет № 1), во втором случае сегменты отсутствовали в макете (макет № 2). Согласующая пластина выполнена из медной фольги в виде диска диаметром 9,2 мм и толщиной 100 микрон.

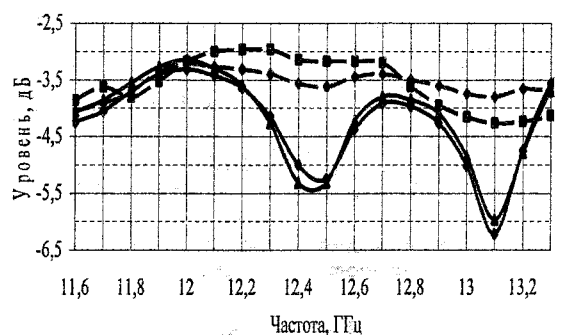
Измерение КСВ было выполнено со стороны круглого волновода. Результаты измерений представлены графиками на рис. 5. Зависимость уровня мощности в плечах приведена на рис. 6, 7.

Выходы I и II соответствуют ситуации, когда вектор  $\vec{E}$  параллелен плечам ВПТС. Выходы III и

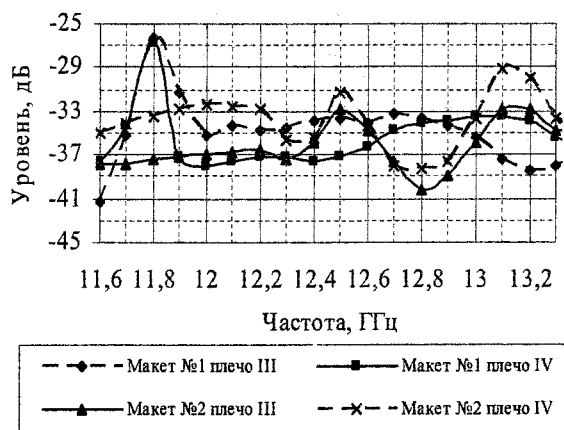
IV соответствуют ситуации, когда  $\vec{E}$  перпендикулярен плечам ВПТС.



**Рис. 5. Зависимость КСВ на входе круглого волновода от частоты, макеты № 1, № 2**



**Рис. 6. Зависимость уровня мощности от частоты в плечах I и II**



**Рис. 7. Зависимость уровня мощности от частоты в плечах III и IV**

Как видно, уровни мощности в плечах I и II примерно равны. Уровни мощности в плечах III и IV существенно меньше уровня мощности в плечах I и II. На рис. 8 представлена зависимость суммарной мощности в 5 плечах: мощности волн, возбуждаемых в 4-х полосковых линиях и мощности отраженной волны в круглом волноводе.

Как видно из графиков, уровень суммарной мощности отличается от мощности падающей волны на 5 % в случае, когда сегменты установлены в макете. Однако в случае, когда сегменты отсутствуют, суммарная мощность отличается от мощности падающей волны на 50 %. Этот факт свидетельствует о том, что часть мощности распространяется вне полосковых линий и круглого волновода. Следовательно, сегменты предотвращают «просачивание» мощности в область между экранами вне полосковых линий.

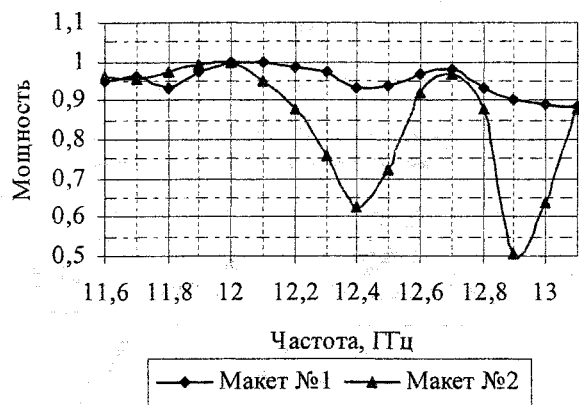


Рис. 8. Зависимость уровня суммарной мощности в плечах I – IV

#### Заключение

Согласование ВПТС со стороны круглого волновода достигнуто, используя полосковый резонатор, согласующие отрезки линий и согласующую пластину. Согласующие отрезки включены между резонатором и полосковыми линиями. Согласующая пластина размещена в апертуре круглого волновода. Сегменты расположены на экранах полосковых линий таким образом, что они формируют короткий отрезок волновода с четырьмя боковыми отверстиями.

Показано, что потери мощности в устройстве с сегментами меньше по сравнению с потерями мощности в устройстве без сегментов. Сделан вывод о том, что сегменты предотвращают «просачивание» мощности в область между экранами вне полосковых линий. Таким образом, применение согласующих сегментов в волноводно-полосковом турникетном соединении объективно необходимо. Они позволяют на порядок сократить величину потерь полезной мощности и улучшить развязку между «рабочими» плечами и смежными с ними плечами полоскового делителя мощности.

#### Литература

1. Voytovich N.I., Panchenco B.A., Sokolov A.N. Planar antenna for satellite TV reception// 1998 International Symposium on electromagnetic Theory. Proceedings, 25–28 May 1998, Thessaloniki, Greece. – 1998. – P. 244–246.
2. Nakano H., Sugama M., Yamauchi J. Cavity-backed circular aperture antenna constructed using a triplate transmission line// IEE Proc.-Microw. Antennas Propag. – 1999. – Vol. 146, №. 6.
3. Альтман Дж. Устройства СВЧ. – М.: Мир, 1968. – 487 с.
4. Бровка А.В. Расчет и оптимизация симметричного турникетного соединения волноводов методом конечных элементов// Вопросы прикладной физики. – 1997. – № 3. – С.46–50.
5. Войтович Н.И., Вахитов М.Г., Расин А.М., Репин Н.Н. Волноводно-полосковое турникетное соединение. – Россия. МПК<sup>7</sup>. H01P5/107. № 2002134837/20; заявлено 2002.12.23, опубл. 2004.08.10. Приоритет 23.12.2002 (Россия).
6. Voytovich N.I., Vakhitov M.G., Rasin A.M., Regin N.N., Sokolov A.N. Waveguide-striplines turnstile// XXVIII<sup>th</sup> General Assembly of International Union of Radio Science (URSI), October 23–29, 2005, New Delhi, India. – 2005.

## КОМПЬЮТЕРНЫЙ ОСЦИЛЛОГРАФ

Г.И. Волович, А.Л. Новоселов

Компьютерные цифровые осциллографы используются для исследования электрических сигналов. Это универсальные измерительные приборы широкого применения. Область возможного использования цифровых осциллографов – автоматизация научных исследований и диагностика в физике, радиотехнике, биологии; настройка электронных схем, телевизионной и радиоаппаратуры; измерение электрических сигналов в различных областях техники. В цифровых осциллографах исследуемый аналоговый сигнал преобразуют в цифровой. Дальнейшая обработка информации в цифровой форме позволяет получить практически любые характеристики сигнала. К достоинствам цифровых осциллографов относят легкость сопряжения с вычислительной техникой, возможность запоминания и автоматической обработки сигнала. Структурная схема разработанного устройства представлена на рис. 1.

Пользователь имеет возможность с помощью программы, установленной на персональном компьютере (ПК), изменять тип входа (открытый – сигнал проходит полностью, закрытый – проходит

только переменная составляющая сигнала), а также изменять значение смещения, чувствительности и развертки.

В разработанном устройстве исследуемый аналоговый сигнал поступает на входные цепи, которые содержат делители напряжения с коэффициентами 1:30 и 1:900. Необходимый делитель в зависимости от заданной чувствительности выбирается с помощью микроконтроллера. Также во входных цепях предусмотрена возможность выбора типа входа, тип входа также изменяется микроконтроллером. С помощью цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) задается необходимое смещение сигнала.

Далее сигнал поступает на усилитель с регулируемым коэффициентом усиления, коэффициент усиления зависит от чувствительности, выбранной пользователем, и задается с помощью ЦАП. Управление ЦАП осуществляется с помощью микроконтроллера.

После усилителя сигнал подается на аналого-цифровой преобразователь (АЦП), в котором он с необходимой частотой преобразуется в цифровой.

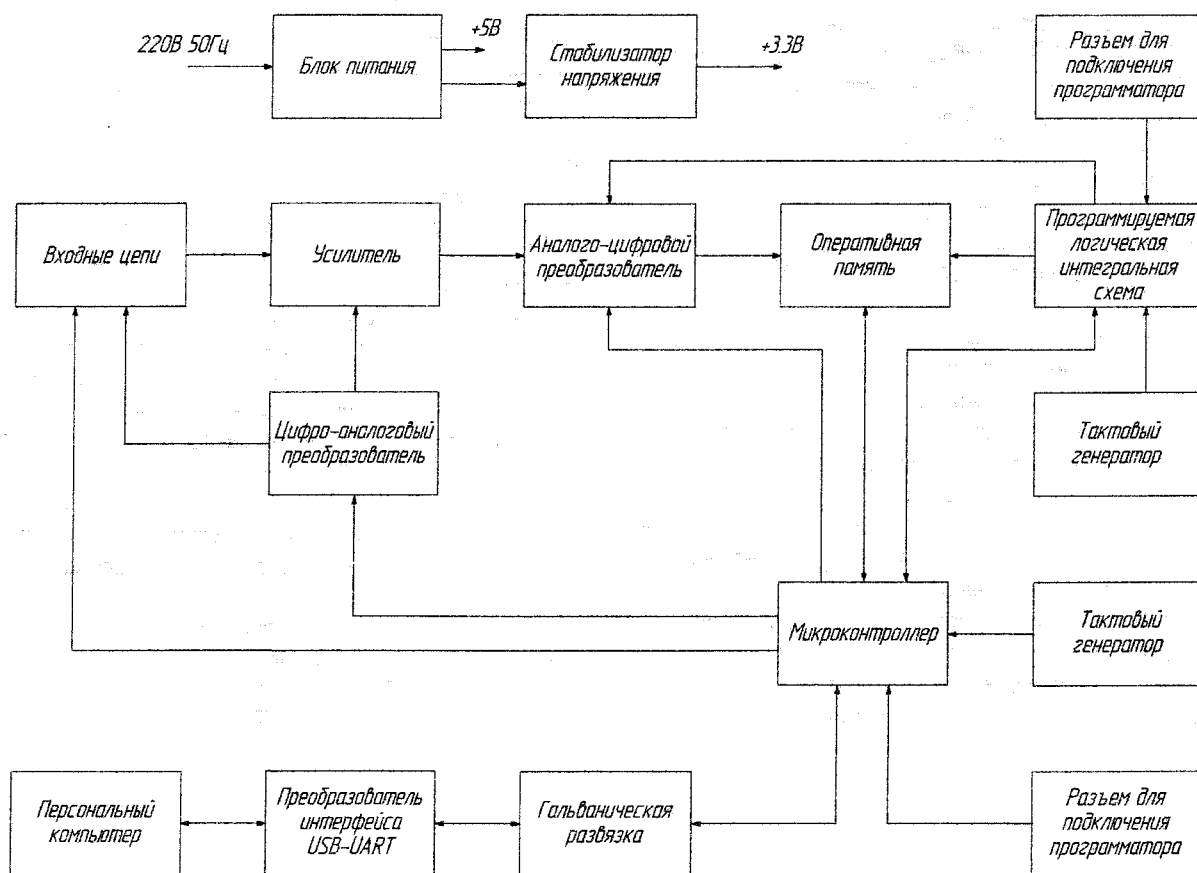


Рис. 1. Структурная схема компьютерного осциллографа

Частота дискретизации в зависимости от выбранной развертки задается программируемой логической интегральной схемой (ПЛИС) или микроконтроллером. Имеется возможность перевода АЦП в режим экономии энергии, режим работы устанавливается микроконтроллером.

Цифровой сигнал сохраняется в оперативную память, управление оперативной памятью производится ПЛИС. Далее сигнал считывается в микроконтроллер.

Для микроконтроллера и ПЛИС в устройстве предусмотрены внешние тактовые генераторы и разъемы для подключения программаторов.

Данные из микроконтроллера через гальваническую развязку передаются в преобразователь интерфейса USB-UART, и далее данные поступают в ПК. В свою очередь управляющие данные из ПК через преобразователь интерфейса и гальваническую развязку передаются в микроконтроллер.

Питание устройства осуществляется от сети 220 В, 50 Гц, блок питания преобразует это напряжение в 5 В, необходимое напряжение в 3,3 В получается с помощью стабилизатора напряжения.

Схема электрическая принципиальная разработанного устройства представлена на рис. 2.

Связь устройства с ПК осуществляется по шине USB. Выбор шины был обусловлен необходимостью получения высокой скорости передачи данных. Передача данных из микроконтроллера в ПК и обратно осуществляется с помощью микросхемы FT232BM. Необходимо обеспечить такую скорость передачи, чтобы на экране сигнал менялся с частотой 50 Гц. Информация передается в ПК пакетами по 12,5 кбит, то необходимая скорость равна 625 кбит/с. Такая скорость может быть достигнута при использовании однокристалльного асинхронного двунаправленного преобразователя USB в последовательный интерфейс FT232BM.

Между FT232BM и микроконтроллером используется микросхема ADuM1201. Это двухканальный цифровой изолятор фирмы Analog Devices на основе запатентованной технологии iCoupler®, позволяющий передавать сигналы со скоростью до 25 Мбод. Изолятор имеет независимое питание передающей и приемной частей, тем самым позволяя преобразовывать, при необходимости, уровни сигналов, подавая на одну часть микросхемы, например, питание 3,3 В, а на другую –5 В.

В разработанном устройстве используется микроконтроллер ATmega16L. Этот выбор обусловлен тем, что микроконтроллеры AVR легко программируются, также для устройства необходимо не менее

30 линий ввода/вывода и необходимо использовать в устройстве напряжение питания 3,3 В.

Для устройства была выбрана ПЛИС EPM7064AE из семейства MAX7000A, этот выбор обусловлен высоким быстродействием данной микросхемы и необходимостью использования напряжения питания 3,3 В. В качестве тактового генератора для ПЛИС используется программируемый кварцевый генератор Epson частотой 32 МГц. Серия SG-8002 выпускается с программируемой частотой в диапазоне от 1 МГц до 125 МГц.

Входные цепи содержат делители напряжения 1:30 и 1:900. Для делителя 1:30 предусмотрена диодная защита, реализованная на диодной сборке BAV99. После делителей сигнал поступает на операционный усилитель с функцией отключения AD8063. Этот усилитель обладает широкой полосой пропускания.

Необходимое значение усиления и смещения сигнала пользователь задает с помощью программы на персональном компьютере. Эти значения передаются через микроконтроллер в ЦАП. В устройстве используется микросхема AD5322.

Усиление аналогового сигнала происходит в усилителе с регулируемым коэффициентом усиления AD8330. Используется схема подключения, рекомендованная производителем. В AD8330 предусмотрены 2 входа для контроля усиления. В первых, имеется возможность изменять напряжение от 0 В до 1,5 В на входе VDBS, что соответствует усилению от 0 дБ до 50 дБ. Во-вторых, имеется возможность изменять напряжение на входе VMAG от 0,015 В до 5 В, что соответствует усилению от 0,03 до 10 от установленного значения на входе VDBS.

В разработанном устройстве исследуемый аналоговый сигнал поступает на АЦП. При выборе АЦП следует учитывать ряд факторов: точность, быстродействие, необходимые питающие напряжения и мощность рассеивания, тип корпуса, источник опорного напряжения и генератор тактовых импульсов, входной импеданс и диапазон аналогового напряжения, выходная схема. В устройстве используется 8-разрядное АЦП AD9283 быстродействием  $50 \cdot 10^6$  выборок/с.

На тактовый вход АЦП поступает сигнал от ПЛИС. В зависимости от развертки, выбранной пользователем, оцифровка сигнала производится с различной частотой.

Цифровой сигнал записывается в оперативное запоминающее устройство (ОЗУ). В устройстве используется быстродействующее статическое ОЗУ ED18L32128V фирмы Texas Instruments.

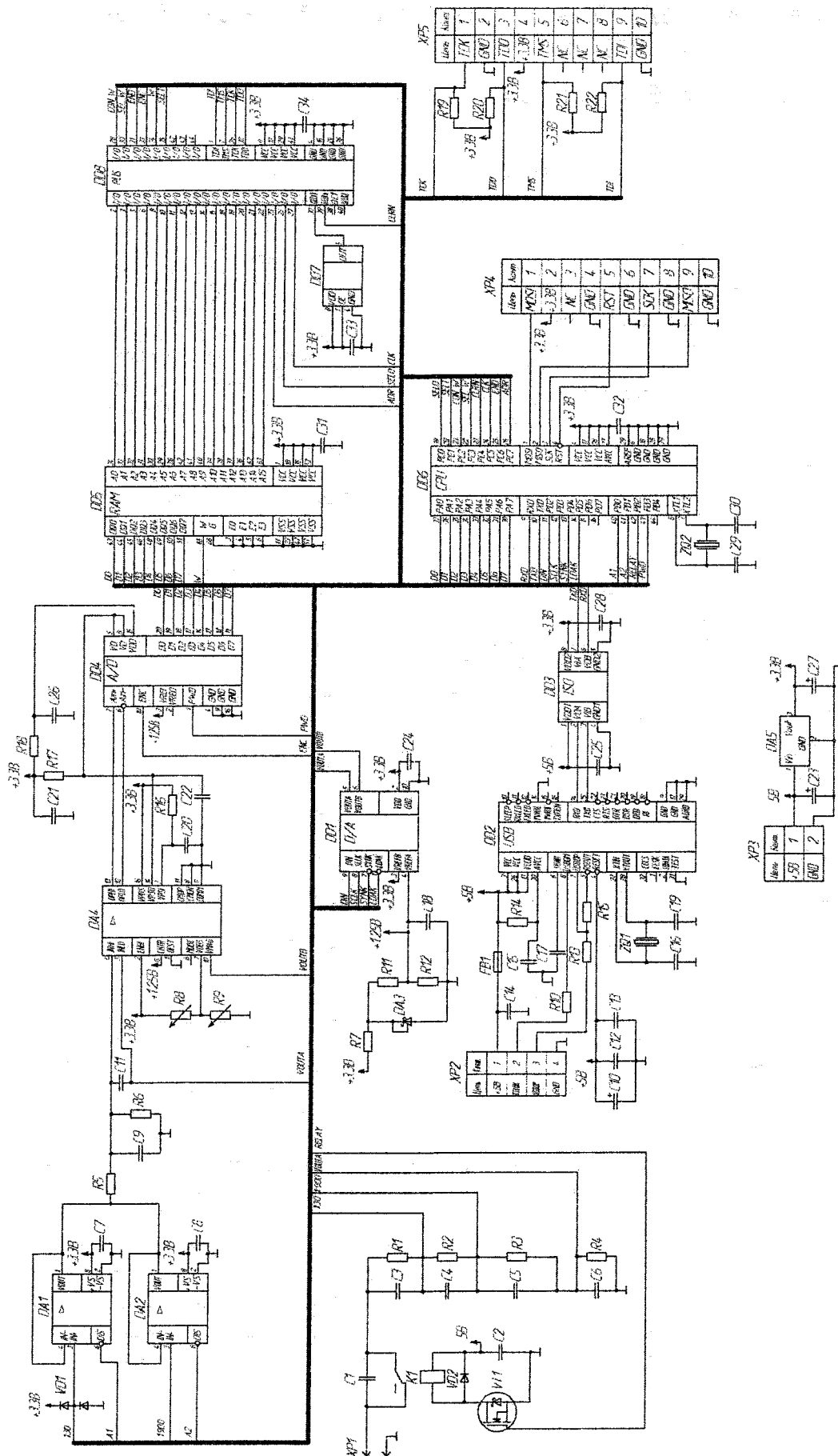


Рис. 2. Схема электрическая принципиальная компьютерного осциллографа

# ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Д.Н. Вятченников, В.В. Кособуцкий, А.А. Носенко, Н.В. Плотникова

Недостаточная информация об объектах при разработке их систем управления восполняется использованием методов идентификации. Основные трудности при решении задачи идентификации нелинейных объектов обусловлены сложностью структуры объекта и неполнотой математического описания и информации об объекте. Объект управления приходится аппроксимировать цепочкой элементарных звеньев известной структуры, а построение модели сводится к оценке характеристик этих звеньев по данным нормальной работы объекта. Примером такой аппроксимации является представление объекта в классе моделей Гаммерштейна или Винера. После определения структуры модели, задача идентификации сводится к задаче параметрической идентификации.

## 1. Алгоритм идентификации нелинейных динамических объектов, описываемых моделью Гаммерштейна, во временной области

Объект исследования – нелинейный управляемый одномерный динамический объект с измеряемыми в дискретные моменты времени входом  $u(t)$  и выходом  $z(t)$ , представленный на рис. 1.

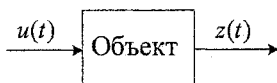


Рис. 1. Структура объекта идентификации

Нелинейные и динамические свойства таких объектов в ряде случаев невозможно четко разделить. Для упрощения задачи исследуемый нелинейный динамический объект представляют в виде некоторой комбинации линейных динамических блоков и безынерционных нелинейных блоков [1]. Одним из таких сочетаний является модель Гаммерштейна – последовательное соединение безынерционного нелинейного элемента и линейной динамической части. Измеряемыми величинами являются входной сигнал  $u(t)$  и выходной сигнал  $z(t)$ . Все помехи, воздействующие на объект, приведены к выходу в виде шума  $v(t)$  (рис. 2) [2].

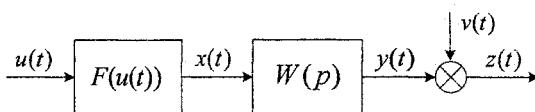


Рис. 2. Модель Гаммерштейна

Линейная динамическая часть (динамическое звено) задается передаточной функцией

$$W(p) = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i p^i}{\sum_{j=0}^n a_j p^j}, \quad a_n = 1, \quad m \leq n. \quad (1)$$

Безынерционный нелинейный элемент описывается однозначной статической характеристикой, аппроксимируемой полиномом степени  $p$

$$x(t) = \sum_{k=1}^p c_k u^k(t). \quad (2)$$

Рассмотрим алгоритм идентификации во временной области нелинейного динамического объекта, описываемого моделью Гаммерштейна.

Линейное динамическое звено описывается дифференциальным уравнением согласно (1)

$$\sum_{j=0}^n a_j y^{(j)}(t) = \sum_{i=0}^m b_i x^{(i)}(t). \quad (3)$$

Подставив (2) в (3), получим

$$\sum_{j=0}^n a_j y^{(j)}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{i=0}^m c_k b_i p^i u^k(t). \quad (4)$$

В (4) осуществляем замену

$$b_{ki} = c_k b_i, \quad (5)$$

тогда уравнение примет вид

$$\sum_{j=0}^n a_j y^{(j)}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{i=0}^m b_{ki} p^i u^k(t). \quad (6)$$

Неадекватность принятой модели, наличие неизмеряемых помех ошибок измерений охарактеризуем приведенным к выходу аддитивным шумом  $v(t)$ , аппроксимируя реальный закон распределения нормальным законом распределения, что основано на центральной предельной теореме. Стационарный случайный процесс  $v(t)$  при этом характеризуется нулевым математическим ожиданием и некоторой дисперсией.

Задача идентификации нелинейного объекта во временной области: необходимо по результатам измерений в дискретные моменты времени процессов  $u(t)$  и  $z(t)$  определить оценки параметров объекта  $b_{ki}$ ,  $i = \overline{0, m}$ ,  $k = \overline{1, p}$  и  $a_j$ ,  $j = \overline{0, n-1}$ .

Представим уравнение (6), разрешенное относительно выходной координаты  $y(t)$ , в виде структурной схемы (рис. 3).

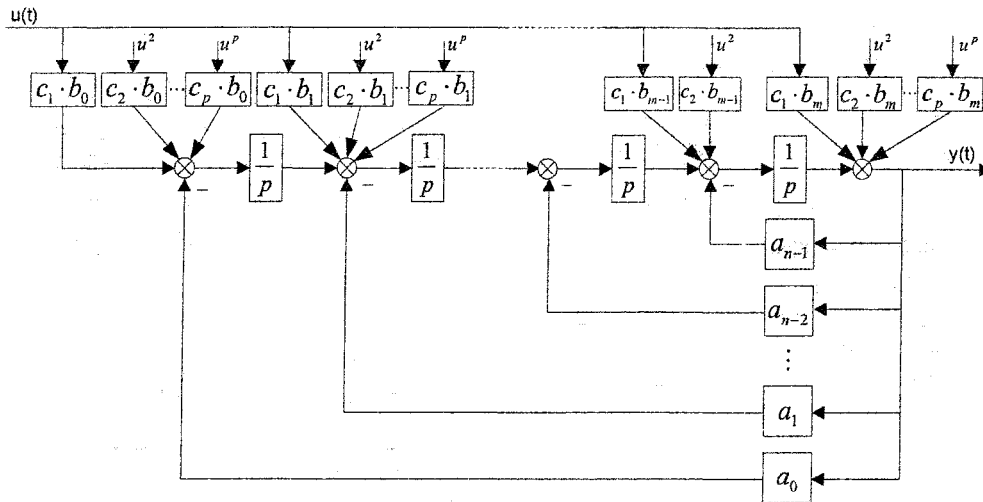


Рис. 3. Структурная схема нелинейного объекта, описываемого моделью Гаммерштейна, разрешённого относительно выходной координаты

$$\begin{aligned}
 y(t) = & - \left( a_0 \frac{1}{p^n} + a_1 \frac{1}{p^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{1}{p} \right) y(t) + \\
 & + \sum_{k=1}^p b_{k,0} u^k(t) \frac{1}{p^m} + \sum_{k=1}^p b_{k,1} u^k(t) \frac{1}{p^{m-1}} + \dots \\
 & \dots + \sum_{k=1}^p b_{k,m-1} u^k(t) \frac{1}{p} + \sum_{k=1}^p b_{k,m} u^k(t) = \\
 = & \sum_{k=1}^p \sum_{i=0}^m M_{ki}(t) b_{ki} + \sum_{j=0}^{n-1} N_j(t) a_j \quad (7)
 \end{aligned}$$

где  $N_j(t)$ ,  $j = \overline{0, n-1}$  и  $M_i(t)$ ,  $i = \overline{0, m}$  – функции чувствительности второго рода.

По рис. 3 и выражению (7) видно, что функции чувствительности  $N_j(t)$  и  $M_{ki}(t)$  есть интегралы соответствующей кратности от выходного и входного сигналов, удовлетворяющие соотношениям:

$$\begin{cases}
 N_0(t) = -\int_{(n)} \dots \int y(t) dt^n; \\
 N_1(t) = -\int_{(n-1)} \dots \int y(t) dt^{n-1}; \\
 \vdots \\
 N_{n-1}(t) = -\int y(t) dt; \\
 M_{k0}(t) = \int_{(m)} \dots \int u^k(t) dt^m; \\
 M_{k1}(t) = \int_{(m-1)} \dots \int u^k(t) dt^{m-1}; \\
 \vdots \\
 M_{km}(t) = u^k(t),
 \end{cases} \quad (8)$$

где  $k = \overline{1, p}$ .

Для каждого коэффициента числителя  $b_i$  операторной передаточной функции линейной части имеем  $p$  функций чувствительности, рассчитанных для каждого значения коэффициента нелинейного объекта  $c_k$ . Значения функций чувствительности второго рода для заданных с постоян-

ным шагом моментов времени  $t_1, t_2, \dots, t_k$  определяются в результате численного интегрирования.

$$z(k) = y(k) + v(k) = H(k)\alpha(k) + v(k), \quad (9)$$

где

$$z(k) = z(t_k);$$

$$H(k) = [N_0(t_k), N_1(t_k) \dots N_{n-1}(t_k),$$

$$M_{k0}(t_k), M_{k1}(t_k) \dots M_{km}(t_k)];$$

$$\alpha(k) = [a_0(k), a_1(k) \dots a_{n-1}(k),$$

$$b_{k0}(k), b_{k1}(k) \dots b_{km}(k)]^T;$$

$v(k)$  – шум, обусловленный помехами, действующими на объект, погрешностями описания выходного сигнала функциями чувствительности второго рода (несовпадение математической модели), погрешностями вычислений на ЭВМ, рассматриваемый как некоррелированная гауссовская случайная последовательность с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $R(k)$ .

Считая параметры объекта постоянными в течение времени идентификации, записываем соотношение для изменения во времени параметров объекта:

$$\dot{\alpha}(t) = 0$$

или

$$\alpha(k+1) = \alpha(k). \quad (10)$$

Рассматриваем (10) как уравнение состояния некоторой системы с вектором состояния  $\alpha(k)$ , а (9) – как уравнение измерений. С учётом (9) и (10) запишем рекуррентные соотношения фильтра Калмана–Бьюси [3, 4] для оценки вектора параметров в виде

$$\hat{\alpha}(k+1) = \hat{\alpha}(k) + K(k+1) \times$$

$$\times [Z(k+1) - H(k+1)\hat{\alpha}(k)]. \quad (11)$$

Оптимальный вектор коэффициентов усиления находим из выражения

$$K(k+1) = P(k)H^T(k+1) \times \\ \times [H(k+1)P(k)H^T(k+1) + R(k+1)], \quad (12)$$

а уточнение ковариационной матрицы ошибок оценивания производится с использованием соотношения

$$P(k+1) = P(k) - K(k+1)H(k+1)P(k). \quad (13)$$

Оптимальный коэффициент усиления  $K(k+1)$  дискретного фильтра (13) позволяет обеспечить минимум среднеквадратичного отклонения ошибки фильтрации.

Процесс фильтрации (11)–(13) выполняется до достижения условия

$$\sigma_{\text{расч}} \leq \sigma_0, \quad (14)$$

где  $\sigma_{\text{расч}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{z}_i - \hat{z}_i)^2}$  – расчетная точность идентификации;  $\sigma_0$  – заданная точность идентификации;  $\bar{z}_i(t)$  – расчетное значение выходной величины;  $\hat{z}_i(t)$  – экспериментальное значение выходной величины.

При выполнении условия (14) определяются оценки параметров идентифицируемого объекта на ограниченном интервале времени, которые в дальнейшем уточняются до окончания процесса.

## 2. Алгоритм идентификации нелинейных динамических объектов, описываемых моделью Винера, во временной области

Другим вариантом представления нелинейного динамического объекта является описание объекта в классе моделей Винера. Модель Винера состоит из последовательного соединения двух блоков: линейного динамического и безынерционного нелинейного блока с однозначной статической характеристикой (рис. 4).

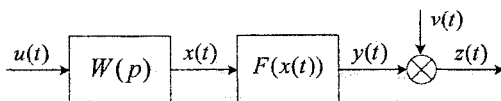


Рис. 4. Модель Винера

Измеряемыми величинами являются входной сигнал  $u(t)$  и выходной сигнал  $z(t)$ . Все помехи, воздействующие на объект, приведены к выходу и определяются шумом  $v(t)$ . Промежуточный сигнал  $x(t)$  нам неизвестен в силу физической неразделимости исследуемого объекта на линейный и нелинейный блоки.

Линейный динамический блок модели Винера описывается операторной передаточной функцией или дифференциальным уравнением

$$\sum_{j=0}^n a_j x^{(j)}(t) = \sum_{i=0}^m b_i u^{(i)}(t). \quad (15)$$

Безынерционный нелинейный блок представлен однозначной статической характеристикой, аппроксимированной полиномом степени  $p$ :

$$y(t) = F(x(t)) = \sum_{q=1}^p c_q x^q(t). \quad (16)$$

Рассмотрим способ идентификации нелинейного объекта, описываемого моделью Винера, при указанных условиях во временной области.

Воспользовавшись формулами (15) и (16):

$$\sum_{j=0}^n a_j p^j \sum_{q=1}^p \frac{1}{q^j c_q} \sqrt[q]{y(t)} = \sum_{i=0}^m b_i u^{(i)}(t) \quad (17)$$

или

$$\sum_{j=0}^n \sum_{q=1}^p \frac{a_j}{q^j c_q} p^j \sqrt[q]{y(t)} = \sum_{i=0}^m b_i p^i u^{(i)}(t). \quad (18)$$

Осуществим переобозначения некоторых параметров уравнения (18) для упрощения дальнейших рассуждений

$$a_{jq} = \frac{a_j}{q^j c_q}, \quad j = \overline{0, n}, \quad q = \overline{1, p}. \quad (19)$$

Тогда уравнение (18) примет вид

$$\sum_{j=0}^n \sum_{q=1}^p a_{jq} p^j y^{1/q}(t) = \sum_{i=0}^m b_i p^i u^{(i)}(t). \quad (20)$$

Необходимо по результатам измерений в дискретные моменты времени процессов  $u(t)$  и  $z(t)$  определить оценки параметров объекта  $a_{jq}$ ,

$$j = \overline{0, n-1}, \quad q = \overline{1, p} \quad \text{и} \quad b_i, \quad i = \overline{0, m}.$$

Представив с учетом (19) дифференциальное уравнение (20), разрешенное относительно выходной координаты, получим

$$y(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{q=1}^p N_{jq}(t) \frac{a_j}{q^j c_q} + \sum_{i=0}^m M_i(t) b_i - \sum_{q=2}^p y^{1/q}(t), \quad (21)$$

где  $N_{jq}(t)$ ,  $j = \overline{0, n-1}$ ,  $q = \overline{1, p}$  и  $M_i(t)$ ,  $i = \overline{0, m}$  – функции чувствительности второго рода.

Очевидно, что функции чувствительности  $N_{jq}(t)$  и  $M_i(t)$  есть интегралы соответствующей кратности от выходного и входного сигналов, удовлетворяющие соотношениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{0q}(t) = -\int_{(n)} \dots \int y^{1/q}(t) dt^n; \\ N_{1q}(t) = -\int_{(n-1)} \dots \int y^{1/q}(t) dt^{n-1}; \\ \vdots \\ N_{n-1,q}(t) = -\int y^{1/q}(t) dt; \\ M_0(t) = \int_{(m)} \dots \int u(t) dt^m; \\ M_1(t) = \int_{(m-1)} \dots \int u(t) dt^{m-1}; \\ \vdots \\ M_m(t) = u(t). \end{array} \right. \quad (22)$$

где  $q = \overline{1, p}$ .

Для каждого коэффициента знаменателя  $a_j$ ,  $j = \overline{0, n-1}$  передаточной функции линейной части имеем  $p$  функций чувствительности, кото-



рые рассчитаны для каждого значения коэффициента нелинейного объекта  $c_q, q = \overline{1, p}$ .

Значения функций чувствительности второго рода для заданных с постоянным шагом моментов времени  $t_1, t_2, \dots, t_k$  будем получать на ЭВМ в результате численного интегрирования. Поэтому используем матричное представление соотношения (22), принятое в дискретных системах, в виде:

$$z(k) = y(k) + v(k) = H(k)\alpha(k) + v(k), \quad (23)$$

где

$$z(k) = z(t_k);$$

$$H(k) = [N_{0q}(t_k), N_{1q}(t_k), \dots, N_{n-1,q}(t_k),$$

$$M_0(t_k), M_1(t_k), \dots, M_m(t_k)];$$

$$\alpha(k) = [a_{0q}(k), a_{1q}(k), \dots, a_{n-1,q}(k),$$

$$b_0(k), b_1(k), \dots, b_m(k)]^T,$$

$v(k)$  – шум, обусловленный помехами, действующими на объект, погрешностями описания выходного сигнала функциями чувствительности второго рода (несовпадение математической модели), погрешностями вычислений на ЭВМ.

Далее осуществляем процедуру фильтрации с помощью фильтра Калмана–Бьюси, приведенную при рассмотрении алгоритма идентификации нелинейных динамических объектов класса моделей Гаммерштейна, для оценки  $\alpha(k)$ .

### 3. Практическая реализация

Для предложенных алгоритмов идентификации моделями Гаммерштейна и Винера создается программный продукт. Покажем эффективность алгоритма на примере объекта, описываемого моделью Гаммерштейна, с использованием ранее разработанной программы ILVN, предназначенной для идентификации одномерных линейных динамических объектов.

С использованием ILVN выполним идентификацию нелинейного объекта. Рассматривается нелинейный объект, описываемый моделью Гаммерштейна, со структурной схемой (рис. 5):

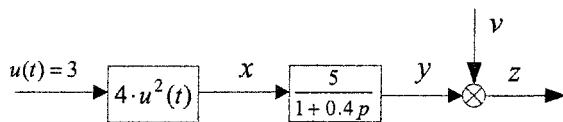


Рис. 5. Пример структурной схемы нелинейной системы

Нелинейный элемент описывается соотношением  $x(t) = 4u^2(t)$ , линейный динамический элемент задан операторной передаточной функцией при входном сигнале  $u(t) = 3$ ,

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{5}{1 + 0,4p}. \quad (24)$$

Приведем операторную передаточную функцию (24) к виду (рис. 6):

$$W(p) = \frac{b_0}{a_0 + a_1 p} = \frac{12,5}{2,5 + p}, \quad (25)$$

где коэффициент при старшей производной  $a_1 = 1$ .

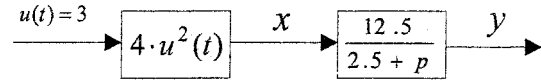


Рис. 6. Преобразованная структурная схема нелинейного объекта

С учётом отмеченных преобразований по структурной схеме (рис. 6) выполним моделирование в программе RN и результаты представим в виде табл. 1.

Таблица 1  
Результаты моделирования в программе RN

$t, c$	$u(t)$	$x(t)$	$y(t)$
0,000	3,000	36,000	0,000
0,500	3,000	36,000	128,000
1,000	3,000	36,000	165,000
1,500	3,000	36,000	176,000
2,000	3,000	36,000	179,000
3,000	3,000	36,000	180,000
4,000	3,000	36,000	180,000
5,000	3,000	36,000	180,000

По полученным значениям входа и выхода исследуемого объекта формируем диалог для программы ILVN.

Программа ILVN предназначена для идентификации линейных динамических объектов, поэтому рассуждения были проведены согласно описанному выше алгоритму, а идентификация проводилась для объекта вида (рис. 7)

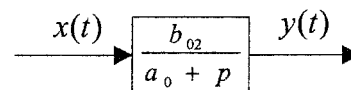


Рис. 7. Структурная схема идентифицируемого объекта

Согласно рисунку  $x(t) = 3^2 = 9$ . По предложенной выше методике коэффициент нелинейного элемента отнесём к числителю линейной части системы:  $b_{02} = b_0 c_2 = 12.5 \cdot 4 = 50$ .

Диалог с программой имеет вид:

```

ПОРЯДОК ЧИСЛИТЕЛЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ
ФУНКЦИИ: 0
ПОРЯДОК ЗНАМЕНАТЕЛЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ
ФУНКЦИИ: 1
КОЛ-ВО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ТОЧЕК
ПЕР. ПРОЦЕССА: 101
ПРИЗНАК ПЕЧАТИ ВЕКТОРА ПАРАМЕТРОВ
1-ДА, 0- НЕТ: 1
ДИСПЕРСИЯ ШУМА ИЗМЕРЕНИЙ: .500E-01
ВЕКТОР ДИАГОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
КООВАРИАЦИОННОЙ МАТРИЦЫ:
    
```

```

200.      200.
ВВЕДИТЕ ДЛЯ ВХОДНОГО СИГНАЛА: 777.
- СИГНАЛ ЗАВИСИТ ОТ ВРЕМЕНИ
ВЕЛИЧИНА СИГНАЛА 9.00
- СИГНАЛ ПОСТОЯННЫЙ
МАССИВ - ВРЕМЯ:
.000      .500E-01  .100      .150
4.90      4.95      5.00
МАССИВ - ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ:
.000      21.1      39.8      56.3
...      180.      180.      180.
    
```

В результате идентификации получили значения параметров объекта:

```

ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ:
ЧИСЛИТЕЛЬ  B0= 49.9592
ЗНАМЕНАТЕЛЬ A0= 2.49747
              A1= 1.00000
    
```

Значения коэффициентов объекта, идентифицируемой модели и ошибки оценивания коэффициентов представлены в табл. 2.

Таблица 2  
Коэффициенты объекта и модели

	$b_{02}$	$a_0$	$a_1$
Коэффициенты объекта	50,00000	2,50000	1,00000
Коэффициенты модели	49,95920	2,49747	1,00000
Ошибки оценивания, %	0,08160	0,10120	0,00000

Из примера видно что, определение параметров объекта, проведенное с помощью программы ILVH, подтверждает применимость метода для идентификации нелинейных динамических объектов, описываемых моделью Гаммерштейна.

#### Заключение

Разработаны алгоритмы идентификации во временной области нелинейных динамических объектов, описываемых моделями Гаммерштейна и Винера. Проведена практическая реализация одного из предложенных алгоритмов, подтверждающая работоспособность и их практическую применимость.

#### Литература

1. Болквядзе Г.Р. Класс моделей Гаммерштейна в задачах идентификации стохастических систем// Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 1. – С. 42–55.
2. Устюгов М.Н., Садов В.Б. Идентификация технических объектов и систем управления во временной и частотной областях: Учебное пособие. – Челябинск: ЧГТУ, 1995. – 104 с.
3. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси: Пер. с нем. – М.: Наука, 1982. – 200 с.
4. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.С. Деева, А.Г. Щипицын

В состав навигационной системы (НС) обычно входит система непрерывного определения навигационных параметров, обычно это инерциальная навигационная система (ИНС), чувствительными элементами которой являются измерители ускорений (акселерометры) и углов ориентации или угловой скорости (гироскопы). Использование ИНС обеспечивает непрерывность работы, автономность НС и возможность выработки практически всех основных навигационных параметров.

При описании ИНС используются правые прямоугольные системы координат, с которыми соотносятся измеряемые и вырабатываемые параметры:

1.  $\xi\eta\zeta$  – инерциальная система координат (ось  $\eta$  направлена по оси Мира, ось  $\xi$  лежит в плоскости Гринвичского меридиана в момент  $t = 0$ ).

2.  $\xi_3\eta_3\zeta_3$  – экваториальная система координат (ось  $\eta_3$  совпадает с осью  $\eta$ , ось  $\zeta_3$  лежит в плоскости меридиана объекта).

3.  $xuz$  – географическая система координат (ось  $z$  совпадает с внешней нормалью к поверхности референц-эллипсоида Земли, ось  $y$  направлена на север).

## 1. Описание погрешности ИНС

Погрешность автономно работающей ИНС можно разделить на две части. Первая – это описание зависимости основных навигационных параметров от инструментальных погрешностей чувствительных элементов (гироскопов и акселерометров). Вторая часть описывает погрешности чувствительных элементов.

Описанная ниже модель погрешности справедлива при следующих допущениях:

- отсутствует влияние средств коррекции и демпфирования;
- отсутствует взаимное влияние между северным, восточным и вертикальным каналами географического трехгранника;
- отсутствует влияние движения объекта.

Описанные допущения сделаны по причине малого влияния описанных факторов [1].

Для описания погрешностей чувствительных элементов использованы упрощенные модели в виде диффузионных Марковских процессов первого порядка, так как в данном случае более существенно различие уровней номинальной и аномальной погрешностей, а не характер поведения этих погрешностей во времени.

Модель для скоростей уходов гироскопов относительно экваториальных осей (диффузионные Марковские процессы первого порядка):

$$\dot{\omega}_{\xi_3} = -\frac{1}{\tau_{\Gamma}} \omega_{\xi_3} + g_1 w_1;$$

$$\dot{\omega}_{\zeta_3} = -\frac{1}{\tau_{\Gamma}} \omega_{\zeta_3} + g_2 w_2;$$

$$\dot{\omega}_{\eta_3} = -\frac{1}{\tau_{\Gamma}} \omega_{\eta_3} + g_3 w_3,$$

где  $w_1, w_2, w_3$  – белозумные возмущения единичной интенсивности;  $g_1, g_2, g_3$  – коэффициенты интенсивности возмущений;  $\tau_{\Gamma}$  – интервал корреляции дрейфов гироскопов.

Погрешность акселерометров в виде диффузионных Марковских процессов первого порядка:

$$\delta \dot{a}_x = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_x + g_4 w_4;$$

$$\delta \dot{a}_y = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_y + g_5 w_5;$$

$$\delta \dot{a}_z = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_z + g_6 w_6,$$

где  $\tau_a$  – интервал корреляции погрешностей акселерометров;  $w_4, w_5, w_6$  – белозумные возмущения единичной интенсивности;  $g_4, g_5, g_6$  – коэффициенты интенсивности возмущений

Модель для скоростей уходов гироскопов относительно географических осей в виде случайных констант:

$$\dot{\varpi}_x = 0;$$

$$\dot{\varpi}_y = 0,$$

где  $\varpi_y = \delta_y$  и  $\varpi_x = \delta_{\xi_3}$ .

Погрешности  $\delta_{\xi_3}, \delta_{\zeta_3}, \delta_{\eta_3}$  построения экваториального трехгранника:

$$\dot{\delta}_{\xi_3} = u \delta_{\xi_3} + \omega_{\xi_3};$$

$$\dot{\delta}_{\zeta_3} = u \delta_{\zeta_3} + \omega_{\zeta_3};$$

$$\dot{\delta}_{\eta_3} = \omega_{\eta_3},$$

где  $\omega_{\xi_3}, \omega_{\zeta_3}, \omega_{\eta_3}$  – скорости ухода гироскопов в проекциях на оси  $\xi_3, \zeta_3, \eta_3$ , а  $u$  – скорость вращения Земли.

При ненулевых начальных условиях и постоянных скоростях ухода гироскопов, поведение  $\delta_{\xi_3}$

и  $\delta_{\zeta_3}$  близко к колебательному, с периодом 24 часа (суточный контур). А для  $\delta_{\eta_3}$  очевидно нарастание со временем значения погрешности при ненулевом  $\omega_{\eta_3}$ .

Погрешности построения географического трехгранника:

$$\delta \dot{V}_E = -g\alpha_y + g\delta a_x;$$

$$\delta \dot{V}_N = g\alpha_x + \delta a_y;$$

$$\delta \dot{V}_H = g\alpha_z;$$

$$\dot{\alpha}_y = \frac{\delta V_E}{R} + \dot{\delta}_y;$$

$$\dot{\alpha}_x = -\frac{\delta V_N}{R} + \dot{\delta}_{\zeta_3},$$

где  $\delta V_E, \delta V_N, \delta V_H$  – погрешности составляющих скорости в географической системе координат;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\alpha_x, \alpha_y$  – погрешности вертикали;  $a_x, a_y, a_z$  – проекции погрешности акселерометров на оси географической системы координат (в угловой мере);  $R$  – радиус Земли, принимаемой за шар,  $\dot{\delta}_y$  – скорость ухода экваториального трехгранника по оси  $y$ :

$$\dot{\delta}_y = -\delta_{\xi_3} \sin \varphi + \delta_{\eta_3} \cos \varphi,$$

где  $\varphi$  – широта.

В погрешностях  $\delta V_E, \delta V_N, \alpha_x, \alpha_y$  присутствует колебательная составляющая при ненулевых погрешностях акселерометра (шулеровский контур).

Погрешности выработки основных навигационных параметров:

$$\delta \varphi = -\alpha_x + \delta_{\xi_3};$$

$$\delta w = \delta \lambda \cos \varphi = \alpha_y - \delta_y;$$

$$\alpha_z = \alpha_y \operatorname{tg} \varphi + \delta_{\zeta_3} \frac{1}{\cos \varphi},$$

где  $\delta \varphi$  – погрешность широты;  $\delta w$  – погрешность отшествия;  $\alpha_z$  – погрешность курса.

Для прецизионных ИНС кроме погрешностей чувствительных элементов (гироскопов и акселерометров) необходимо учитывать так же и погрешности измерения углового положения гироскопов, в том числе погрешности изготовления карданова подвеса. В этом случае, полные погрешности построения экваториального трехгранника  $\bar{\delta}_{\xi_3}, \bar{\delta}_{\zeta_3}, \bar{\delta}_{\eta_3}$  содержат составляющие, обусловленные погрешностями измерений положения гироскопов:

$$\bar{\delta}_{\xi_3} = \delta_{\xi_3} + \delta_{\xi_3}^u;$$

$$\bar{\delta}_{\zeta_3} = \delta_{\zeta_3} + \delta_{\zeta_3}^u;$$

$$\bar{\delta}_{\eta_3} = \delta_{\eta_3} + \delta_{\eta_3}^u.$$

Будем учитывать только погрешности измерения вызванные неточным изготовлением карда-

новых колец, в которые помещены свободные электростатические гироскопы – полярный и экваториальный. Введем обозначения для проекций этих погрешностей на оси  $\xi_3, \zeta_3, \eta_3$ :  $a_{\xi_3}^n, a_{\zeta_3}^n,$

$$a_{\eta_3}^n, a_{\xi_3}^z, a_{\zeta_3}^z, a_{\eta_3}^z.$$

$$\delta_{\xi_3}^u = -a_{\zeta_3}^n \sin \varphi + a_{\eta_3}^n \cos \varphi;$$

$$\delta_{\zeta_3}^u = -a_{\xi_3}^n;$$

$$\delta_{\eta_3}^u = -a_{\zeta_3}^z \sin \varphi - a_{\eta_3}^z \cos \varphi.$$

Описанные процессы приводят к неограниченному нарастанию погрешностей выходных параметров ИНС.

## 2. Результаты моделирования погрешностей

Скорости уходов гироскопов относительно экваториальных осей – это решения стохастических дифференциальных уравнений:

$$\omega_{\zeta_3}(t) = -\frac{1}{\tau_\Gamma} \omega_{\zeta_3}(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_\Gamma} g_2 w_2(\theta) d\theta;$$

$$\omega_{\eta_3}(t) = -\frac{1}{\tau_\Gamma} \omega_{\eta_3}(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_\Gamma} g_3 w_3(\theta) d\theta;$$

$$\omega_{\xi_3}(t) = -\frac{1}{\tau_\Gamma} \omega_{\xi_3}(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_\Gamma} g_1 w_1(\theta) d\theta.$$

Результат моделирования скоростей уходов гироскопов представлен на рис. 1. Аналогично для погрешности акселерометров:

$$\delta a_x(t) = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_x(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_a} g_4 w_4(\theta) d\theta;$$

$$\delta a_y(t) = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_y(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_a} g_5 w_5(\theta) d\theta;$$

$$\delta a_z(t) = -\frac{1}{\tau_a} \delta a_z(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau_a} g_6 w_6(\theta) d\theta.$$

Моделирования погрешности построения экваториального трехгранника:

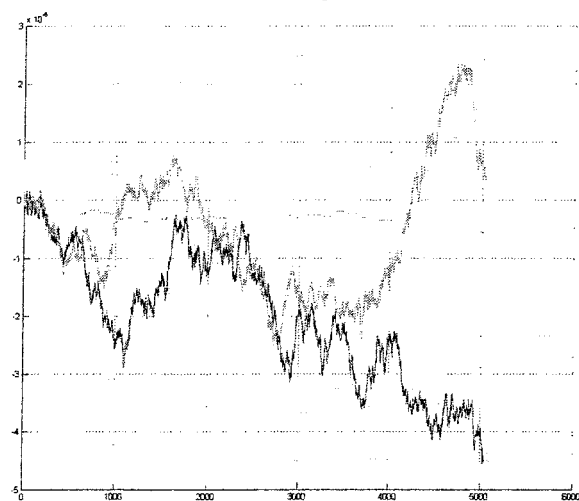
$$\delta_{\xi_3}(t) = \frac{\delta_{\xi_3}(t_0) - \omega_{\xi_3}(t)}{u} \cos(ut) - \frac{\delta_{\zeta_3}(t_0) - \omega_{\zeta_3}(t)}{u} \sin(ut) + \frac{\omega_{\xi_3}(t)}{u};$$

$$\delta_{\zeta_3}(t) = \frac{\delta_{\zeta_3}(t_0) - \omega_{\zeta_3}(t)}{u} \cos(ut) - \frac{\delta_{\xi_3}(t_0) - \omega_{\xi_3}(t)}{u} \sin(ut) + \frac{\omega_{\zeta_3}(t)}{u};$$

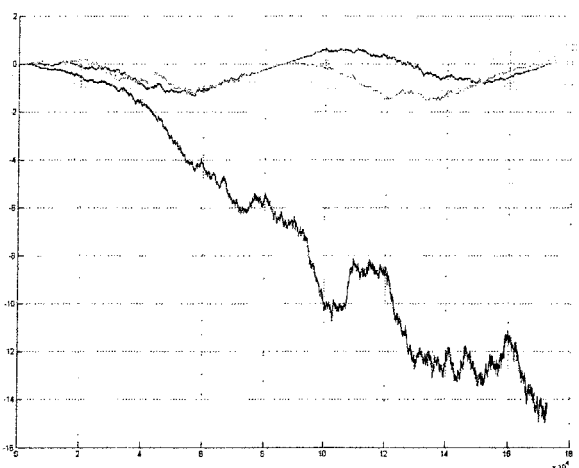
$$\delta_{\eta_3}(t) = \delta_{\eta_3}(t_0) + \int_{t_0}^t \omega_{\zeta_3}(\theta) d\theta.$$

На рис. 2 приведены графики, отражающие результаты моделирования погрешности построения экваториального трехгранника за двое суток.

На графике явно видна колебательность процессов  $\delta_{\xi_3}(t)$  и  $\delta_{\zeta_3}(t)$  (суточный контур) и «накапливающаяся» погрешность  $\delta_{\eta_3}(t)$ .



**Рис. 1. Скорости ухода гироскопов (диффузионные Марковские процессы первого порядка)**



**Рис. 2. Погрешности построения экваториального трехгранника**

Погрешность построения экваториального трехгранника для прецизионных ИНС, учитывающая так же и погрешности измерения углового положения гироскопов, в том числе погрешности изготовления карданова подвеса изображена на рис. 3. Погрешности построения географического трехгранника:

$$\begin{aligned} \delta V_E(t) = & \\ = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \delta V_E(t_0) + g\dot{\delta}_y + g\delta a_x(t) \right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \delta V_E(t_0) + g\dot{\delta}_y + g\delta a_x(t) \right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \dot{\delta}_y + g\delta a_x(t) \right); \end{aligned}$$

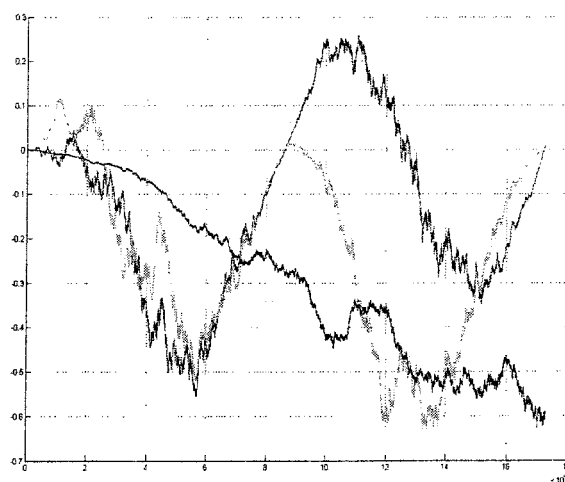
$$\begin{aligned} \delta V_N(t) = & \\ = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \delta V_N(t_0) + g\dot{\delta}_{\xi_3} + g\delta a_y(t) \right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \delta V_N(t_0) + g\dot{\delta}_{\xi_3} + g\delta a_y(t) \right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( g\dot{\delta}_{\xi_3} + \delta a_y(t) \right); \end{aligned}$$

$$\delta V_H(t) = \delta V_H(t_0) + \int_{t_0}^t \delta a_z(\theta) d\theta;$$

$$\begin{aligned} \alpha_y(t) = & \\ = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \alpha_y(t_0) + \dot{\delta}_y + \frac{\delta a_x(t)}{R} \right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \alpha_y(t_0) + \dot{\delta}_y + \frac{\delta a_x(t)}{R} \right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( g\dot{\delta}_y + \frac{g\delta a_x(t)}{R} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_x(t) = & \\ = & \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \alpha_x(t_0) + \dot{\delta}_{\xi_3} + \frac{\delta a_y(t)}{R} \right) \cos\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \alpha_x(t_0) + \dot{\delta}_{\xi_3} + \frac{\delta a_y(t)}{R} \right) \sin\left(\left(\frac{g}{R}\right)^{1/2} t\right) + \\ & + \left(\frac{g}{R}\right)^{-1/2} \left( \dot{\delta}_{\xi_3} + \frac{\delta a_y(t)}{R} \right). \end{aligned}$$

На рис. 4 и рис. 5 приведены результаты моделирования погрешности построения географического трехгранника.



**Рис. 3. Погрешности построения экваториального трехгранника прецизионной ИНС**

Погрешности выработки основных навигационных параметров изображены на рис. 6.

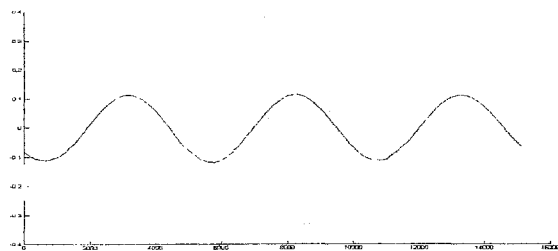


Рис. 4. Погрешность построения географического трехгранника – ориентация

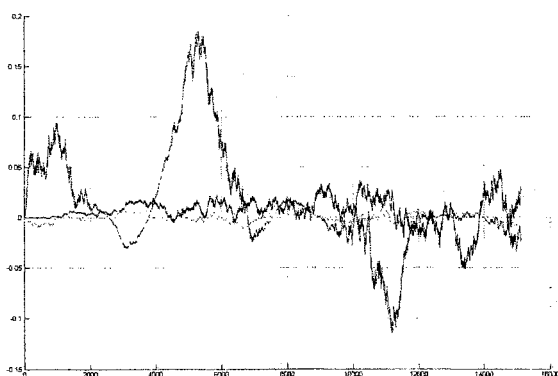


Рис. 5. Погрешности построения географического трехгранника – скорости

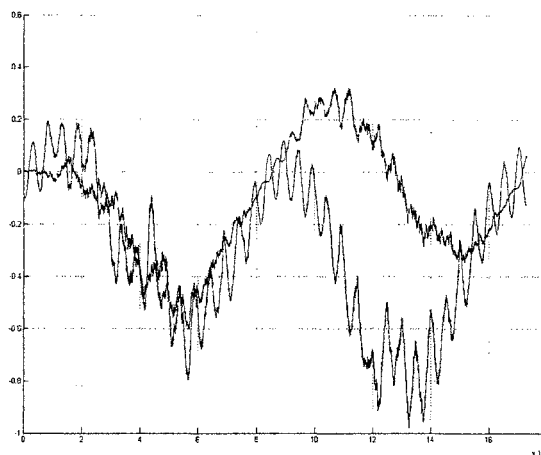


Рис. 6. Погрешности выработки угловых навигационных параметров

Описанную математическую модель погрешности предполагается использовать для решения задачи контроля и диагностики ИНС.

**Литература**

1. Дмитриев С.П., Колесов Н.В., Осипов А.В. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 207 с.

# ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА АДАПТАЦИИ В СИСТЕМЕ С МОДЕЛЬЮ

**В.И. Долбенков**

При разработке адаптивных систем, как непрерывных, так и дискретных, на начальном этапе проектирования рассматривают, как правило, непрерывные модели [1]. Такие модели более просты для исследования и в тоже время сохраняют черты общие и для дискретных моделей. Достаточно сложные алгоритмы адаптивного управления реализуются на основе цифровых вычислительных устройств, при использовании которых возникают специфические задачи синтеза [2]. В настоящей работе рассматривается аналоговый вариант адаптивной системы с моделью.

## 1. Постановка задачи

Объект управления определяется следующим уравнением состояния:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния,  $\mathbf{A}(t)$  – квадратная  $n \times n$  матрица,  $u(t)$  – скалярное управление,  $\mathbf{B}$  – вектор, где  $b_n = 1$ ,  $b_j = 0$ ,  $j = \overline{1, n-1}$ .

Матрица  $\mathbf{A}(t)$  представима в виде суммы

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A}(t), \quad (2)$$

где  $\mathbf{A}_0$  – постоянная матрица, а вариации  $\Delta\mathbf{A}(t)$  изменяются по неизвестному закону.

Матрицу  $\mathbf{A}(t)$  удобнее всего взять в управляемом каноническом представлении

$$\mathbf{A}(t) = \begin{vmatrix} \mathbf{0}_{n-1,1} & \mathbf{E}_{n-1,n-1} \\ \hline & \mathbf{a}_n \end{vmatrix}, \quad (3)$$

в котором  $a_{ni} = a_{ni}^0 + \Delta a_{ni}$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Уравнение модели

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}u(t) = (\mathbf{A}_0 + \mathbf{K}_0)\mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (4)$$

где  $\mathbf{K}_0$  – квадратная  $n \times n$  матрица с ненулевой последней строкой. Уравнение состояния системы имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) = \\ &= (\mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A}(t))\mathbf{x}(t) + (\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь матрицы  $\mathbf{K}_0$  и  $\Delta\mathbf{K}(t)$  имеют ранее рассмотренную структуру. Введем в рассмотрение вектор параметрических рассогласований

$$\Delta\mathbf{s}(t) = \begin{vmatrix} \Delta a_{n1} + \Delta k_{n1} & \Delta a_{n2} + \Delta k_{n2} & \dots & \Delta a_{nn} + \Delta k_{nn} \end{vmatrix} \quad (6)$$

и на его основе сконструируем матрицу параметрических рассогласований

$$\Delta\mathbf{S}(t) = \begin{vmatrix} 0 \\ \Delta\mathbf{s}(t) \end{vmatrix}, \quad (7)$$

у которой лишь одна ненулевая последняя строка.

Уравнение для координатной ошибки адаптации  $\mathbf{e}(t)$

$$\dot{\mathbf{e}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_m(t)) = \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) + \Delta\mathbf{S}\mathbf{x}(t). \quad (8)$$

Требуется определить алгоритм адаптации в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка с неизвестной правой частью

$$\frac{d\Delta k_{ni}}{dt} = ?, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

## 2. Решение задачи синтеза алгоритма, обеспечивающего устойчивость процесса адаптации

Задача решается на основе применения функции Ляпунова  $V$ . Для этого  $V$  представим в виде суммы двух квадратичных форм

$$\begin{aligned} V(\mathbf{e}, \Delta\mathbf{s}) &= 0,5 \langle \mathbf{e}(t), \mathbf{Q}\mathbf{e}(t) \rangle + \\ &+ 0,5 \langle \Delta\mathbf{s}(t), \mathbf{R}\Delta\mathbf{s}(t) \rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

в которой  $\mathbf{Q}$  – симметричная положительно определенная матрица, матрица  $\mathbf{R}$  – диагональная с положительными коэффициентами.

Полная производная функции  $V$  по времени

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \langle \mathbf{Q}\mathbf{e}(t), \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) \rangle + \langle \mathbf{Q}\mathbf{e}(t), \Delta\mathbf{S}\mathbf{x}(t) \rangle + \\ &+ \left\langle \mathbf{R}\Delta\mathbf{s}(t), \frac{d\Delta\mathbf{s}(t)}{dt} \right\rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

Полагая малой скорость изменения параметров объекта управления, последнее выражение можно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \langle \mathbf{Q}\mathbf{e}(t), \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) \rangle + \langle \mathbf{Q}\mathbf{e}(t), \Delta\mathbf{S}\mathbf{x}(t) \rangle + \\ &+ \left\langle \mathbf{R}\Delta\mathbf{s}(t), \frac{d\Delta\mathbf{k}(t)}{dt} \right\rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Первая квадратичная форма в последнем выражении будет отрицательно определенной, если матрица  $\mathbf{Q}$  определяется из решения матричного уравнения Ляпунова

$$\mathbf{A}_m^T \mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{A}_m = -\mathbf{W}, \quad (13)$$

в котором  $\mathbf{W}$  – положительно определенная матрица. Для обеспечения устойчивости процесса адаптации, определяемого из условия  $\dot{V} \leq 0$ .

Дополнительно достаточно потребовать выполнения условия

$$\langle \mathbf{Q}\mathbf{e}(t), \Delta\mathbf{S}\mathbf{x}(t) \rangle + \left\langle \mathbf{R}\Delta\mathbf{s}(t), \frac{d\Delta\mathbf{k}(t)}{dt} \right\rangle = 0. \quad (14)$$

После преобразований последнего уравнения при диагональной матрице  $\mathbf{R}$  определяется алгоритм адаптации

$$\frac{d\Delta k_{ni}}{dt} = -\frac{1}{r_i} (\mathbf{Q}\mathbf{e})_n x_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (15)$$

Характерной особенностью синтезированного алгоритма является необходимость использования всех элементов вектора  $e(t)$  и соответственно измерения всех параметров состояния объекта управления.

### 3. Решение задачи синтеза

#### оптимального алгоритма адаптации

Минимизируемый функционал задается в виде

$$I = 0,5 \int_{t_0}^{t_1} \langle e(t), Q(t)e(t) \rangle dt, \quad (16)$$

в котором  $e(t)$  – координатная ошибка адаптации,  $Q(t)$  – положительно полуопределенная матрица,  $t_0, t_1$  – начальный и конечный моменты времени.

Дифференциальные уравнения системы представим в виде

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_m e(t) + \Delta Sx(t); \\ \frac{d\Delta k(t)}{dt} &= f(x(t), e(t), t), \end{aligned} \quad (17)$$

где  $f(x(t), e(t), t)$  – неизвестная вектор-функция.

Для решения задачи используется уравнение Беллмана, в котором минимальная величина функционала может быть записана в виде

$$\begin{aligned} I_{\min} &= 0,5 \langle e(t), P(t)e(t) \rangle + \\ &+ 0,5 \langle \Delta k(t), N(t)\Delta k(t) \rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $P(t), N(t)$  – неизвестные симметричные положительно определенные матрицы.

Уравнение Беллмана рассматриваемой задачи определяется следующим образом

$$\begin{aligned} -\frac{\partial I_{\min}}{\partial t} &= \min_u \left\{ 0,5 \langle e(t), Q(t)e(t) \rangle + \right. \\ &+ \left. \left\langle \frac{\partial I_{\min}}{\partial e}, \left| A_m e(t) + \Delta Sx(t) \right| \right\rangle \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Поскольку ограничений на величину  $\Delta k(t)$  не задано, то минимальная величина функции в фигурных скобках может быть найдена и необходимых условий

$$\frac{\partial}{\partial \Delta k} \{ \dots \} = 0. \quad (20)$$

С учетом особенностей  $\Delta S$  последняя производная определяется следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \Delta k} \{ \dots \} &= \frac{\partial}{\partial \Delta k} \left\{ \langle P(t)e(t), \Delta Sx(t) \rangle + \right. \\ &+ \left. \langle N(t)\Delta k(t), f(x(t), e(t), t) \rangle \right\} = \\ &= N(t)f(x(t), e(t), t) + (P(t)e(t))_n x(t) = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Из последнего уравнения получаем алгоритм адаптации в виде

$$f(x(t), e(t), t) = -N^{-1}(t)(P(t)e(t))_n x(t). \quad (22)$$

Определим частную производную в левой части уравнения Беллмана

$$\begin{aligned} -\frac{\partial I_{\min}}{\partial t} &= -0,5 \langle e(t), \dot{P}(t)e(t) \rangle - \\ &- 0,5 \langle \Delta k(t), \dot{N}(t)\Delta k(t) \rangle \end{aligned} \quad (23)$$

и приравняем ее к правой части, подставив туда выражение для алгоритма адаптации. Тогда получим, что

$$\begin{aligned} 0,5 \langle e(t), Q(t)e(t) \rangle + \langle P(t)e(t), A_m e(t) + \Delta Sx(t) \rangle + \\ + \langle N(t)\Delta k(t), -N^{-1}(t)(P(t)e(t))_n x(t) \rangle = \\ = -0,5 \langle e(t), \dot{P}(t)e(t) \rangle - 0,5 \langle \Delta k(t), \dot{N}(t)\Delta k(t) \rangle. \end{aligned} \quad (24)$$

После отделения в последней формуле переменных относящихся к квадратичным формам, содержащим  $e(t)$ , получим дифференциальное уравнение для матрицы  $P(t)$

$$\dot{P}(t) = -A_m^T P(t) - P(t)A_m - Q(t), \quad P(t_1) = 0. \quad (25)$$

Оставшаяся часть в правой части равна нулю, т.е.

$$\begin{aligned} \langle P(t)e(t), \Delta Sx(t) \rangle - \langle \Delta k(t), (P(t)e(t))_n x(t) \rangle - \\ - 0,5 \langle \Delta k(t), \dot{N}(t)\Delta k(t) \rangle = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

После преобразования первых двух слагаемых в последней формуле получаем, что они взаимно компенсируют друг друга. На основании этого можно сделать вывод, что

$$\dot{N}(t) = 0$$

или

$$N(t) = \text{const}. \quad (27)$$

Таким образом, решение задачи оптимизации процесса адаптации сводится к необходимости использования уравнения (22), в котором матрица  $N(t)$ , может быть взята в виде симметричной положительно определенной матрицы с произвольными коэффициентами, а матрица  $P(t)$  должна быть получена из уравнения (25), которое вначале надо интегрировать в обратном времени с начальным условием  $P(t_1) = 0$ , а затем в прямом времени.

### 4. Регуляризация алгоритма адаптации

Как показывает практика расчетов, при определенных классах входных сигналов может возникнуть неоднозначность в определении матриц обратных связей оптимального регулятора. Эту неоднозначность можно интерпретировать как следствие некоторой избыточности количества параметров адаптации для данного спектра входных сигналов. Бесконтрольность компонент матриц обратных связей приводит к недопустимому их возрастанию.

Указанные свойства процесса адаптации делают его особенно чувствительным к неточности реализации операций сложения и умножения в ЦВМ, к шумам измерения входных сигналов и параметров состояния объекта управления.

С целью регуляризации алгоритма адаптации в минимизируемый интегральный функционал вводится аддитивная регуляризирующая добавка



$$I_1 = 0,5 \int_{t_0}^{t_1} \langle \mathbf{e}(t), \mathbf{Q}(t)\mathbf{e}(t) \rangle dt + \\ + 0,5\alpha \int_{t_0}^{t_1} \langle \Delta \mathbf{k}(t), \mathbf{F}(t)\Delta \mathbf{k}(t) \rangle dt. \quad (28)$$

В приведенном интеграле  $\mathbf{F}(t)$  – положительно определенная матрица, коэффициент  $\alpha$  – скалярный коэффициент, наличие которого достаточно мало для того, чтобы основная часть функционала преобладала. Выбор добавки в виде квадратичной формы обусловлен лишь соображениями реализуемости получаемых алгоритмов.

Используя уравнение Беллмана и процедуру, аналогичную рассмотренной ранее, можно получить функцию  $\mathbf{f}$  в виде [3]:

$$\mathbf{f} = -\alpha \Delta \mathbf{k}(t) - \mathbf{e}_1(t) \mathbf{V}^T \mathbf{L} \{ \mathbf{C}^T \mathbf{x}_m(t) \} \mathbf{F}^{-1}(t) \mathbf{V}_m, \quad (29)$$

где  $\mathbf{e}_1(t)$  – первая компонента координатной ошибки адаптации,  $\mathbf{L}$  – оператор динамического преобразования параметров состояния модели,

$\mathbf{V}, \mathbf{V}_m, \mathbf{C}$  – матрицы модели и выхода объекта управления.

В терминах исходной постановки задачи алгоритмы, получаемые с учетом регуляризации получаются, строго говоря, квазиоптимальными. Обоснованный выбор параметра  $\alpha$ , по-видимому, требует использования информации об ошибках реализации алгоритмов, о шумах и других возмущениях, т.е. возможен лишь для конкретной задачи.

#### Литература

1. Петров Б.Н. и др. Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления. – М.: Машиностроение, 1972. – 260 с.
2. Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем. – М.: Наука, 1989. – 216 с.
3. Долбенков В.И., Штакан В.Ф. Синтез квазиоптимального грубого алгоритма адаптации по модели // Управляющие и информационные системы и элементы: Темат. сборн. научн. тр. – Челябинск: ЧПИ, 1982. – С. 40–50.

## ПОДХОД К РАСЧЕТУ СЛОЖНЫХ ПАРОВЫХ СЕТЕЙ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ АККУМУЛИРОВАНИЯ ПАРА

Л.С. Казаринов, О.В. Попова

Развитие промышленности приводит к увеличению паропотребления и, в условиях ограниченности топливно-энергетических ресурсов, в настоящее время возникает проблема повышения эффективности и рациональности их использования. Данная задача решается, в частности, на основе использования автоматизированных систем контроля и диспетчеризации энергетических потоков.

Вследствие большой протяженности энергетических сетей и сложности их конфигурации для повышения эффективности управления ими необходимо учитывать динамику энергетических потоков. Так и паровая сеть ОАО «ММК» имеет протяженность десятки километров и сотни подключенных потребителей.

Оперативный расчет динамики подобных сетей невозможно выполнить в приемлемое время с использованием традиционных моделей сетей, основанных на схемах замещения.

Поэтому в работе предлагается новый метод оперативного расчета энергетических потоков с учетом динамики их аккумуляции.

Одним из направлений работ по решению указанной проблемы является обеспечение расчетного распределения энергетических потоков между отдельными системами и отдельными потребителями внутри систем. При этом возникает задача расчета параметров сети.

На современном этапе развития науки и техники невозможно решение задач моделирования объектов и процессов без использования численных методов. Внедрение вычислительных подходов в расчетную практику зависит, главным образом, не от мощности применяемых ЭВМ, а от разработки эффективных моделей, алгоритмов, реализующих программ.

Развитие вычислительной техники позволяет осуществить качественный скачок в уточнении математических моделей, привлекаемых для расчетов различного рода сетей, а использование геоинформационных технологий делает удобным ввод данных и анализ результатов расчета.

В настоящее время существует множество подходов к расчету сетей различного типа. Однако для сетей большой размерности существующие методы обладают серьезным недостатком – слабой сходимостью алгоритмов расчета. Также необходимо отметить, что в существующих подходах не находит отражения такой процесс, как аккумуляция энергетических потоков.

В работе для расчета параметров паровой сети используются специальные модели элементов сети, учитывающих динамику аккумуляции пара.

Для связи потоков используются уравнения Кирхгофа, а для нахождения их значений – метод Ньютона. Так как сети имеют большую размерность, алгоритм расчета построен с учетом разреженности матрицы элементов сети. Кроме того, в модели также учтена возможность оперативного переключения сети.

В работе предлагаемая модель сети состоит из элементов: источников, потребителей, ветвей, аккумуляторов, регуляторов и представляется в виде ориентированного графа с переменной структурой. Для оперативной реконфигурации сети вводится функция переключения  $\nu$ . Функция переключения принимает значения:  $\nu = 1$  – подключено;  $\nu = 0$  – отключено. Пример сети приведен на рис. 1.

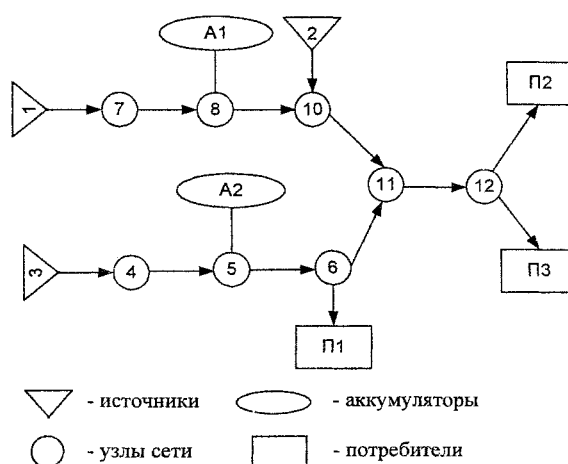


Рис. 1. Пример сети

Исходные данные по сети будем представлять в табличном виде для каждого из элементов сети. Примеры таблиц исходных данных приведены ниже (табл. 1–5).

Регулятор для моделирования сложных производственных сетей представляется в виде ПИД-регулятора, поэтому в качестве исходных данных задаются три коэффициента регулятора: пропорциональный ( $K_{R0}$ ), интегральный ( $K_{R1}$ ), дифференциальный ( $K_{R2}$ ). В таблицу параметров регуляторов вводится порядковый номер узла или порядковый номер ветви в зависимости от того, какая величина измеряется: если это напор, то задается номер узла, если расход – номер ветви. Очевидно, что локальное регулирование производится только по одному из параметров (напору или расходу), поэтому для каждого из регуляторов указывается только либо номер узла, либо номер ветви. В соответствии с измеряемым параметром сети задается его уставка  $y_0$ . Регулируемым является сопротив-

Таблица 1

Исходные данные по источникам

№	Узел присоединения $k_S$	Внутреннее сопротивление $R_S$	Напор $P_S$	Положение вентиля $v$
1	25	0,003	20	1
2	27	0,004	30	0

Таблица 2

Исходные данные по нагрузкам

№	Узел присоединения $k_L$	Проводимость $Y_L$	Независимый расход $D_L$	Положение вентиля $v$
1	23	10	36	0
2	5	19	27	1

Таблица 3

Исходные данные по ветвям

№	Начальный узел $i_B$	Конечный узел $k_B$	Сопротивление $R_B$	Положение вентиля $v$
1	11	24	0,001	1
2	17	35	0,005	0

Таблица 4

Исходные данные по аккумуляторам

№	Входной узел $i_B$	Аккумулирующий узел $j_A$	Выходной узел $k_B$	Коэффициенты сопротивления		Начальный напор $P_A$
				$A_1$	$A_2$	
1	51	43	19	0,1	0,03	25
2	75	21	67	0,4	0,1	37

Таблица 5

Исходные данные по регуляторам

№	Измеряемый напор (№ узла)	Измеряемый расход (№ ветви)	Уставка $y_0$	Регулируемое сопротивление (№ потребителя)	$\tau_R, c$	$K_{R0}$	$K_{R1}$	$K_{R2}$	$K_L$
1	5		100	2					
2		11	45	3					

ление, в таблице указывается порядковый номер потребителя, на входе которого нужно изменять сопротивление.  $K_L$  – коэффициент, согласно которому происходит изменение сопротивления. Параметр  $\tau_R$  задает постоянную времени регулятора.

Для удобства работы с данными необходимо переформировать исходные таблицы таким образом, чтобы исключить те исходные данные, относящиеся к элементу сети, положение вентиля которого во время расчета  $v = 0$ .

Для того чтобы произвести расчет сети, в ее структуре необходимо выделить ветви дерева и хорды. Ветвью дерева будем называть такие ветви сети, которые только один раз входят в узел. Остальные ветви сети – хордами.

В структуре сети помимо ветвей дерева и хорд также необходимо выделить яруса. Выделение ярусов в сети осуществляется в соответствии с тем, как показано на рис. 2.

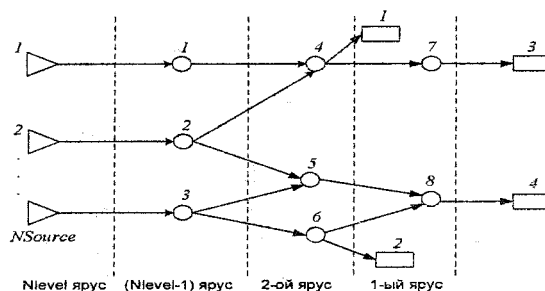


Рис. 2. Схема выделения ярусов в сети

Рассмотрим отдельный узел сети. Графически узел можно представить следующим образом (рис. 3).

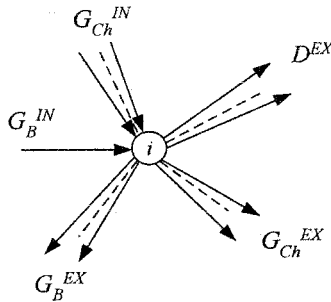


Рис. 3. Узел сети

Здесь  $G_B^{IN}$  – поток из ветви дерева, входящей в узел;  $G_{Ch}^{IN}$  – потоки из хорд, входящих в узел;  $G_B^{EX}$  – потоки из ветвей дерева, исходящих из узла;  $G_{Ch}^{EX}$  – потоки из хорд, исходящих из узла;  $D^{EX}$  – потоки, идущие к потребителям.

Расчет потоков через узлы будем определять на основе первого закона Кирхгофа, который имеет следующий вид

$$G_{B,i} = \sum_{j=1}^{NTEX(i)} G_j - \sum_{j=1}^{NCIN(i)} G_j + \sum_{j=1}^{NCEX(i)} G_j + \sum_{j=1}^{NLEX(i)} G_j, \quad (1)$$

где  $i$  – номер рассматриваемого узла;  $G_{B,i}$  – поток из ветви дерева, входящий в  $i$ -й узел;  $G_j$  – потоки;  $NTEX(i)$  – число ветвей дерева, исходящих из  $i$ -го узла;  $NCIN(i)$  – число хорд, входящих в  $i$ -й узел;  $NCEX(i)$  – число хорд, исходящих из  $i$ -го узла;  $NLEX(i)$  – число нагрузок, подключенных к  $i$ -му узлу. Аккумулирующие узлы рассматриваются отдельно (рис. 4).

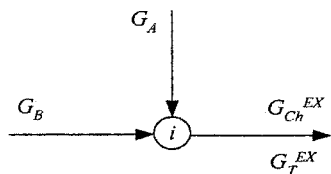


Рис. 4. Аккумулирующие узлы

Для аккумулирующего узла на основе первого закона Кирхгофа расчетное соотношение имеет вид

$$G_{B,i} = NAT \cdot G_i^{TEX} + NAC \cdot G_i^{CEX} + \Delta G_{A,i}, \quad (2)$$

где  $NAT$  – метка для ветви дерева, принимающая значения: 1, если ветвь исходит из аккумулирующего узла, или 0 – в противном случае;  $NAC$  – метка для хорды, принимающая значения 1, если

хорда исходит из аккумулирующего узла, или 0 – в противном случае;  $G_i^{TEX}$  – поток из исходящей ветви дерева;  $G_i^{CEX}$  – поток из исходящей хорды;  $\Delta G_{A,i}$  – разностный аккумулирующий поток.

Расчет потоков через узлы осуществляется по соотношению (1) в цикле по ярусам вершин, начиная с первого яруса до  $NLevel$  ( $NLevel$  – число ярусов).

После определения потоков в сети следующим шагом расчета является нахождение напоров в узлах.

Расчет напоров пара в узлах сети производится по ярусам, начиная с  $NLevel$  яруса, т.е. с источников, напоры которых являются известными, до 1-го яруса. Расчет напоров осуществляется по формуле

$$P_k = P_i - \Delta P_{ki}, \quad (3)$$

где  $P_k, P_i$  – напоры соответственно в начальном  $i$ -м и конечном  $k$ -м узлах рассматриваемой ветви;  $\Delta P_{ki}$  – падение давления в рассматриваемой ветви, соединяющей  $i$ -й и  $k$ -й узлы, которое рассчитывается по формуле

$$\Delta R_{ki} = R_{ki} G_{ki}^2, \quad (4)$$

где  $R_{ki}$  – сопротивление ветви, соединяющей  $i$ -й и  $k$ -й узлы;  $G_{ki}$  – расход пара в ветви, соединяющей  $i$ -й и  $k$ -й узлы.

Расчет сети будем производить поэтапно. На первом этапе производится расчет параметров сети (потоков в ветвях сети и напоров в узлах) при минимизации ошибки по давлению в конечном узле хорды. На втором этапе происходит расчет параметров сети при условии минимизации ошибки по расходам на потребителях. При условии, что в сети присутствует один или несколько аккумуляторов, имеет место третий этап, на котором параметры сети рассчитываются при минимизации ошибки по напору в аккумулирующем узле.

Приведем описание каждого из этапов.

Этап 1. Программу расчета параметров сети в целом можно представить в виде блока (рис. 5):

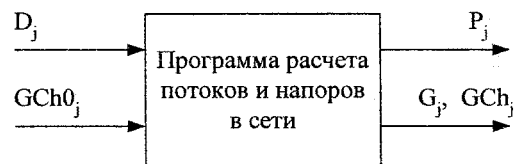


Рис. 5. Программа расчета параметров сети

Здесь на вход подаются значения расходов пара у потребителей  $D_j$  и начальные значения расходов пара на хордах  $GCh0_j$ . На выходе – давления в узлах сети  $P_j$ , расходы пара в ветвях дерева  $G_j$  и хордах  $GCh_j$ . Программа расчета потоков и напоров в сети реализует соотношения (1)–(4).

Алгоритм расчета расходов на хордах следующих.

1. Задаются начальные расходы на хордах  $GCh0_j$ .

2. Расчет параметров сети по формулам (1)–(5).

3. Расчет давления в конце хорды

$$PCh_j^{Ex} = PCh_j^{In} - GCh0_j^2 RCh_j, \quad (5)$$

где  $PCh_j^{In}$  – давление в начале  $j$ -й хорды, определенное в п. 2;  $RCh_j$  – сопротивление  $j$ -ой хорды.

4. Определяется невязка решения по соотношению

$$E^2 = \sum_{j=1}^{NC} (PCh_j^{Ex} - PCh_j^N)^2, \quad (6)$$

где  $NC$  – число хорд;  $PCh_j^N$  – значение давления в конце  $j$ -й хорды, определенное в п. 2.

5. Проверяется условие

$$E \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – заданная малая величина. Если условие выполняется, то переход к п. 12. В противном случае – переход к п. 6.

6. Даются приращения расходам в хордах

$$GCh0_j^+ = GCh0_j + DG;$$

$$GCh0_j^- = GCh0_j - DG,$$

где  $DG$  – заданная малая величина.

7. При  $GCh0^+$ ,  $GCh0^-$  рассчитываются  $PCh^{Ex+}$ ,  $PCh^{Ex-}$ ,  $PCh^{N+}$ ,  $PCh^{N-}$  по соотношениям (1)–(5).

8. Вычисляем частные производные для каждой из хорд

$$\text{ПР}Ch_{ij}^{Ex} = \frac{PCh_j^{Ex+} - PCh_j^{Ex-}}{2DG}; \quad (7)$$

$$\text{ПР}Ch_{ij}^N = \frac{PCh_j^{N+} - PCh_j^{N-}}{2DG}. \quad (8)$$

9. Решение методом Гаусса системы

$$\sum_{i=1}^{NC} a_{ij} x_i = b_j; \quad (9)$$

$$a_{ij} = \text{ПР}Ch_{ij}^{Ex} - \text{ПР}Ch_{ij}^N;$$

$$b_j = PCh0_i^N - PCh0_i^{Ex},$$

где  $PCh0_i^N$  – начальное значение давления в начале хорды;  $PCh0_i^{Ex}$  – начальное значение давления в конце хорды;

$$x_j = DGCh_j,$$

$DGCh_j$  – приращение расхода в хорде. Результатом решения системы уравнений (9) является нахождение  $DGCh_j$ .

10. Переопределение начальных значений расходов в хордах

$$GCh0_j = GCh0_j + DGCh_j. \quad (10)$$

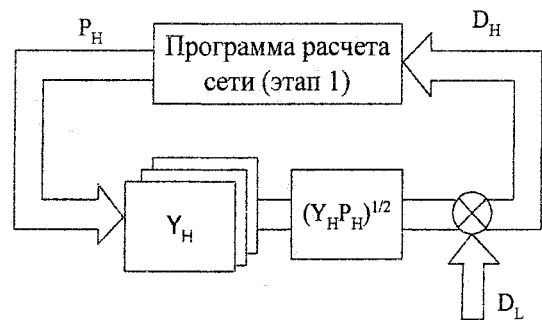
11. Переход к п. 2.

12. Конец.

В алгоритме в пп. 6–10 реализуется процедура минимизации невязки методом Ньютона, на основе которой происходит решение системы нелинейных уравнений

$$PCh_j^{Ex} - PCh_j^N = 0.$$

Этап 2. На данном этапе расчета сети происходит минимизация невязок потоков на потребителях. Структуру расчета сети на данном этапе можно представить в следующем виде (рис. 6).



**Рис. 6. Схема минимизации невязок потоков**

Здесь  $D_L$  – начальные расходы на потребителях;  $D_H$  – расчетные расходы на нагрузках;  $Y_H$  – проводимость потребителей;  $P_H$  – напоры на потребителях.

Расходы на потребителях рассчитываются по следующей формуле

$$D_H = \text{sign } P_H \sqrt{|Y_H P_H|}, \quad (11)$$

где  $\text{sign } P_H$  – знаковая функция, принимающая значения: 1, если  $P_H > 0$ , и  $-1$ , если  $P_H < 0$ .

Алгоритм расчета параметров сети на данном этапе следующий.

1. Выбираются начальные значения расходов на потребителях  $D_L$ .

2. Производится расчет параметров сети.

3. Определяются расчетные значения расходов на потребителях по формуле (11).

4. Производится сравнение начальных и расчетных расходов на потребителях

$$\sum_{j=1}^{N_{Load}} (D_{H,j} - D_{L,j})^2 \leq \varepsilon, \quad (12)$$

где  $\varepsilon$  – некоторая заданная малая величина. Если выполняется условие (12), то переходим к п. 5. В противном случае, происходит минимизация невязок расчетных расходов  $D_H$  методом Ньютона, алгоритм которого был описан выше при рассмотрении 1-го этапа расчета.

Здесь только следует отметить, что система линейных уравнений имеет вид

$$\sum_{i=1}^{NL} a_{ij} x_i = b_i, \quad (13)$$

где  $NL$  – число потребителей;

$$a_{ij} = PD_{Hij} - 1;$$

$$b_i = D_{Li} - D_{H0i};$$

$$x_j = DD0_j,$$

$PD_{Hij}$  – производные по нагрузкам, определяемые по соотношению

$$PD_{Hij} = \frac{D_{Hj}^+ - D_{Hj}^-}{2DD};$$

$$D_{Hj}^+ = D_{Hj} + DD;$$

$$D_{Hj}^- = D_{Hj} - DD,$$

$DD$  – заданная малая величина;  $D_{H0i}$  – постоянная составляющая рассчитанного расхода потребителя;  $DD0_j$  – приращение расхода нагрузки. После процедуры оптимизации осуществляется переход к п. 2.

5. Конец вычислений.

Этап 3. Следует отметить, что данный этап имеет место в том случае, если в рассматриваемой сети присутствует хотя бы один аккумулятор. На данном этапе ставится задача оптимизации напоров в аккумулирующем узле.

Рассмотрим подробно модель аккумулятора. Аккумулятор представляется двумя ветвями: входной и выходной. Промежуточный узел – аккумулирующий (рис. 7).

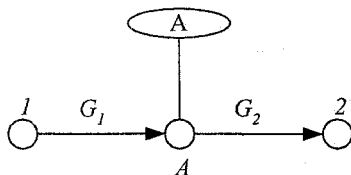


Рис. 7. Аккумулирующий узел

Материальный баланс аккумулятора

$$M_{A,k} = (M_{A,k-1} + \Delta t(G_{1,k-1} - G_{2,k-1}))^+. \quad (14)$$

В соответствии с уравнением Клапейрона

$$P_A V_A = M_A R_A T_A, \quad (15)$$

где  $P_A$  – давление, Па;  $V_A$  – объем, м<sup>3</sup>;  $M_A$  – масса, кг;  $T_A$  – абсолютная температура, К;  $R_A$  – индивидуальная газовая постоянная.

Из (15) следует

$$P_{A,k} = A_A M_{A,k}, \quad (16)$$

где  $A_A$  – интегральное внутреннее сопротивление

$$A_A = \frac{R_A T_A}{V_A},$$

либо разложение в ряд

$$P_{A,k} = \sum_{i=1}^n A_{Ai} M_{A,k}^i. \quad (17)$$

Расчет аккумулятора представлен в графическом виде на рис. 8.

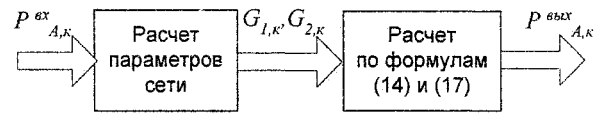


Рис. 8. Схема расчета аккумулятора

Здесь на вход подается давление в узле входной ветви аккумулятора, рассчитанное на предыдущем этапе. Выходом расчета является давление в узле выходной ветви аккумулятора. Таким образом, задача расчета осуществляется на основе вариации  $P_{A,k}^{вх}$  как входного фактора, с целью достижения равенства  $P_{A,k}^{вх} = P_{A,k}^{вых}$ .

Уравнение по эмпирическим данным находим как

$$P_{A,k} = f(\Delta M_{A,k}); \quad (18)$$

$$\Delta M_{A,k} = \Delta t(G_{1,k} - G_{2,k}). \quad (19)$$

В итоге расчет ведется по соотношениям (18), (19).

$$P_{A,k} = P_{A,0} + \Delta P_{A,k},$$

где  $P_{A,0}$  – начальное давление в аккумуляторе, задается любое,

$$\Delta P_{A,k} = f(\Delta M_{A,k});$$

$$\Delta P_{A,k} = A_1 \Delta M_{A,k} + A_2 \Delta M_{A,k}^2.$$

При моделировании паровой сети возникает необходимость регулирования сопротивлений ветвей.

Приведем описание модели регулятора. Регулятор можно представить в виде следующей структуры (рис. 9).

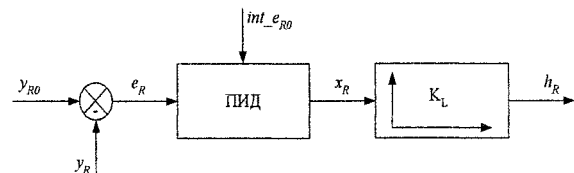


Рис. 9. Модель регулятора

Здесь на вход подается измеряемая величина  $y_R$ , уставка данной величины  $y_{R0}$ . По указанным входным данным вычисляется ошибка  $e_R$ , которая поступает на вход ПИД-регулятора, сюда также входит интегрированное значение ошибки  $int\_e_R$ . Выход ПИД-регулятора  $x_R$  умноженный на коэффициент  $K_L$  представляет собой значение регулируемой величины  $h_R$ . В общем случае коэффициент  $K_L$  представляет собой нелинейную функцию, определяемую эмпирически.

В качестве измеряемых величин используют напор парового потока в узле, либо расход пара в ветви. Регулируемой величиной является сопротивление ветви, изменяя которое необходимо свести ошибку на входе ПИД-регулятора к мини-

мальному значению. ПИД-регулятор будем рассматривать как цифровой фильтр (рис. 10).

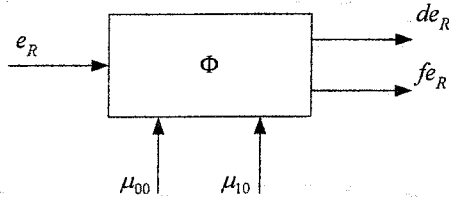


Рис. 10. Цифровой фильтр

Здесь  $\mu_{i0}$  – начальные значения  $i$ -х моментов сигнала  $e_R$ ;  $de_R$ ,  $fe_R$  – выходные величины фильтра.

Приведем основные соотношения, описывающие модель регулятора. Ошибка между измеряемой величиной и ее уставкой определяется как разность между указанными величинами

$$e_{R,k} = y_{R,k} - y_{R0}. \quad (20)$$

Соотношения, по которым определяются  $i$ -е моменты входного сигнала, имеют следующий вид

$$\begin{cases} \mu_{0,k} = \frac{\tau_\Phi}{\tau_\Phi + \Delta t} (\mu_{0,k-1} + \Delta t e_{R,k}); \\ \mu_{1,k} = \frac{\tau_\Phi}{\tau_\Phi + \Delta t} (\mu_{1,k-1} + \Delta t e_{R,k}), \end{cases} \quad (21)$$

где  $\Delta t$  – шаг по времени.

$$\begin{cases} fe_{R,k} = 2c\mu_{0,k} - c^2\mu_{1,k}; \\ de_{R,k} = -c^3\mu_{1,k} + c^2\mu_{0,k}, \end{cases} \quad (22)$$

где  $c$  – константа, которая определяется как обратная величина от постоянной времени фильтра  $\tau_\Phi$  и  $c = 1/\tau_\Phi$ .

Рекуррентное соотношение для нахождения интегрального значения ошибки:

$$int\_e_{R,k} = int\_e_{R,k-1} + \Delta t \cdot fe_{R,k} + 0,5\Delta t^2 \cdot de_{R,k}, \quad (23)$$

где  $k$  – текущий шаг решения.

Регулируемое значение сопротивления определяется по следующей формуле

$$x_{R,k} = K_{R0} \cdot fe_{R,k} + K_{R1} \cdot int\_e_{R,k} + K_{R2} \cdot de_{R,k}, \quad (24)$$

где  $K_{R0}$  – значение пропорционального коэффициента регулятора;  $K_{R1}$  – значение интегрального коэффициента регулятора;  $K_{R2}$  – значение дифференциального коэффициента регулятора.

#### Литература

1. Теплоснабжение: Учебник для вузов / Под ред. А.А. Ионина. – М.: Стройиздат, 1982.

## МЕТОД ОЦЕНКИ ТЕКУЩЕГО СОСТОЯНИЯ КОНТРОЛИРУЕМОГО ОБОРУДОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ОПЕРАТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ РЕМОНТНО-ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

*Л.С. Казаринов, Д.А. Шнайдер, А.Р. Хасанов*

В настоящее время в теплоэнергетике многих промышленных предприятий сложились условия эксплуатации оборудования, при которых

- значительная часть тепломеханического оборудования выработала свой нормативный ресурс;
- массовая замена изношенного оборудования в ближайшие годы из-за экономической ситуации маловероятна;
- оборудование работает при максимальных нагрузках, что обуславливает его повышенный износ;
- сокращаются объемы плановых ремонтов оборудования и увеличиваются межремонтные периоды;
- практически все стареющее оборудование эксплуатируется на своей заключительной стадии – стадии предразрушения.

Таким образом, характерной особенностью эксплуатации энергетического оборудования является то, что по многим позициям оборудования сроки эксплуатации значительно превышают парковый ресурс. Для такого оборудования обычные подходы к оценке ресурса и планированию ремонтных работ являются неэффективными и требуют существенной доработки. В этой ситуации вопросы продления ресурса установленного оборудования и обеспечения его надежной эксплуатации имеют первостепенное значение.

Существует несколько стадий продления срока службы энергетического оборудования [1, 2]:

- парковый ресурс;
- индивидуальный ресурс;
- эксплуатация сверх индивидуального ресурса.

Согласно существующей отраслевой системе технической диагностики, используемой на электростанциях, известно, что контроль металла осуществляется, в основном в периоды капитальных ремонтов, т.е. через 4–5 лет. Такая периодичность контроля стареющего оборудования не отвечает современным требованиям, которые должны предъявляться к энергооборудованию, вырабатывающему физический ресурс. К такому виду энергооборудования необходим индивидуальный подход, базирующийся на систематической информации о степени износа конструкций, которую можно получить только за счет использования оперативных и дистанционных диагностических систем и новой методической базы, касающейся оценочных характеристик металла, по которым можно

судить о происходящих в процессе эксплуатации изменениях в металле.

Центральными проблемами обеспечения надежности стареющего оборудования ТЭС являются проблема прогнозирования индивидуального ресурса энергетического оборудования и проблема гибкого планирования ремонтных работ. Решение этих проблем открывает дополнительные пути для получения экономического эффекта, позволяет предупреждать возможные отказы и непредвиденные достижения предельных состояний, более правильно планировать режимы эксплуатации, профилактические мероприятия и снабжение запасными частями. Более того, переход к индивидуальному прогнозированию ведет к увеличению среднего ресурса оборудования, поскольку уменьшает долю агрегатов, преждевременно снимаемых для ремонта, и открывает путь для обоснованного выбора оптимального срока эксплуатации. В ряде случаев рентабельная эксплуатация может быть продолжена в условиях сниженных нагрузок. Поэтому можно рассматривать прогнозирование индивидуального остаточного ресурса как своего рода систему управления процессом эксплуатации и технического обслуживания.

Методика оценки состояния элементов и порядок продления их ресурса после длительной эксплуатации, используемые в России, имеют много общего с принятыми в других странах (Германии, Великобритании, Голландии, Ирландии и др.) [1, 3]. Накопленный ими опыт показывает, что при наработке, превышающей проектную более чем в 2 раза, должны быть выполнены специальные ресурсные исследования, измерения и расчеты. По результатам этих исследований устанавливается *индивидуальный ресурс* элемента энергооборудования, т.е. максимальное приближение к предельному состоянию оборудования при сохранении требований к его надежной эксплуатации.

Исходя из сказанного, следует, что актуальной проблемой продления индивидуального ресурса энергетического оборудования является реализация достоверной оценки текущего состояния оборудования в процессе эксплуатации. Решение данной проблемы затрудняется по следующим причинам:

- текущий контроль состояния оборудования может быть осуществлен лишь по ограниченному множеству показателей, в то время как принятие решения по продлению ресурса требует текущей оценки по всему множеству представительных показателей;



• необходимость рассмотрения как локальных частных показателей ресурса, так и обобщенных агрегированных показателей ресурса, на основе которых можно было бы принимать достоверные решения по планированию ремонтных работ.

Несмотря на то, что при проведении оценок текущего состояния оборудования, отсутствует представительная оценка всех необходимых показателей, на практике, как правило, возникают задачи принятия решения о текущем планировании ремонтных работ, которые связаны с переносом их сроков проведения. Перенос сроков ремонтных работ, как правило, связан с дефицитом ресурсов, необходимых для проведения ремонтов.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что наиболее важной задачей при оперативном планировании ремонтных работ с целью минимизации риска возникновения аварийных ситуаций является задача достоверного прогнозирования частных и агрегированных показателей контролируемого агрегата. Для решения поставленной задачи сотрудниками НТЦ «Инженерные сети и системы» УНИ ЮУрГУ была разработана программа для ЭВМ «Автоматизированная информационная система «Ресурс», в которой реализован метод прогнозирования *обобщенного индивидуального ресурса* ( $r_O(t)$ ) оборудования с определением вероятностей достоверности прогнозных значений.

$$r_O(t) = r_B^{\alpha_1}(t) r_M^{\alpha_2}(t) r_T^{\alpha_3}(t); \quad (1)$$
$$r_O(t) \in [0, 1], \quad \alpha_i \geq 0, \quad \sum_i \alpha_i = 1, \quad i = \overline{1, 3},$$

где  $r_B(t)$  – текущий механический ресурс оборудования, оцениваемый на основе анализа текущих показателей работоспособности;  $r_M(t)$  – назначенный индивидуальный ресурс контролируемого агрегата, определяемый на основе данных, предоставляемых специализированной организацией, осуществляющей ремонт энергооборудования;  $r_T(t)$  – текущее значение коэффициента готовности рассматриваемого оборудования;  $\alpha_i (i = \overline{1, 3})$  – веса частных составляющих  $r_B(t)$ ,  $r_M(t)$  и  $r_T(t)$  соответственно обобщенного индивидуального ресурса агрегата.

Обратим внимание, что если по какому-либо частному показателю возникла аварийная ситуация ( $r_i(t) = 0$ ), то обобщенный ресурс также покажет аварийную ситуацию ( $r_O(t) = 0$ ). Таким образом обобщенный ресурс (1) отражает все аварийные ситуации для сложного агрегата.

Следует отметить, что использование обобщенного ресурса в виде (1) способствует решению задачи распознавания предаварийных ситуаций на контролируемом оборудовании.

Приведем алгоритм решения задачи распознавания предаварийных ситуаций на контролируемом агрегате.

Для того чтобы грамотно спрогнозировать состояние контролируемого агрегата на определенный отрезок времени необходимо знать динамику изменения некоторого представительного показателя, характеризующего текущее состояние объекта контроля в целом. Таким показателем в данной работе, как уже отмечалось ранее, является обобщенный ресурс агрегата, который определяется на основе базовой зависимости от частных параметрических ресурсов:

$$r_O(t) = \prod_{i=1}^n r_i^{\alpha_i}(t). \quad (2)$$

Как видно из определения базовой зависимости основополагающую роль в расчете обобщенного ресурса контролируемого агрегата играют удельные веса частных ресурсов ( $\alpha_i$ ). Так при одних и тех же значениях частных ресурсов ( $r_i(t)$ ) могут получаться различные значения обобщенного показателя  $r_O(t)$ . Такая неоднозначность расчетов для реальных производственных агрегатов просто недопустима! Поэтому, веса частных составляющих в составе обобщенного ресурса могут определяться как на основе экспертной оценки, так и на основе минимизации ошибки решения уравнения (2) одним из известных способов. Например, можно использовать метод градиентного спуска. Одним из наиболее простых способов определения указанных весов является расчет среднего значения «провала» каждого из частных ресурсов контролируемых показателей. Под «провалом»  $i$ -го частного ресурса понимается разница между значением этого ресурса в начальный момент времени после очередного  $k$ -го текущего/среднего (далее текущего) ремонта и его же значением в  $(k+1)$ -м предаварийном состоянии агрегата. Следовательно, «провал» ресурса – это ухудшение его значения в процессе эксплуатации между  $k$ -м и  $(k+1)$ -м текущем ремонтом.

Подобное определение весовых коэффициентов способствует выделению тех частных ресурсов, которые в большей степени характеризуют изменение текущего состояния контролируемого агрегата. При этом частным ресурсам, подверженным большим по величине и частоте «провалам», ставятся в соответствие большие веса в составе обобщенного индивидуального ресурса.

После расчета весовых коэффициентов частных ресурсов мы однозначно можем определить обобщенный индивидуальный ресурс контролируемого агрегата.

Итоговым результатом определения текущего обобщенного ресурса контролируемого объекта на  $k$ -й момент времени становятся два показателя. Первый – это оценка критического ресурса агрегата, которая является, типовым подходом к оценке

обобщенного ресурса агрегата в настоящее время (выявление «узких» мест). При этом всегда можно выявить тот частный показатель работоспособности, по которому происходит данная оценка – «узкое» место. Оценка критического ресурса на текущий момент времени выполняется по формуле:

$$r_{\min}^*(t_k) = \min_i \{r_i(t_k)\}. \quad (3)$$

Второй – это значение обобщенного ресурса (2), вычисленного с учетом накопленной к моменту расчета статистики.

Итак, имея однозначные значения обобщенного ресурса, можно оценить динамику изменения данного показателя во времени. На основе построения его трендовых характеристик, можно спрогнозировать значения данного показателя на определенный интервал времени, т.е. спрогнозировать состояние контролируемого объекта. Это, в свою очередь, даст возможность эффективно распознать предаварийные ситуации на агрегате.

Для решения задачи прогноза обобщенного ресурса на заданный промежуток времени в программе АИС «Ресурс» проводится аппроксимация значений обобщенного ресурса только после последнего текущего ремонта. Задается точка начала аппроксимации в указанном диапазоне рассматриваемых значений  $\beta$ . После этого, проводится аппроксимация значений обобщенного ресурса на выбранном интервале и экстраполяция его значений на прогнозный интервал времени. Общий вид полинома кривой аппроксимации:

$$y(t) = \sum_{i=0}^m c_i t^i, \quad (4)$$

где  $m$  – порядок аппроксимации. Причем, порядок кривой аппроксимации рекомендуется выбирать не высоким (2-й, 3-й), во избежание неадекватных изгибов кривой аппроксимации на прогнозном интервале времени. Исходя из свойства любого из рассматриваемых ресурсов – самопроизвольной невосстанавливаемости (т.е. ресурс не может улучшиться без каких-либо внешних воздействий), можно сделать вывод о том, что ни один из рассматриваемых ресурсов не будет возрастать на рассматриваемом и прогнозном интервале времени. А так как назначенный индивидуальный ресурс, характеризующий состояние металлоконструкций агрегата, постоянно и неизбежно убывает, следовательно, обобщенный ресурс может лишь убывать с течением времени, т.е. после  $k$ -го текущего ремонта значение обобщенного ресурса никогда не будет равно его значению после  $(k - i)$ -го ремонта, где  $i = \overline{1, k - 1}$ . Из вышесказанного следует, что для прогнозирования динамики деградации (скорости ухудшения) обобщенного ресурса будет достаточно линейной зависимости (касательная к экстраполированной кривой в точке). Причем, в программе АИС «Ресурс» предусмотрена возможность варьирования точки построения линейной

зависимости  $\tau$  для выбора наиболее адекватных прогнозных значений обобщенного ресурса (рис. 1).

Здесь  $a$  – линия изменения обобщенного ресурса агрегата;  $b$  – линия аппроксимации последней ветки обобщенного ресурса (после последнего текущего ремонта);  $t_{P1}, t_{P2}$  – время начала 1-х, 2-х ремонтно-профилактических работ относительно точки отсчета – последнего капитального ремонта агрегата;  $\beta$  – точка начала аппроксимации;  $\tau$  – точка построения касательной к линии  $b$ ;  $t_{\text{прогноз}}$  – прогнозный интервал времени.

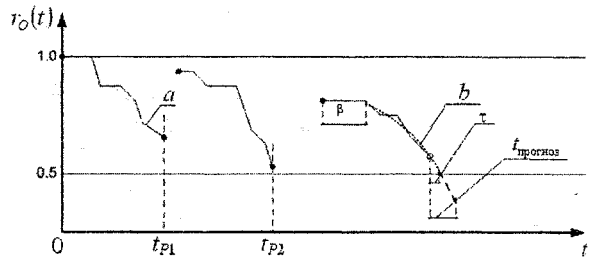


Рис. 1. Выбор значений обобщенного ресурса

Для того чтобы можно было судить о степени достоверности полученного прогноза, вводится сетка вероятностей наступления предаварийного состояния на контролируемом агрегате (рис. 2), основанная на вычислении плотности гамма-распределения для продолжительности работоспособных периодов и амплитуде соответствующих «провалов».

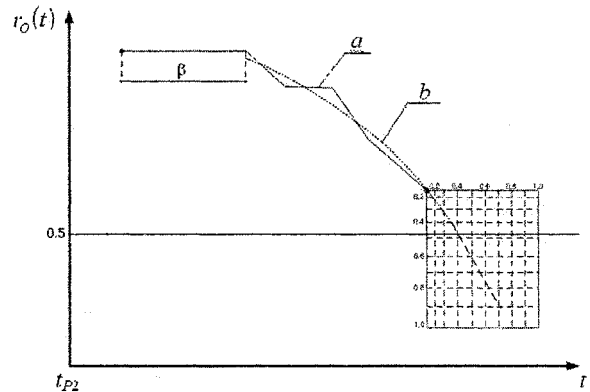


Рис. 2. Сетка вероятностей наступления предаварийного состояния

Общий вид формулы вычисления плотности гамма-распределения:

$$p = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} \int_0^x t^{a-1} e^{-\frac{t}{b}} dt, \quad (5)$$

где  $a = \nu^2/D$ ;  $b = D/\nu$ ;  $\nu$  – математическое ожидание величины  $x$ ;  $D$  – дисперсия величины  $x$ .

Наличие гибкого механизма получения адекватных действительности прогнозных значений обобщенного ресурса и представление этих значений в виде рис. 2, делает программу АИС «Ресурс» хорошим средством поддержки в процессе опера-

тивного планирования ремонтных работ на контролируемом агрегате.

Следует отметить, что при работе с целым парком однотипного оборудования в программе АИС «Ресурс» предусмотрен механизм расстановки ремонтных приоритетов  $p_k$  ( $k = \overline{1, n}$ ), определяемых на основе выработки обобщенного индивидуального ресурса  $R^*$  каждого из контролируемых агрегатов:

$$R^* = [1 - r_{Ok}(t)] \cdot 100\%, \quad k = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где  $r_{Ok}(t)$  – текущий обобщенный индивидуальны ресурс  $k$ -го оборудования;  $n$  – количество контролируемого оборудования.

Для численного представления об очередности планируемых ремонтно-профилактических работ необходимо произвести ранжирование рассматриваемых агрегатов по убыванию  $R^*$ . В результате каждому оборудованию присваивается соответствующий порядковый номер, который является его ремонтным приоритетом  $p_k$  на момент принятия решения.

#### **Выводы**

В заключении хотелось бы отметить, что программа АИС «Ресурс» является удобным средством контроля текущего состояния объекта и хорошим средством поддержки в задаче оперативного планирования ремонтно-профилактических работ.

Предложенный алгоритм распознания предаварийных ситуаций контролируемого оборудования на основе агрегированной оценки его текущего состояния позволяет решать задачи оперативно-го распознания предаварийных ситуаций и на этой основе своевременно принимать меры по недопу-

щению аварий. В работе предложен метод гибкого прогнозирования обобщенного ресурса контролируемого агрегата с оценкой достоверности прогнозных значений.

#### **Литература**

1. Резинских В.Ф., Гладштейн В.И. Ресурс и надежность металла паровых турбин тепловых электростанций// Теплоэнергетика. – 2004. – № 4.
2. Резинских В.Ф., Гринь Е.А., Зленко В.Ф. Концепция продления ресурса металла оборудования ТЭС// Международная конференция «Эффективное оборудование и новые технологии – в российскую энергетику». – М.: ВТИ, 2001.
3. Generic Guidelines for the Life Extension of Fossil Fuel Power Plants. EPRI CS-4778. Project 2596-1, Final Report November. – Palo-Alto, California, 1986.
4. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. – ПИТЕР, 2004. – 256 с.
5. Дьяков А.Ф. и др. Новые подходы к оценке ресурса стареющего энергооборудования электростанций и модульные принципы создания диагностической аппаратуры// Электрические станции. – 2004. – № 4.
6. Канцдалов В.Г., Берляевский Г.П., Зленко В.Ф. и др. Новые аспекты в теории и практике надежности энергооборудования ТЭС, вырабатывающего физический ресурс// Электрические станции. – 2000. – № 3.
7. Дьяков А.Ф., Канцдалов В.Г., Берляевский Г.П. Техническая диагностика, мониторинг и прогнозирование остаточного ресурса паропроводов электростанций / Под ред. А.Ф. Дьякова. – М.: Издательство МЭИ, 1998. – 176 с.

# ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАКОНОВ МОДУЛЯЦИИ/ДЕМОДУЛЯЦИИ ПОМЕХ В ЗАДАЧЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НЕИСКАЖАЮЩЕГО ПРИЕМА РАДИОСИГНАЛОВ ВО ВРЕМЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОМЕХ

А.Ю. Карманов

Совместное размещение на объектах ограниченного размера средств излучения помех и приемников порождает проблему приема радиосигналов радиоэлектронных средств (РЭС), широкополосным приемником во время излучения помех [1, 3].

В работах [1, 2] предложено обеспечить прием радиосигналов РЭС во время излучения помех путем дополнительной модуляции помех с последующей демодуляцией на входе приемника смеси принимаемого сигнала и проникающей помехи. Вместе с тем при демодуляции смеси радиосигнала и помехи искажаются частотные и временные характеристики принимаемого радиосигнала. Поэтому важно при выборе законов модуляции/демодуляции помех и радиосигналов обеспечить не только подавление проникающей помехи на входе широкополосного приемника, но и исключить существенное искажение временных и частотных характеристик принимаемых радиосигналов.

В настоящей статье решается задача оптимального выбора закона модуляции/демодуляции обеспечивающих неискажающий прием Радиосигналов во время излучения помех. Задача решается в предположении широкополосности приемника, когда мгновенная полоса пропускания  $\Delta F_{пр}$  приемника больше ширины спектра  $\Delta F_{п}$  шумовой маскирующей помехи.

## 1. Математическая модель процесса обеспечения приема радиосигналов во время излучения помех путем их дополнительной модуляции/демодуляции в задаче оптимизации их параметров

Общая задача оптимизации законов модуляции/демодуляции при обеспечении приема радиосигналов во время излучения помех без учета возможных искажений рассмотрена в работе [2].

Проведенная в этой работе формализации задачи оптимизации законов модуляции/демодуляции базируется на общей модели процесса обеспечения приема радиосигналов РЭС при излучении помех (рис. 1).

В соответствии с рис. 1 и результатами работ [2, 3] процесс обеспечения приема радиосигналов во время излучения помех заключается:

- в дополнительной модуляции помехи со спектральной плотностью  $N_n(f)$  и шириной спектра  $\Delta F_{п}$ , по амплитуде и/или фазе и/или частоте модулирующим колебанием с известным законом, описываемым комплексным законом модуляции

$\dot{U}_m(t) = A_m(t)e^{j\phi_m(t)}$ , где  $A_m(t)$ ,  $\phi_m(t)$  – законы амплитудной и фазочастотной модуляции;

- в фильтрации модулированной помехи фильтром с коэффициентом передачи  $K_n(f)$  для обеспечения ширины спектра модулированной помехи не более  $\Delta F_{п}$ ;

- в распространении модулированной помехи по объекту размещения от излучающей антенны к приемной, в результате которого помеха проникающая на вход приемной антенны приобретает случайное затухание и случайную начальную фазу, которая описывается релеевской моделью многолучевого распространения радиоволн [4–7], с параметром затухания  $L_p^2$ ;

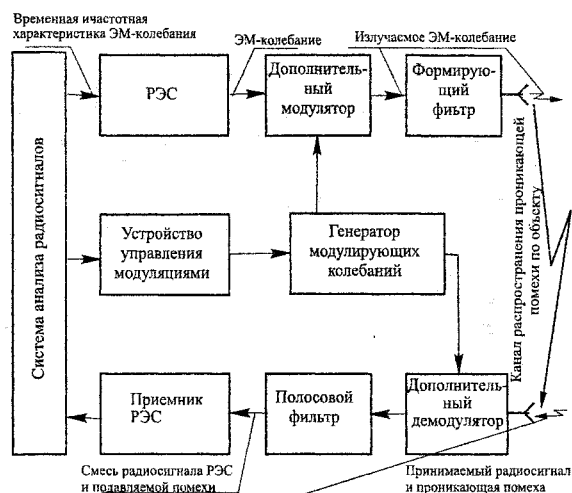


Рис. 1. Модели процесса обеспечения приема радиосигналов РЭС при излучении помех

- в демодуляции смеси проникающей помехи и принимаемого от РЭС радиосигнала по амплитуде и/или фазе и/или частоте по комплексному закону демодуляции  $\dot{U}_{дм}(t) = A_{дм}(t)e^{j\phi_{дм}(t)}$ , где  $A_{дм}(t)$ ,  $\phi_{дм}(t)$  – законы амплитудной и фазочастотной демодуляции. При этом принимаемый радиосигнал как одна из реализаций ансамбля радиосигналов образованных шумовым случайным процессом с спектральной плотностью  $N_c(f)$ , с центральной частотой  $f_c$  и шириной спектра  $\Delta F_{пр}$ , совпадающей с мгновенной полосой приемника.

Качество обеспечения приема радиосигналов во время излучения помех предлагается оценивать величиной  $T_{дб}$  равной степени ослабления средней

мощности части излучаемой помехи, проникающей на вход приемника, обусловленных как ее распространением по объекту (величина затухания  $L_p^2$ ), так и ее дополнительной модуляцией/демодуляцией.

На закон дополнительной модуляции накладываются два ограничения:

- во-первых, закон дополнительной модуляции не может изменять среднюю мощность, излучаемой средством помехи;

- во-вторых, неизбежное уменьшение мощности помехи, поступающей на вход приемника подавляемой РЭС, вызванное расширением спектра помехи из-за ее дополнительной модуляции, не должно превышать заданной величины  $(1 - \eta_0)$ .

Закон дополнительной демодуляции, не должен уменьшать средней мощности принимаемого радиосигнала на входе приемника, после его выделения из демодулированной смеси с помехой полосовым фильтром.

В этих условиях согласно [2] задача оптимизации законов модуляции/демодуляции при обеспечении приема радиосигналов во время излучения помех, имеет вид:

$$\max_{\dot{S}_M(\cdot), \dot{S}_{DM}(\cdot)} T_{дб}(\dot{S}_M(\cdot), \dot{S}_{DM}(\cdot)); \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4P_{пом}} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_M(f_1 - f) \dot{K}_H^{ор}(f_1) \times \\ \times \frac{\sin \pi(f_1 - f)T_c F_M}{\pi(f_1 - f)T_c F_M} \dot{K}_H^{*ор}(f_2) \times \\ \times \dot{S}_M^*(f_2 - f) 2N_{п}(f - f_{п}) df_1 df_2 df = 1; \\ \frac{1}{16P_{пом}} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_M(f_1 - f) \dot{K}_{рэс}^{ор}(f_1) \times \\ \times \dot{K}_H^{ор}(f_1) \frac{\sin \pi(f_1 - f_2)T_c}{\pi(f_1 - f_2)T_c} \times \\ \times \dot{K}_{рэс}^{*ор}(f_2) \dot{K}_H^{*ор}(f_2) \dot{S}_M^*(f_2 - f_c) \times \\ \times 2N_{п}(f - f_{п}) df_1 df_2 df \geq \eta_0; \\ \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{DM}(f_1 - f) \dot{K}_\Phi^{ор}(f_1) \times \\ \times \frac{\sin \pi(f_1 - f_2)T_c}{\pi(f_1 - f_2)T_c} \dot{K}_\Phi^{*ор}(f_2) \times \\ \times \dot{S}_{DM}^*(f_2 - f) 2N_c(f - f_c) df_1 df_2 df = P_c; \end{array} \right.$$

$$P_c = \int_{-\infty}^{\infty} N_c(f) |K_\Phi(f)|^2 df;$$

С учетом:

$$S_M(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_M(t) e^{j2\pi ft} dt;$$

$$S_{DM}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_{DM}(t) e^{j2\pi ft} dt;$$

$$\dot{K}_H^{ор}(f) = 2\dot{K}_H(f - f_{п});$$

$$\dot{K}_\Phi^{ор}(f) = 2\dot{K}_\Phi(f - f_c);$$

$$\dot{K}_{рэс}^{ор}(f) = 2\dot{K}_{рэс}(f - f_{п}),$$

получим

$$T_{дб}(\dot{S}_M(\cdot), \dot{S}_{DM}(\cdot)) = -10 \lg \frac{1}{16L_p^2 P_{пом}} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_M(f_1 - f) \dot{K}_H^{ор}(f_1) \dot{K}_H^{*ор}(f_2) \dot{S}_M^*(f_2 - f) \times \\ \times \left[ \dot{K}_\Phi^{ор}(f_3) \frac{\sin \pi(f_3 - f_4)T_c}{\pi(f_3 - f_4)T_c} \dot{K}_\Phi^{*ор}(f_4) \right] \times \\ \times \dot{S}_{DM}(f_3 - f_1) \dot{S}_{DM}^*(f_4 - f_2) 2N_{п}(f - f_{п}) \times \\ \times df_1 df_2 df_3 df_4 df; \quad (2)$$

где  $L_p^2$  – величина затухания помехи при ее распространении по объекту размещения приемника и

средств излучения помех;  $P_{пом} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} N_{п}(f - f_{п}) df$

– средняя мощность шумовой помехи;  $f_{п}$  – несущая

частота шумовой помехи;  $P_c = 2 \int_{-\infty}^{\infty} N_c(f - f_c) df$  –

средняя мощность принимаемых радиосигналов;  $f_c$  – частота настройки широкополосного приемника.

## 2. Выбор класса законов модуляции/демодуляции помех и радиосигналов неискажающих принимаемые приемником радиосигналы

Как уже отмечалось, дополнительная демодуляция и фильтрация принимаемых радиосигналов может исказить их временные и частотные характеристики.

Исключить искажения радиосигналов можно выбором специального класса используемых законов модуляции/демодуляции. Известно, что если модуляцию/демодуляцию производить периодическими колебаниями с периодом  $T_M = 1/F_M$ ,  $F_M$  – частота модуляции, то спектр модулированного радиосигнала  $S_{мод}(f)$ , будет представлять суперпозицию спектров радиосигнала сдвинутых на частоту  $iF_M$ ,  $i = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$ :

$$S_{мод}(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} S(f + iF_M) \quad (3)$$

Ширина спектра принимаемых радиосигналов не превышает ширины мгновенной полосы пропускания приемника. Поэтому если выбрать  $F_M \geq \Delta F_{пр}$  парциальные спектры  $S(f + iF_M)$  в выражении (3) не будут накладываться друг на друга. В этом случае полосовой фильтр с шириной полосы пропускания  $\Delta F_{пр}$  и центральной частотой  $f_c$  без искажений выделит из демодулированного радиосигнала парциальную составляющую со спектром  $S(f + iF_M)$  при  $i = 0$ . Это гарантирует отсутствие

искажений радиосигналов при их демодуляции приемником.

Таким образом, для исключения искажений принимаемых приемником радиосигналов необходимо использовать периодические законы модуляции/демодуляции с частотой модуляции  $F_M$  равной или большей ширины мгновенной полосы пропускания приемника. Математически эти условия можно выразить, представив законы модуляции/демодуляции  $\dot{U}_M(t)$ ,  $\dot{U}_{DM}(t)$  в виде гармонического ряда:

$$\begin{aligned} \dot{U}_M(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_M(i) e^{j2\pi i F_M t}; \\ \dot{U}_{DM}(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_{DM}(k) e^{j2\pi k F_M t}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\dot{U}_M(i)$ ,  $\dot{U}_{DM}(k)$  – комплексные коэффициенты, выбором которых можно получить широкий класс законов модуляции/демодуляции.

В этом случае спектры  $\dot{S}_M(f)$ ,  $\dot{S}_{DM}(f)$  модулирующих/демодулирующих колебаний можно найти преобразованием Фурье выражения (4).

$$\begin{cases} \dot{S}_M(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_M(i) \delta(f - iF_M); \\ \dot{S}_{DM}(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} \dot{U}_{DM}(k) \delta(f - kF_M), \end{cases} \quad (5)$$

где  $\delta(f - iF_M)$ ,  $\delta(f - kF_M)$  – дельта-функция.

### 3. Оптимизация периодических законов модуляции/демодуляции помех и радиосигналов при обеспечении неискажающего приема радиосигналов во время излучения помех

С учетом выражения (5) для спектров модулирующих/демодулирующих колебаний задача (1) их оптимизации примет вид:

$$\begin{aligned} \min_{\dot{U}_M(i), \dot{U}_{DM}(k)} \sum_{i,k,e,n=-\infty}^{\infty} \dot{U}_M(i) \dot{U}_{DM}(e) W(i,k,e,n) \times \\ \times \dot{U}_M^*(k) \dot{U}_{DM}^*(n); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sum_{i,k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_M(i) H_{MO}(i,k) \dot{U}_M^*(k) = 1; \\ \sum_{i,k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_M(i) H_{M1}(i,k) \dot{U}_M^*(k) \geq \eta_0; \\ \sum_{e,n=-\infty}^{\infty} \dot{U}_{DM}(e) H_{DM}(e,n) \dot{U}_{DM}^*(n) = 1. \end{cases}$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} W(i,k,e,n) &= \frac{1}{8P_{\text{пом}}} \times \\ &\times \frac{\sin \pi [(i+k) - (e+n)] T_c F_M}{\pi [(i+k) - (e+n)] T_c F_M} I_0(i,k,e,n); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_0(i,k,e,n) &= \int_{-\infty}^{\infty} N_{\Pi}(f - f_{\Pi}) \dot{K}_{\Phi}^{\text{ор}}(f + (i+e)F_M) \times \\ &\times \dot{K}_{\Phi}^{*\text{ор}}(f + (i+e)F_M) \dot{K}_H^{\text{ор}}(f + iF_M) \dot{K}_H^{*\text{ор}}(f + kF_M) df; \\ H_{MO}(i,k) &= \frac{\sin \pi (i-k) T_c F_M}{8P_{\text{пом}} \pi (i-k) T_c F_M} I_{MO}(i,k); \\ I_{MO}(i,k) &= \int_{-\infty}^{\infty} N_{\Pi}(f - f_{\Pi}) \times \\ &\times \dot{K}_H^{\text{ор}}(f + iF_M) \dot{K}_H^{*\text{ор}}(f + kF_M) df; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} H_{M1}(i,k) &= \frac{1}{8P_{\text{рэс}}} \frac{\sin \pi (i-k) T_c F_M}{\pi (i-k) T_c F_M} I_{M1}(i,k); \\ I_{M1}(i,k) &= \int_{-\infty}^{\infty} N_{\Pi}(f - f_{\Pi}) \dot{K}_H^{\text{ор}}(f + iF_M) \times \\ &\times \dot{K}_H^{*\text{ор}}(f + kF_M) \dot{K}_{\text{рэс}}^{\text{ор}}(f + kF_M) \dot{K}_{\text{рэс}}^{*\text{ор}}(f + kF_M) df; \\ H_{DM}(e,n) &= \frac{1}{8P_c} \frac{\sin \pi (i-k) T_c F_M}{\pi (i-k) T_c F_M} I_{DM}(e,n); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{DM}(e,n) &= \int_{-\infty}^{\infty} N_c(f - f_c) \dot{K}_{\Phi}^{\text{ор}}(f + eF_M) \times \\ &\times \dot{K}_{\Phi}^{*\text{ор}}(f + nF_M) \dot{K}_{\text{рэс}}^{\text{ор}}(f + kF_M) df. \end{aligned}$$

При решении сформулированной задачи (6) учтем, что полоса пропускания приемника  $-\Delta F_{\text{пр}}$  и фильтра  $K_{\Phi}(f)$  больше, чем ширина спектра шумовой помехи  $-\Delta F_{\Pi}$  и больше полосы пропускания приемника подавляемой РЭС.

На рис. 2 приведены характерные графики зависимостей  $N_{\Pi}(f - f_{\Pi})$ ,

$$\dot{K}_{\Phi}^{\text{ор}}(f) = 2K_{\Phi}(f - f_c);$$

$$\dot{K}_{\Phi}^{*\text{ор}}(f) = 2K_{\Phi}(f - f_c);$$

$$\dot{K}_H^{\text{ор}}(f) = 2K_H(f - f_{\Pi});$$

$$\dot{K}_{\text{рэс}}^{\text{ор}}(f) = 2K_{\text{рэс}}(f - f_{\Pi}),$$

при  $f_c \approx f_{\Pi}$ . Анализируя рис. 2 можно прийти к выводу, что величина  $I_0(i,k,e,n) \equiv 0$  при  $i+e \neq 0$ ,  $k+n \neq 0$ , а значение  $W(i,k,e,n) = W(i,k,-e,-n) = W(i,k)$ .

$$W_1(i,k) = \begin{cases} \frac{1}{8P_{\text{пом}}} \int_{-\Delta F_{\Pi}/2}^{\Delta F_{\Pi}/2} N_{\Pi}(f - f_{\Pi}) \times \\ \times \left| \dot{K}_{\Phi}^{\text{ор}}(f) \right| \dot{K}_H^{\text{ор}}(f + iF_M) \times \\ \times \dot{K}_H^{*\text{ор}}(f + kF_M) df, \\ \text{при } |i| \leq N_M, |k| \leq N_M \end{cases} \quad (8)$$

и 0 в других случаях;

$$N_M = E \left[ \frac{\Delta F_{\Pi} + \Delta F_{\Pi}}{2F_M} \right] + 1; \quad (9)$$

$$E(x) \leq x,$$

– целая часть  $x$ .

$$H_{\text{МО}}(i, k) = \begin{cases} \frac{1}{8P_{\text{пом}}} \int_{-\Delta F_n/2}^{\Delta F_n/2} N_n(f - f_n) \times \\ \times \dot{K}_n^{\text{ог}}(f + iF_M) \dot{K}_n^{\text{ог}*}(f + kF_M) df, & (10) \\ \text{при } |i| \leq N_M, |k| \leq N_M; \\ 0 \text{ в других случаях;} \end{cases}$$

$$H_{\text{М1}}(i, k) = \begin{cases} \frac{1}{8P_{\text{рэс}}} \int_{-\Delta F_n/2}^{\Delta F_n/2} N_n(f - f_n) \times \\ \times |\dot{K}_n^{\text{ог}}(f)|^2 |\dot{K}_{\text{рэс}}^{\text{ог}}(f)|^2 df, & (11) \\ \text{при } i = 0, k = 0; \\ 0 \text{ в других случаях;} \end{cases}$$

$$H_{\text{ДМ}}(i, k) = \begin{cases} \frac{1}{8P_{\text{рэс}}} \int_{-\Delta F_n/2}^{\Delta F_n/2} N_c(f - f_c) \times \\ \times |\dot{K}_\Phi^{\text{ог}}(f)|^2 df, & (12) \\ \text{при } e = 0, n = 0; \\ 0 \text{ в других случаях;} \end{cases}$$

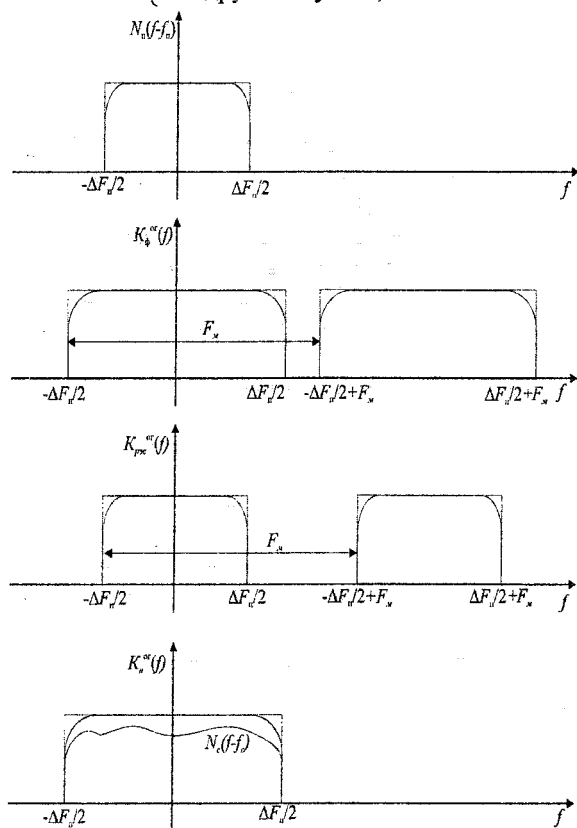


Рис. 2. Характерные зависимости  $N_n(f - f_n)$

Тогда задача (6) поиска оптимальных параметров  $\dot{U}_M(i)$ ,  $\dot{U}_{\text{ДМ}}(e)$ ,  $i = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$  примет вид:

$$\min_{\dot{U}_M(i), \dot{U}_{\text{ДМ}}(e)} \sum_{i, k = -N_M}^{N_M} \dot{U}_M(i) \dot{U}_{\text{ДМ}}(-i) W_1(i, k) \dot{U}_M^*(k) \dot{U}_{\text{ДМ}}^*(-k); \quad (13)$$

$$\begin{cases} |\dot{U}_{\text{ДМ}}(0)|^2 H_{\text{ДМ}}(0, 0) = 1; \\ |\dot{U}_M(0)|^2 H_{\text{М1}}(0, 0) \geq \eta_0; \\ \sum_{i, k = -N_M}^{N_M} \dot{U}_M(i) H_{\text{МО}}(i, k) \dot{U}_M^*(k) = 1; \end{cases}$$

Обозначим

$$z(i) = \dot{U}_M(i) \dot{U}_{\text{ДМ}}(i);$$

$$\bar{z} = (z(-N_M), \dots, z(0), \dots, z(N_M))$$

– вектор строка;

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} z(-N_M) \\ z(0) \\ z(N_M) \end{pmatrix}$$

– вектор столбец;

$$\|W_1\| = \{W_1(i, k)\}$$

– квадратная матрица размера  $2N_{m+1} \times 2N_{m+1}$ , состоящая из элементов  $W_1(i, k)$ . Тогда задачу (13) приведем к виду:

$$\min_{\dot{U}_M(i)} \min_{\bar{z}} \left\{ \bar{z} \times \|W_1\| \times (\bar{z}^*)^T \right\}, \quad \eta_0 \leq \varepsilon \leq 1; \quad (14)$$

$$\begin{cases} |z_0(0)|^2 = \frac{\varepsilon}{H_{\text{М1}}(0, 0) H_{\text{ДМ}}(0, 0)}; \\ |\dot{U}_M(0)|^2 = \frac{\varepsilon}{H_{\text{М1}}(0, 0)}; \\ \sum_{i, k = -N_M}^{N_M} \dot{U}_M(i) H_{\text{МО}}(i, k) \dot{U}_M^*(k) = 1. \end{cases}$$

Так как матрица  $\|W_1\|$  самосопряженная, т.е.

$\{W_1(i, k)\} = \{W_1^*(k, i)\}$ , то решение внутренней задачи минимизации по  $\bar{z}$  можно найти стандартными методами. Тогда получим, что минимальное значение  $\bar{z} \times \|W_1\| \times (\bar{z}^*)^T$  достигается при

$$|z_0(0)|^2 = \frac{\varepsilon}{H_{\text{М1}}(0, 0) H_{\text{ДМ}}(0, 0)};$$

$$\bar{z} = \alpha z_{\lambda_{\text{мин}}},$$

где  $z_{\lambda_{\text{мин}}}$  – собственный вектор матрицы  $\|W_1\|$  соответствующий минимальному собственному числу  $\lambda_{\text{мин}}$  этой матрицы, если

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{H_{\text{М1}}(0, 0) H_{\text{ДМ}}(0, 0) |z_{\lambda_{\text{мин}}}(0)|^2}.$$

Тогда задача (14) примет вид:

$$\min_{\dot{U}_M(i)} \left\{ \frac{\varepsilon \lambda_{\text{мин}} \sum_{i = -N_M}^{N_M} |z_{\lambda_{\text{мин}}}(i)|^2}{H_{\text{М1}}(0, 0) H_{\text{ДМ}}(0, 0) z_{\lambda_{\text{мин}}}(0)} \right\}^{1/2}, \quad \eta_0 \leq \varepsilon \leq 1; \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{aligned} |\dot{U}_m(0)|^2 &= \frac{\varepsilon}{H_{m1}(0,0)}; \\ \sum_{i,k=-N_m}^{N_m} \dot{U}_m(i)H_{m0}(i,k)\dot{U}_m^*(k) &= 1; \\ \dot{U}_m(i)\dot{U}_{dm}(-i) &= z_{\lambda\min}(i) \times \\ &\times \left| \frac{\varepsilon}{H_{m1}(0,0)H_{dm}(0,0)|z_{\lambda\min}(0)|^2} \right|^{1/2}; \end{aligned} \right.$$

Заметим, что минимум по  $\varepsilon$  выражения (15) достигается при  $\varepsilon = \eta_0$ , окончательно получим, что:

1. Оптимальные значения  $\dot{U}_{mopt}(i), \dot{U}_{dmopt}(i)$

связаны соотношениями:

$$\left\{ \begin{aligned} |\dot{U}_{mopt}(0)|^2 &= \frac{\eta_0}{H_{m1}(0,0)}; \\ |\dot{U}_{dmopt}(0)|^2 &= \frac{1}{H_{dm}(0,0)}; \\ \sum_{i,k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_{mopt}(i)H_{m0}(i,k)\dot{U}_{mopt}^*(k) &= 1; \\ \dot{U}_{mopt}(i)\dot{U}_{dmopt}(-i) &= z_{\lambda\min}(i) \times \\ &\times \left| \frac{\eta_0}{H_{m1}(0,0)H_{dm}(0,0)|z_{\lambda\min}(0)|^2} \right|^{1/2}; \end{aligned} \right. \quad (16)$$

Соотношение (16) удовлетворяет бесконечное множество оптимальных значений  $\dot{U}_{mopt}(i), \dot{U}_{dmopt}(i)$ , что свидетельствует о широких возможностях выбора оптимальных периодических законов модуляции/демодуляции исходя из других критериев.

2. Все оптимальные законы модуляции/демодуляции удовлетворяющие соотношениям (16) обеспечивают не искажающий прием радиосигналов во время излучения помех и одинаково хорошо подавляют проникающую помеху на величину  $T_{дб}$  равную:

$$\begin{aligned} T_{дб} [\dot{U}_{mopt}(i)\dot{U}_{dmopt}(i)] &= T_{дб}^0 + \Delta T_{дб}; \\ T_{дб}^0 &= 10 \lg L_p^2 \end{aligned} \quad (17)$$

– величина начального затухания излучаемой помехи, обусловленного ее распространением по объекту размещения широкополосного приемника и средства излучения помех, и не связана с модуляцией/демодуляцией помехи и радиосигналов. Величину дополнительного затухания помех  $\Delta T_{дб}$ , обусловленная дополнительной модуляцией/демодуляцией помехи и радиосигналов равна:

$$T_{дб}^0 = -10 \lg \left| \frac{\eta_0 \lambda_{\min} \sum_{i=-N_m}^{N_m} |z_{\lambda\min}(i)|^2}{H_{m1}(0,0)H_{dm}(0,0)|z_{\lambda\min}(0)|^2} \right|. \quad (18)$$

Эта величина определяется свойствами и размерностью матрицы  $\|W_1\|$ , которая зависит от ширины мгновенной полосы пропускания  $\Delta F_{пр}$  приемника, ширины спектра шумовой помехи  $\Delta F_{п}$ , величиной допустимого расширения спектра помехи из-за ее дополнительной модуляции, а так же особенностями частотных характеристик используемых фильтров.

### Литература

1. Карманов А.Ю. Способы улучшения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств, размещенных на объектах ограниченного размера// Научно-технический журнал «Цифровые радиоэлектронные системы». – 2004. – №5. – Сервер: <http://www.drts.susu.as.ru/~rvm/>.
2. Карманов А.Ю. Оптимизация законов модуляции/демодуляции при обеспечении приема радиосигналов во время излучения электромагнитных волн// Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2004. – Вып. 3, № 9(38).
3. Ван Брандт Л. Справочник по методам радиоэлектронного подавления и помехозащиты систем с радиоэлектронным управлением / Под ред. Фомичева К.И., Юдина Л.М. – Воениздат, 1985.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988.
5. Моисеев Н.Н., Иванюков Ю.П., Столярова Е.М., Методы оптимизации. – М.: Наука, 1978.
6. Черенкова В.А. Чернышев О.В. Распространение радиоволн. – М.: Радио и связь, 1984.



# О СПОСОБЕ ФОРМАЛИЗАЦИИ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНОВ ОМА И КИРХГОФА ДО УРОВНЯ ПРОГРАММНЫХ АЛГОРИТМОВ

Н.В. Клиначев, Н.В. Клиначева

Применение законов Ома и Кирхгофа формализовано до уровня программных алгоритмов более двадцати лет назад и составляет ноу-хау программ Spice-семейства. Решением данной задачи является универсальный алгоритм полной деинкапсуляции произвольной физической принципиальной схемы через уровень схем замещения к уровню математической блок-схемы. Разработанная авторами библиотека SimLib4Visio – это первый инструмент, визуально демонстрирующий решение этой задачи.

Гибридный чертеж, состоящий из совокупности условно графических обозначений (УГО) физических элементов и математических блоков – это новая концепция представления математических моделей (рис. 1). Первая его особенность заключается в том, что на одном чертеже одновременно присутствуют два типа связей [1]. Связь первого типа (направленная) определяет схему передачи возвращаемых значений между математическими блоками. Связь второго типа (ненаправленная) предназначена для соединений физических элементов.

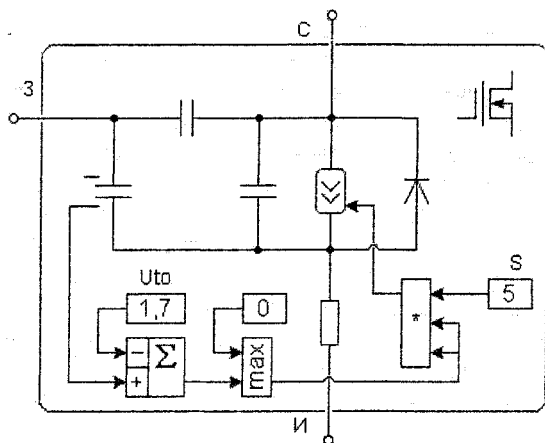


Рис. 1. Гибридная схема замещения p-Mos транзистора

Состояние любого элемента, преобразующего энергию, определяется двумя физическими величинами (разностью потенциалов и током), поэтому ненаправленные проводники можно воспринимать как шину из двух проводников первого типа. Вторая особенность гибридных чертежей математических моделей состоит в том, что УГО RLC и EJ-элементов могут варьироваться в зависимости от того, являются ли элементы пограничными (между блок-схемой и схемой физической принципиальной) или нет. На рис. 2 первый R-элемент особенностей не имеет. Основным параметр второго эле-

мента (номинал сопротивления) можно контролировать направленным графом. Третьим представлен элемент, чье состояние может быть передано направленному графу.

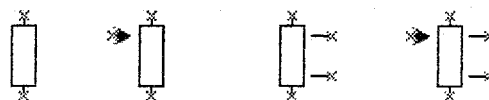


Рис. 2. Варианты УГО R-элемента

Техника моделирования поведения систем может быть основана на итерации токов или на итерации потенциалов. Последний вариант имеет ряд преимуществ. Авторами разработаны соответствующие модели: RLC, EJ-элементов, узла энергоцепи и идеального математического диода (D-элемент). Ниже приведено их подробное описание. Это универсальные математические модели с идеальными свойствами. Закрепленные за ними УГО допустимо менять для моделирования цепей с другой энергонесущей материей.

## 1. Активное сопротивление (R-элемент)

Модель R-элемента показана на рис. 3. Из верхнего и нижнего шинных проводников от моделей узлов в блок-схему R-элемента поступают величины потенциалов. Сумматор вычисляет их разность, уточняя напряжение на элементе. Для вычисления тока выходной сигнал сумматора делится на параметр (сопротивление элемента). Далее, величина тока возвращается в шинные проводники для передачи к моделям узлов. Причем в один из узлов ток возвращается с инверсным знаком (раз из одного вытекает, значит в другой втекает).

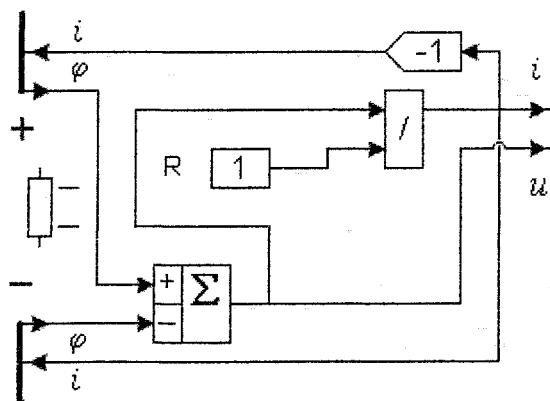


Рис. 3. Модель R-элемента

При смене полярности включения дополнительно меняется знак разности потенциалов (выходы сумматора имеют разный знак). Таким обра-

зом, модель  $R$ -элемента не является несимметричной относительно выводов. Однако внутренние координаты модели  $i$  и  $u$  остаются чувствительными к полярности включения, и этот факт позволяет использовать их в качестве выходов датчика тока и разности энергетических потенциалов.

### 2. Реактивное сопротивление индуктивного характера ( $L$ -элемент)

Из верхнего и нижнего шинных проводников, от моделей узлов, в блок-схему  $L$ -элемента, поступают величины потенциалов (рис. 4). Сумматор вычисляет их разность, уточняя напряжение на элементе.

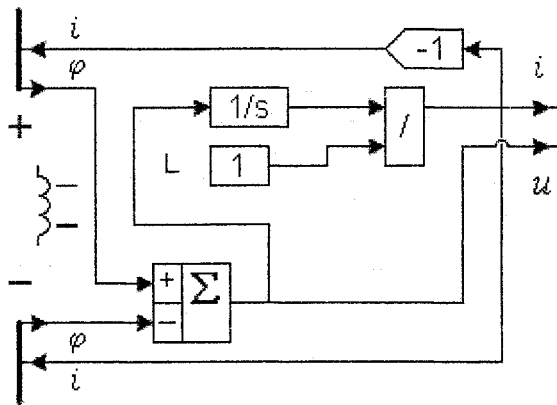


Рис. 4. Модель  $L$ -элемента

Для вычисления тока выходной сигнал сумматора интегрируется и делится на параметр (индуктивность элемента). Далее, величина тока возвращается в шинные проводники для передачи к моделям узлов.

### 3. Реактивное сопротивление емкостного характера ( $C$ -элемент)

Из верхнего и нижнего шинных проводников, от моделей узлов, в блок-схему  $C$ -элемента, поступают величины потенциалов (рис. 5).

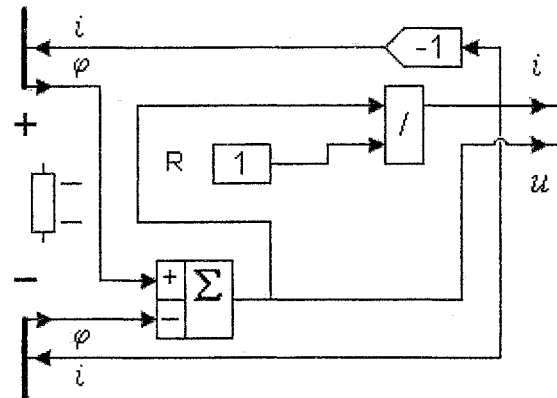


Рис. 5. Модель  $R$ -элемента

Сумматор вычисляет их разность, уточняя напряжение на элементе. На дополнительный (верхний) вход сумматора поступает подбираемая вели-

чина, уравниваемая блок-схемой с напряжением на элементе, поскольку на выходе сумматора должен наблюдаться нулевой баланс. Упомянутое напряжение (выходная координата интегратора) является функцией другой итерируемой с помощью блока *unknown* координаты – тока элемента, который, после деления на параметр (емкость элемента), поступает на вход интегратора. Величина тока возвращается в шинные проводники для передачи к моделям узлов.

### 4. Источник движущей силы ( $E$ -элемент)

Из верхнего и нижнего шинных проводников, от моделей узлов, в блок-схему  $E$ -элемента, поступают величины потенциалов (рис. 6).

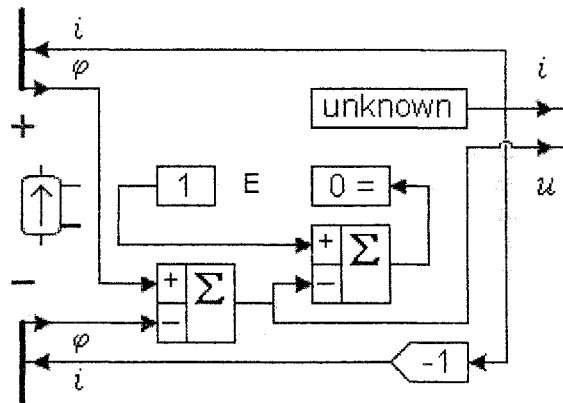


Рис. 6. Модель  $E$ -элемента

Первый сумматор вычисляет их разность, уточняя напряжение на элементе. Второй сумматор используется для итеративного уравнивания вычисленного напряжения с заданным значением, которое поступает с блока *const* (на выходе этого сумматора должен наблюдаться нулевой баланс). На величину уравниваемой разности потенциалов влияет другая итерируемая с помощью блока *unknown* координата – ток элемента, которая через шинные проводники передается к моделям узлов и влияет на разницу потенциалов. В один из узлов ток возвращается с инверсным знаком. Если сравнить модель источника, с моделями пассивных элементов, то можно заметить, что инверсии подвергается знак тока в другом шинном проводнике. Это объясняется тем фактом, что для активных и пассивных элементов условно положительное направление тока разное.

### 5. Источник тока энергонесущей материи ( $J$ -элемент)

Из верхнего и нижнего шинных проводников, от моделей узлов, в блок-схему  $J$ -элемента, поступают величины потенциалов (рис. 7). Сумматор вычисляет их разность, уточняя напряжение на элементе. Выходная координата блока *const* (ток элемента) через шинные проводники передается к моделям узлов.

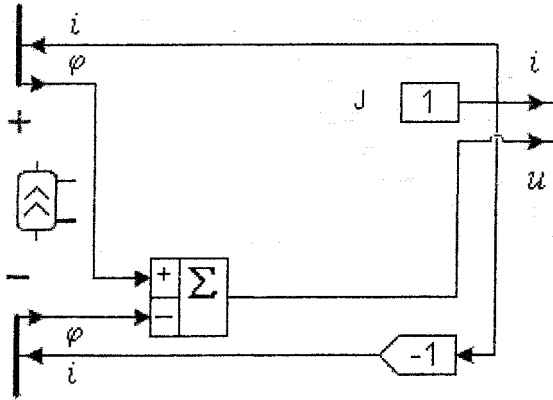


Рис. 7. Модель J-элемента

### 6. Узел энергоцепи

Узел энергоцепи – это место разветвления энергонесущей материи. Процесс разветвления подчиняется постулату о сохранении материи. Условное графическое обозначение узла энергоцепи – это точка в месте соединения элементов на схеме физической принципиальной. Модель узла энергоцепи показана на рис. 8. Как видно, она является свободно масштабируемой (количество шинных проводников поступающих от элементов цепи может быть любым). Из каждого шинного проводника на сумматор, поступаает информация о токе элементов, подключенных к узлу. На выходе сумматора должен наблюдаться нулевой баланс, что отвечает требованию постулата о сохранении энергонесущей материи. Баланс обеспечивается итерацией потенциала узла с помощью блока *unknown*, выходной сигнал которого поступает ко всем подключенным к узлу моделям элементов энергоцепи. Вариация потенциала узла вызывает вариацию токов элементов, чем и достигается нулевой баланс.

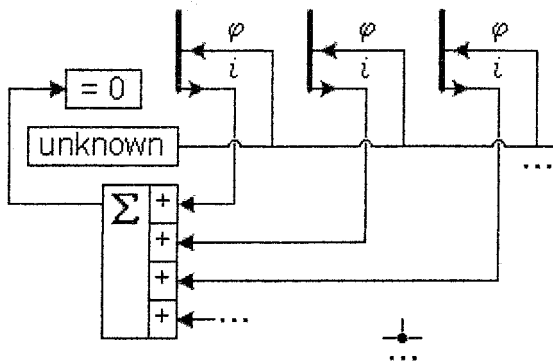


Рис. 8. Модель узла

Сравним по блок-схемам терминалы шинных проводников у моделей узлов и у моделей элементов. Все модели элементов (*RLC* и *EJ*) имеют одинаковые терминалы шинных проводников – от модели в шину поступает координата тока, а из шины к модели передается координата потенциала. Таким образом, модели элементов невозможно соединить между собой. Ответным для термина-

лов элементов является только терминал узла. В частном случае это приводит к тому, что место соединения двух элементов, в котором не происходит ответвление энергонесущей материи, при математическом моделировании должно быть представлено моделью узла.

### 7. Идеальный математический диод (D-элемент)

Идеальный или математический диод – это идеализированная математическая модель пассивного элемента энергоцепи, который беспрепятственно пропускает энергонесущую материю в прямом направлении и не пропускает или оказывает очень большое сопротивление её движению в обратном направлении.

Модель математического диода невозможно построить на параметрической модели *R*-элемента. Такая модель конфликтует с методическим ограничением итерационного решателя математических ядер, в случае если  $Rd \rightarrow 0$  или  $Rdb \rightarrow \infty$ . Причина заключается в том, что использовать только разность потенциалов для переключений нельзя – на прямом участке характеристики она колеблется в итерациях вокруг нуля (погрешность решателя). Ток нельзя использовать на обратном участке по той же причине. Ситуация усложняется тем, что идея построения моделей на основе итерации потенциалов накладывает свое ограничение – ток должен быть сформирован самой моделью элемента.

Модель *D*-элемента показана на рис. 9. Ключом к пониманию принципа построения модели является тот факт, что когда выходной сигнал блока *unknown* меньше нуля, он ассоциируется с обратным напряжением на элементе, в противном случае – с прямым током.

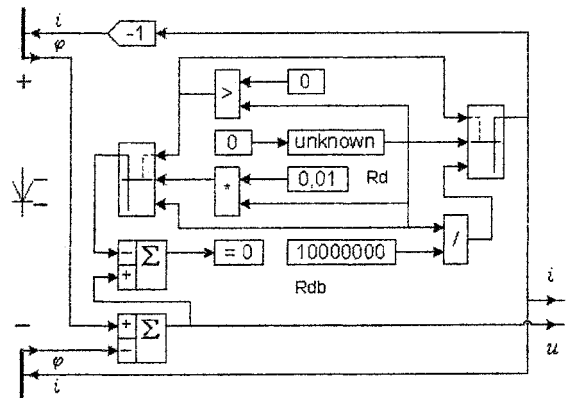


Рис. 9. Модель D-элемента

Если математическое ядро находит баланс при положительном значении сигнала на выходе блока *unknown*, то состояние модели расшифровывается следующим образом. На выходе компаратора будет логический ноль, и мультиплексоры будут пропускать сигналы со среднего входа. Таким образом, выходной сигнал блока *unknown* –

прямой ток диода – через правый мультиплексор будет возвращён в шинные проводники для передачи к моделям узлов. Через левый мультиплексор прямое падение напряжения (полученное по закону Ома умножением тока на параметр  $Rd$ ) поступит на верхний сумматор для итерационного уравнивания разностью потенциалов, которая поступает с узлов и вычисляется нижним сумматором.

Если же математическое ядро находится баланс при отрицательном значении сигнала на выходе блока *unknown*, то состояние модели расшифровывается иначе. На выходе компаратора будет логическая единица, и мультиплексоры будут пропускать сигналы с нижнего входа. Следовательно, выходной сигнал блока *unknown* – обратное напряжение на диоде – через левый мультиплексор поступит на верхний сумматор для итерационного уравнивания с поступающей с узлов разностью потенциалов вычисленной нижним сумматором. Через правый мультиплексор обратный ток диода (полученный по закону Ома делением напряжения на параметр  $Rdb$ ) будет возвращён в шинные проводники для передачи к моделям узлов.

И в том и в другом случае, к одному из узлов ток возвращается с инверсным знаком. Возможны вариации представленной блок-схемы. Например, при построении моделей более сложных устройств, на один из двух контрольных выходов удобней подавать не разность энергетических потенциалов  $u$ , а выходную координату компаратора, которая (в отличие от координат  $i$  и  $u$ ) однозначно свидетельствует о том, на каком участке характеристики работает модель.

#### 8. Унарный ввод в бинаправленную шину ( $B2W$ -элемент)

$B2W$ -элемент – это терминал бинаправленной шины, для того ее конца, который подходит от узла к элементу (рис. 10). Он используется для графического представления деинкапсулирован-

ных до уровня блок-схемы моделей элементов схем замещений или физических устройств (см. рис. 3–7, 9, но не 8). Типовой ситуацией применения  $B2W$ -элемента является отладка новой модели физического устройства или разработка альтернативной для «защиты» в математическом ядре. При использовании элемента к направленным терминалам следует корректно подключать координаты тока и энергетического потенциала.

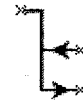


Рис. 10.  $B2W$ -элемент

Для проверки адекватности представленных моделей составлялись и тестовые схемы, состоящие из 40–70 элементов (в эквиваленте до 400 математических блоков). Используемое для симуляции моделей математическое ядро [2] конфигурировалось неоднократно, по-разному, и достаточно масштабно. Исследования проводились как во временном домене, так и в частотном. Опираясь на статистику, авторы сделали вывод об отсутствии ошибок в представленном методе формализации применения законов Ома и Кирхгофа.

#### Литература

1. Клиначев Н.В., Клиначева Н.В. Использование бинаправленных графов в мультидоменном физическом моделировании // Физико-математическое моделирование систем: Материалы II Междунар. семинара. Ч. 2: Моделирование технических систем. Математическое и программное обеспечение систем компьютерного моделирования. – Воронеж, 2005. – С. 107–111.
2. Клиначев Н.В., Клиначева Н.В. Разработка математического ядра моделирующей программы: Препринт. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – 30 с.

## ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СТЕНДА КОМПЛЕКСНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ЭТАПЕ НАЗЕМНОЙ ОТРАБОТКИ

*А.В. Козлов, А.С. Пантилеев, В.Б. Федоров, Л.А. Фокин*

Для синтеза алгоритмов управления беспилотным летательным аппаратом (БПЛА), как и любым другим объектом, необходимо идентифицировать его параметры (аэродинамические и массогеометрические характеристики), используемые в математической модели. Один из путей получения таких характеристик – проведение стендовых испытаний.

Лабораторный стенд представляет собой механическую конструкцию для закрепления исследуемого объекта и измерительное оборудование для преобразования неэлектрических исследуемых величин в электрические. При этом существует необходимость автоматизировать задачи сбора, обработки, сохранения и представления их данных с целью дальнейшего упрощения проектирования систем БПЛА. Для этого используется стандартный ПК, к которому через специальные устройства сбора и передачи данных, подключено задействованное на стенде измерительное оборудование (рис. 1).

Передаваемые на ПК данные могут быть обработаны, сохранены и наглядно представлены пользователю специализированным программным обеспечением, благодаря чему можно анализировать и уточнять параметры летательного аппарата в удобной форме, что позволяет повысить эффективность исследований.

Уже разработанные программные пакеты не позволяют быстро и удобно решать эти задачи и главное – учитывать специфические требования для каждого конкретного стенда, при этом не обладая и возможностями динамической настройки работы и расширений функций программы пользователем. Были проведены исследования с целью создания необходимого программного обеспечения, на их основе разработано программное обеспечение автоматизированной обработки данных лабораторных стендов для БПЛА, которое бы снимало трудности, связанные с использованием существующих программ.

Постановка задачи формулировалась следующим образом. Требуется разработать программное обеспечение для автоматизации процедур сбора, сохранения, обработки и представления информации, поступающей от датчиков стенда АС-1 [1] для БПЛА. Оно должно предоставить удобный диалоговый интерфейс взаимодействия пользователя с программой, а также решать следующие задачи.

1. Настройка работы программы в соответствии с конкретными требованиями пользователя:

- задействованных на стенде устройств сбора и передачи данных (УСПД);
  - функций калибровки датчиков и обработки данных метрологического оборудования;
  - вида графического пользовательского интерфейса программы;
  - отображения данных;
  - сохранения данных.
2. Получение данных.
  3. Калибровка датчиков.
  4. Обработка данных.
  5. Графическое представление получаемых данных в виде графиков, диаграмм, виртуальных приборов и т.п.
  6. Сохранение результатов работы программы в файловой базе данных.
  7. Расширение списка поддерживаемых УСПД, датчиков, визуализаторов данных и т.д.

На рис. 2 приведена функциональная схема созданного программного обеспечения (ПО). Первый блок сбора данных, образованный функциональной группой поддерживаемых программой УСПД, через созданные или предоставленные производителями УСПД драйверы устройств получает от физических устройств данные, которые размещает в структурах хранения информации от каждого датчика. Для УСПД можно настроить частоту опроса, время ожидания, порты, к которым подключаются датчики, виды сигналов и т.п. ПО поддерживает конфигурирование, калибровку и настройку работы логических датчиков, т.е. приборов, показания которых образуются при взаимной обработке данных от нескольких датчиков, размещенных на стенде. Логические датчики образуют основной блок математической обработки данных программы. В составе логических датчиков находятся визуализаторы данных, отвечающие за настройку вывода и непосредственный вывод результатов пользователю. Это может быть сохранение данных в файл, прорисовка графиков показаний в графическом пользовательском интерфейсе, виртуальный стрелочный прибор и т.п. Для организации работы программы используется управляющая консоль, которая вместе с тем обрабатывает пользовательский ввод в интерфейсе.

Для реализации вышеприведенной схемы была создана объектно-ориентированная модель программного обеспечения открытой модульно-ядерной архитектуры.

На диаграмме классов модели (рис. 3) отражен неполный состав классов, дающий лишь об-

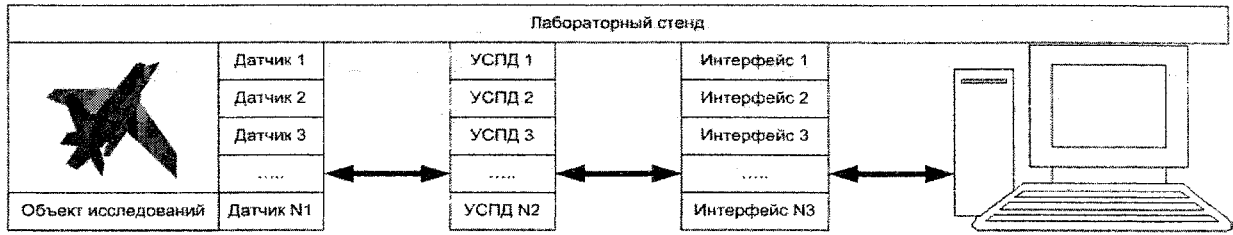


Рис. 1. Схема стенда

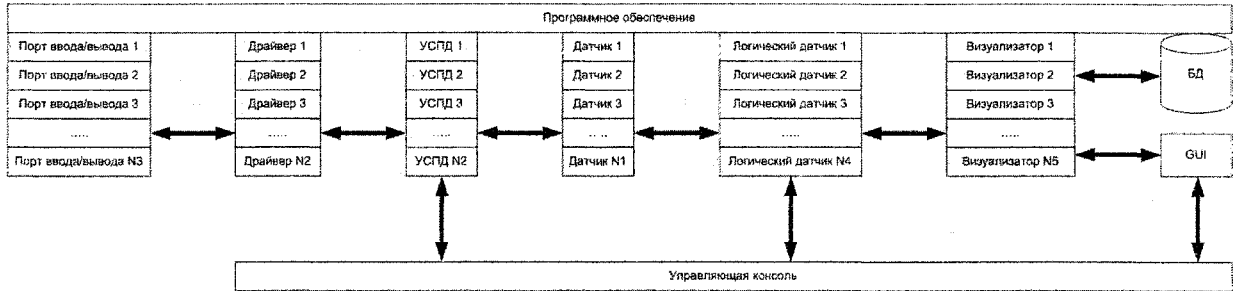


Рис. 2. Функциональная схема программного обеспечения

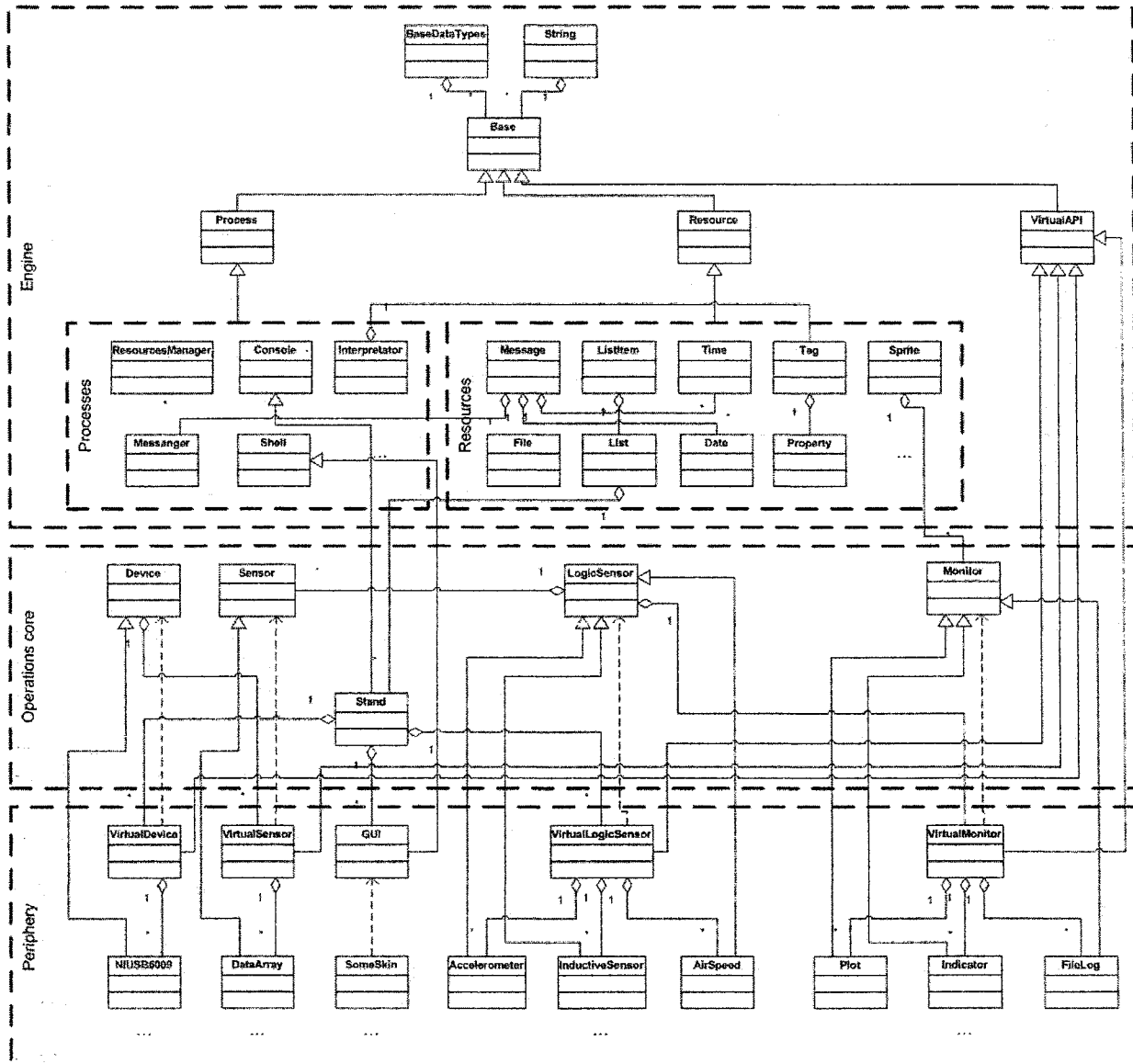


Рис. 3. Структурная схема архитектуры ПО

щее представление об архитектуре ПО. Программное обеспечение состоит из:

1) операционного ядра, реализующего работу системы в целом с периферийными компонентами.

2) периферии, обеспечивающей работу системы с конкретными устройствами сбора и передачи данных, датчиками, виртуальными приборами, графическими визуализаторами данных, классами, отвечающими за работу с базами данных, настройками графического пользовательского интерфейса и т.д.

Компоненты ядра и периферии построены на фундаменте специально разработанной в рамках данного проекта виртуальной машины для создания программного обеспечения.

Виртуальная машина представляет собой объектно-ориентированную библиотеку инструментальных модулей, каждый из которых по отдельности, а также их совокупности решают определенные задачи функционирования созданного на их основе программного обеспечения. Отдельные блоки размещаются в динамически подгружаемых библиотеках. Высокая модульность и независимость отдельных блоков от реализации других блоков, позволяет расширять и изменять работу как самой виртуальной машины, так и созданных на ее основе программ без внесения изменений в систему целиком. Это позволяет создать кроссплатформенную систему, адаптирующиеся под конкретные задачи пользователя.

Ядерная архитектура виртуальной машины, т.е. инкапсуляция дескриптора в классы, создаваемые для расширения, а также применение наследования от базовых абстрактных классов с виртуальными методами, позволяет получить интегрируемые в систему компоненты. Отключение же данного механизма (исключение строки наследования классов) приводит к появлению независимых классов, которые могут быть использованы для работы в других приложениях без использования данной виртуальной машины. Т.е. в системе используется интеграция обычных классов через виртуальные API. В этом преимущество по сравнению, например, с архитектурой COM (Component Object Model), где не COM-программисту необходимо писать интерфейсы-оболочки для использования COM-объекта в своих программах, при этом COM-объект не может разрушить интерфейс со своей архитектурой.

Виртуальная машина является высокоуровневой надстройкой над базовыми функциями используемой в разработке платформы, и использует принцип микропрограммного управления, являющийся основой для построения вычислительных машин, но уже применительно к созданной на ее основе исполняемой программе. Получаемый бинарный файл, который содержит лишь логику функционирования ПО, широко использует внешние зависимости от библиотек виртуальной машины и специальных файлов, описывающих в шест-

надцатеричном виде или на специальном языке сценария конфигурацию, инициализацию и алгоритм исполнения функций ПО. Интерпретатор, транслятор и компилятор языка сценариев являются одной из главных частей виртуальной машины. Они могут быть настроены под использование разного синтаксиса, например, XML или синтаксис языка C++. Благодаря обработке файлов сценария осуществляется динамическая настройка выполнения готовой программы в соответствии с конкретными требованиями пользователя.

Разработка собственной виртуальной машины позволяет учитывать все необходимые конкретные особенности, возникающей при решении той или иной задачи, более того, это позволяет сделать код независимым от среды разработки, и, следовательно, способствует созданию кроссплатформенных компонентов.

Для разработки архитектуры была выбрана слабая статическая типизация языка C++, что по сравнению с языками с сильной динамической типизацией дает высокую скорость работы приложения. С экспортированием же данных о классах из dll помогает ядерная архитектура виртуальной машины. Загрузка библиотек и обработка файлов сценария идет в процессе загрузки, конфигурирования и инициализации приложения, что не тратит системные ресурсы при основной работе ПО.

В общих чертах применение данной системы выглядит следующим образом: для спроектированного лабораторного стенда исследования некоторого объекта, использующего несколько различных УСПД и датчиков, и описанное систему на ПК, пользователю для начала работы с системой достаточно указывать из списка поддерживаемых используемые УСПД, датчики, виртуальные приборы, с помощью языка сценариев настроить специфическую работу с УСПД, калибровку датчиков, обработку, сохранение и представление данных, вид графического пользовательского интерфейса, и сохранить свои настройки для последующего восстановления. В ходе работы на виртуальных приборах можно видеть текущие показания, менять их вид, расположение, получать различные диагностические сообщения, после окончания испытаний открыть файл с сохраненными данными и начать их обработку, например, в другой прикладной программе, или восстановить ход эксперимента с помощью данной системы. Если пользователю необходимо включить в систему свой периферийные компоненты, например, особый трехмерный визуализатор данных, работа которого реализована в C++ классе, то для интеграции его в систему потребуется включить лишь необходимый набор функций обмена данными и строку наследования для поддержки ядерной архитектуры, после чего разместить методы класса в dll и подключить ее к системе.

Описанная система успешно решает поставленные задачи. Продолжаются работы по ее разви-

тию и улучшению, так как, например, охватить весь компонентный состав датчиков, УСПД, виртуальных приборов и т.п. сразу не удастся, и в ходе работы создаются только те компоненты, которые в настоящее время необходимы. Поэтому достигнута главная цель – доступное расширение функций данной системы и адаптация системы под требования конкретной задачи. Кроме того, она может быть использована не только на стендах

для летательных аппаратов, но и с метрологическим оборудованием вообще.

#### *Литература*

1. Автоматизированный стенд для определения интегральных аэродинамических характеристик / Р.С. Абдулин, А.В. Козлов, А.С. Пантилеев, В.Б. Федоров // Известия Челябинского научного центра. – 2006. – Вып. 1(31).



## ИНТЕГРАЦИЯ СИСТЕМ ЗАЩИТЫ И УПРАВЛЕНИЯ СТРЕЛОВОГО ГРУЗОПОДЪЕМНОГО КРАНА

*К.В. Коровин*

Технология выполнения погрузочно-разгрузочных, строительного-монтажных и аварийных работ в различных отраслях промышленности, предусматривает широкое применение как специализированных, так и универсальных грузоподъемных механизмов. Наиболее распространенными универсальными машинами по подъему и перемещению грузов являются стреловые грузоподъемные краны, относящиеся к объектам повышенной опасности.

Для предотвращения травмирования эксплуатирующего персонала при опрокидывании крана или разрушении элементов его конструкций из-за перегрузки при подъеме груза, предусмотрено обязательное оснащение кранов приборами и устройствами безопасности (ПБ).

Эти приборы реализуют функции защиты крана от перегрузки, от столкновений с различными препятствиями при работе в стесненных условиях и защиты от опасного приближения к линии электропередачи, выполняя отключение движений механизмов крана в случае превышения номинальной грузоподъемности крана (ограничитель грузоподъемности), при перемещении стрелы или грузозахватного органа крана в зону недопустимых положений (координатная защита) и при опасном приближении к линии электропередачи.

Приборы безопасности в подавляющем большинстве случаев выпускаются приборостроительными предприятиями на основе унифицированных электрических и электронных приборов и узлов и, как правило, являются универсальными, устанавливаемыми на различные типы кранов. Как правило, прибор безопасности содержит электронный блок с элементами индикации и органами управления, к которому по радиальной схеме (при помощи отдельных проводов) подключены блок выходных реле, датчик угла наклона стрелы, датчик азимута, датчики для определения усилия (преобразователи давления или датчик усилия), датчик длины стрелы (для кранов с телескопической стрелой) и датчик опасного приближения к ЛЭП.

Блок-схема прибора безопасности такого типа приведена на рис. 1.

Электронный блок производит опрос датчиков, вычисляет степень загрузки крана по грузовому моменту, определяет фактическое положение грузоподъемного оборудования крана, производит сравнение этого положения с заданной зоной допустимых положений, а также формирует сигналы блокирования управления механизмами крана в случае перегрузки крана по грузовому моменту и

выхода грузоподъемного (стрелового) оборудования из зоны допустимых положений (координатная защита).

Отключение осуществляется, как правило, при помощи клапана (гидравлического распределителя) с электрическим управлением, включенного в гидравлическую систему крана и обеспечивающего, кроме ее разгрузки, предохранение гидропривода от превышения установленного давления и, при необходимости, ограничение скорости его нарастания.

Сложившаяся схема, при всей ее простоте и экономичности, обладает рядом принципиальных недостатков.

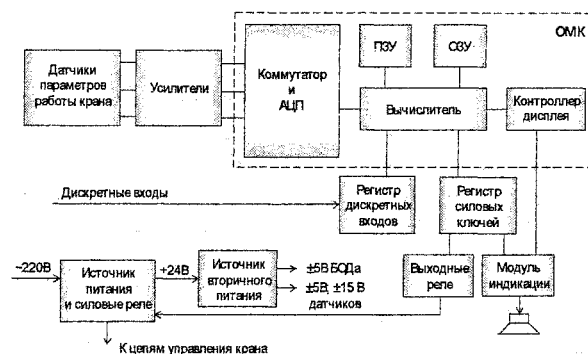


Рис. 1. Блок-схема типичного прибора безопасности

Из-за дискретного режима работы клапана, срабатывание защиты приводит к резкому, а иногда и неожиданному для крановщика, отключению движений механизмов крана. При этом существенно возрастают динамические нагрузки на кран и возникает неконтролируемое раскачивание поднимаемого груза. Это увеличивает вероятность аварии, особенно при подъеме и перемещении грузов, близких к максимальной грузоподъемности крана. Резкая остановка крана при внезапном срабатывании координатной защиты, в том числе при ошибочном введении ее параметров, снижает популярность практического применения координатной защиты.

Наличие перегрузки крана по грузовому моменту или перемещение грузоподъемного оборудования в запрещенную зону приводит не предотвращает формирование сигналов управления краном, а лишь приводит к их блокировке электронным блоком прибора безопасности. Это приводит к снижению надежности защиты крана, поскольку в случае отказа электронного блока или реле блокировки, управление краном не прекращается, что приводит к дальнейшей перегрузке, повреждению или опрокидыванию.

Недостатком является также применение радиальной схемы подключения датчиков к электронному блоку. Подключение каждого датчика отдельным жгутом приводит к наличию большого количества электрических жгутов на кране, что приводит к снижению надежности и увеличению трудоемкости монтажа и ремонта ограничителя на кране.

Еще одним недостатком традиционной схемы является легкость умышленного отключения (шунтирования) приборов безопасности. На автомобильных гидравлических кранах для блокирования приборов безопасности устанавливают посторонние предметы (шайбы, диски и т.п.) внутрь электромагнитного клапана, препятствующие перемещению золотника, либо с помощью различных приспособлений механически удерживают золотник клапана в закрытом состоянии. Более сложным для крановщика способом блокировки является подача напряжения на электромагнитный клапан с помощью электрической перемычки на клеммной колодке крана, либо через потайной тумблер, находящийся в кабине.

Управление грузоподъемным краном с помощью рычагов управления многосекционными ручными гидравлическими распределителями, установленными в кабине или под полом кабины крана, усложняет компоновку рабочего места крановщика, затрудняет герметизацию, теплоизоляцию, звукоизоляцию и подрессоривание кабины, ухудшает ее интерьер. При таком управлении проблематично повысить эргономичность управления краном ввиду больших усилий перемещений рычагов и передачи через них вибраций машины на руки крановщика.

Таким образом, создание конкурентоспособных грузоподъемных кранов с эксплуатационными характеристиками, отвечающими современным требованиям экономичности, безопасности, надежности и эргономичности, требует комплексного решения вопросов защиты и управления краном. Одним из основных путей качественного повышения технического уровня систем защиты и управления является применение комплексной системы защиты и управления, реализованной на основе пропорционального электрогидроуправления.

В этом случае поток гидрожидкости, направляемый к исполнительным механизмам крана, регулируется электрогидравлическими распределительными устройствами с пропорциональным управлением. В качестве этих устройств используются секционные электроуправляемые гидрораспределители, имеющие, как правило, регуляторы давления рабочей жидкости по нагрузке выходного звена (LS-регуляторы), исключающие непроизводительные энергозатраты и обеспечивающие для любого управляющего воздействия свой постоянный расход рабочей жидкости и, соответственно, свою постоянную скорость движения исполнительного гидродвигателя или гидро-

цилиндра независимо от изменения противодействующей нагрузки.

Пропорциональное управление крановыми операциями осуществляется с помощью электрических джойстиков-манипуляторов – аппаратов электрогидравлического управления краном. Выходные сигналы аппаратов, изменяющиеся пропорционально углу отклонения их рукояток, поступают на электрические управляющие входы исполнительных устройств – на электромагниты гидрораспределителей. В итоге поток гидравлической энергии, поступающий на каждый исполнительный механизм крана и, соответственно, скорость его перемещения, пропорциональны углу отклонения рукоятки аппарата управления (джойстика).

Для остановки механизмов и управления их скоростью при наличии попутной нагрузки, в гидравлическую схему крана устанавливаются устройства торможения (тормозные клапаны), а фиксация механизмов в заданном положении при отсутствии управляющего сигнала на отдельных входах гидрораспределителей осуществляется с помощью гидрозамков.

Реализация защитных ограничений движений крана производится в электрической части этой системы путем ограничения или блокирования выходных сигналов джойстиков без вмешательства в гидравлическую схему крана.

Блок-схема такой системы защиты и управления приведена на рис. 2.

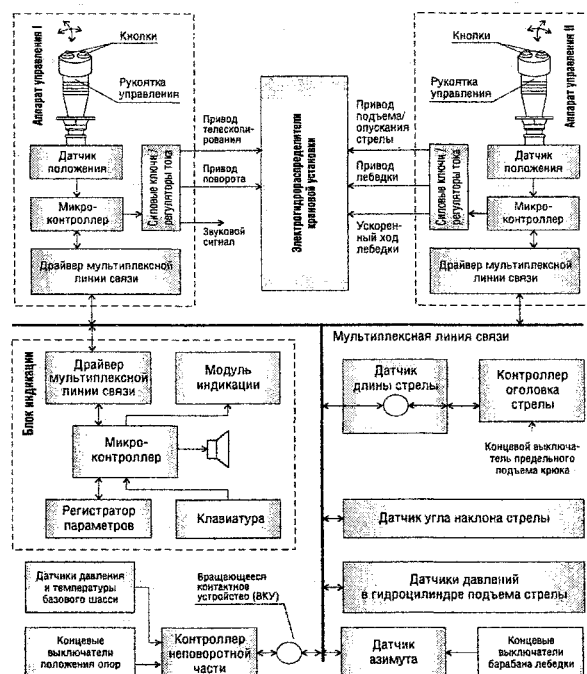


Рис. 2. Блок-схема комплексной системы защиты и электрогидравлического управления крана

Система включает в себя прибор безопасности типа ОГМ240 и два джойстика – аппарата управления типа АУРСР23, формирующих сигналы управления электрогидрораспределителями.

Электронный микропроцессорный блок индикации осуществляет обмен с датчиками азимута, угла наклона стрелы, давления в гидросистеме, контроллером неповоротной части, длины стрелы и аппаратами электрогидравлического управления по общей мультиплексной линии связи.

Комплектность используемых датчиков выбрана с учетом конструктивных особенностей крана и требований Правил Ростехнадзора ПБ 10-382-00, но может быть легко дополнена дополнительными датчиками и блоками – датчиком предельного подъема крюка, датчиком «последнего» витка каната барабана лебедки, датчиками положения опор и т.д.

Цифровые датчики параметров работы крана (кроме штатных датчиков температуры и давления базового шасси) реализованы со встроенными схемами линеаризации, фильтрации, термокомпенсации и калибровки их выходных сигналов.

Для уменьшения количества цифровых датчиков и соединений в электрической схеме системы, датчики аналоговых параметров работы крана выполнены с возможностью обработки сигналов концевых выключателей, расположенных с ними в одной конструкционной зоне крана, и с последующей совместной передачей сигналов этих датчиков в блок индикации прибора ОГМ240 по мультиплексному каналу обмена данными.

Основные функции защиты крана реализованы с использованием математической модели крана при помощи перепрограммируемого микроконтроллера блока индикации. Настройка системы защиты, учитывающая прогиб стрелы под нагрузкой, осуществляется без применения электрических потенциометров и без механической регулировки пространственного положения датчиков на кране.

Реализованная система защиты и управления краном обладает гибкой и наращиваемой структурой. Любые датчики, блоки или функциональные узлы, подключаемые к мультиплексной линии связи (которая может быть выполнена беспроводной), могут быть как дополнительно включены в состав системы, так и исключены из нее, без изменения уже существующих частей этой системы.

Каждый из двух джойстиков – аппаратов управления АУРСП23.2, содержит бесконтактный двухкоординатный датчик положения рукоятки, микроконтроллер, драйвер мультиплексной линии связи и силовые защищенные ключи-регуляторы тока. Применение моноблочных аппаратов управления, совмещающих информационно-измерительные и силовые электронные узлы, и мультиплексного канала обмена данными, позволило максимально уменьшить количество составных частей системы и упростить соединения между ними. Это обеспечивает повышение надежности, ремонтнопригодности и удобства системы в эксплуатации.

Формирование сигналов управления электрогидравлическими распределителями осуществляется в зависимости не только от отклонений кранов-

щиком рукояток аппаратов управления, но и от наличия сигнала разрешения включения соответствующих секций распределителя, поступающих от блока индикации прибора ОГМ240 по последовательному мультиплексному каналу обмена данными. Срабатывание защиты от перегрузки, координатной защиты или защиты от опасного приближения к ЛЭП, а также отказы системы защиты, приводят к отключению сигналов разрешения включения электрогидравлических распределителей, а не к блокированию потоков гидравлической энергии после гидрораспределителей, как это имеет место на кране с отдельными системами управления и защиты. Это повышает надежность защиты крана.

Еще одним важным достоинством описанной системы, является невозможность умышленного блокирования ее защитных функций. Для этого потребовалась бы имитация сигналов разрешения включения гидрораспределителей, поступающих на аппараты управления по мультиплексной линии связи в последовательном коде, что в эксплуатации практически нереализуемо.

Пропорциональное управление краном при помощи аппаратов управления (джойстиков), встроенных в подлокотники кресла крановщика, обеспечивает высокую плавность пуска и остановки всех механизмов крана, регулирование скорости подъема/опускания и перемещения груза в широких пределах, и существенно улучшает условия труда крановщика.

В этой системе при реализации защитных функций обеспечивается плавное снижение скорости движения механизмов крана при приближении грузового момента или параметров пространственного положения стрелы к своим предельным значениям. Причем, пороговый уровень какого-либо параметра, при достижении которого осуществляется снижение скорости, устанавливается в зависимости от скорости изменения этого параметра или от приведенного момента инерции (массы) перемещающегося механизма крана.

Для дальнейшего повышения эргономических характеристик системы, дополнительно было реализовано управление всеми механизмами крана, сигнализацией и индикаторами прибора безопасности без снятия рук крановщика с рукояток аппаратов управления. В их верхних частях установлены дополнительные органы управления – кнопки, обеспечивающие возможность включения ускоренного хода лебедки, звукового сигнала, а также циклическое переключение параметров работы крана, отображаемых на дисплее блока индикации ОГМ240. При помощи этих кнопок принципиально возможно также введение параметров защиты крана, в частности ограничений зоны его работы – координатной защиты.

Интеграция комплексной системы защиты и управления позволила решить ряд серьезных проблем. Однако более существенным является то обстоятельство, что такая интеграция придает крану

принципиально новые свойства и открывает новые направления совершенствования таких систем:

- учет прибором безопасности динамических нагрузок на кран при работе крана и предварительное снижения рабочих скоростей движения механизмов перед их остановкой;

- изменение характеристик управления механизмами крана в зависимости от вида выполняемой крановой операции и стрелового оборудования, в частности установка безопасных для крана и наиболее удобных для работы крановщика различных скоростей подъема и опускания груза, более медленный поворот крановой установки при работе с длинной стрелой (с гуськом) и т.п.;

- изменение характеристик управления механизмами крана в зависимости от параметров его работы, в частности автоматическое уменьшение скорости выполнения крановых операций при увеличении нагрузки или вылета грузозахватного органа с целью уменьшения максимальной нагрузки на кран в динамических режимах его работы и снижения вероятности ошибок крановщика в наиболее опасных режимах;

- автоматическое разрешение или запрещение совмещения выполнения различных крановых операций или отдельных движений крана, в частности автоматическое переключение с режима одновременного управления двумя и более механизмами на режим без совмещения их управлением в наиболее нагруженных или в наиболее динамичных режимах работы крана;

- автоматический выбор одного из исполнительных устройств крана, подлежащего включению в работу, в соответствии с предварительно установленным приоритетом, при попытках крановщика осуществить одновременное управление различными механизмами крана в опасных режимах его работы;

- установка усилия противодействия перемещению крановщиком рукоятки аппарата управления (усилия возврата рукоятки в нейтральное положение) в зависимости от текущего значения грузового момента, скорости перемещения груза или вылета, или осуществление механической вибрации рукоятки при приближении к наиболее опасным режимам работы крана, с целью обеспечения тактильного ощущения режима работы крана рукой крановщика и, соответственно, повышения эргономичности управления краном и безопасности его работы.

### Заключение

Повышение степени «интеллектуализации» и автоматизации управления краном, дает возможность более полного использования конструктивных возможностей крана. При этом оптимальное сочетание возможностей человека-крановщика, обладающего способностью предвидеть развитие текущей ситуации, и автоматической системы защиты краном, реализованное по принципу их взаимного резервирования в критических ситуациях с использованием элементов экспертной системы, позволит поднять на принципиально более высокий уровень как безопасность работы крана, так и удобство работы крановщика.

### Литература

1. *Правила устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов. ПБ 10-382-00 / Под ред. В.С. Котельникова. – М.: Госгортехнадзор России, ГУП НТЦ «Промбезопасность», 2003. – 284 с.*
2. *Требования к регистраторам параметров грузоподъемных кранов. РД 10-399-01. – М.: Госгортехнадзор России, ГУП НТЦ «Промбезопасность», 2001. – 5 с.*

# К ДИНАМИКЕ НАМАГНИЧЕННОГО СФЕРИЧЕСКОГО РОТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ИНТЕГРАТОРА ЛИНЕЙНЫХ УСКОРЕНИЙ

Г.А. Левина, А.А. Логвинова

Миниатюрный гироскоп с намагниченным шаровидным ротором, находящимся в сферической полости статора на тонком слое маловязкой немагнитной жидкости, приводится во вращение магнитным полем обмоток статора. Зазор между поверхностями ротора и статора мал и составляет примерно 0,01 радиуса ротора.

Разгон ротора до номинальной скорости осуществляется в двухфазном режиме работы электропривода. По достижении ротором номинальной скорости одна из рабочих обмоток отключается. Стационарное синхронное вращение ротора поддерживается с помощью рабочей обмотки 1, синхронизирующей обмотки 2 и системы управления двигателем (рис. 1). Система управления двигателем осуществляет усиление и преобразование тока синхронизирующей обмотки.

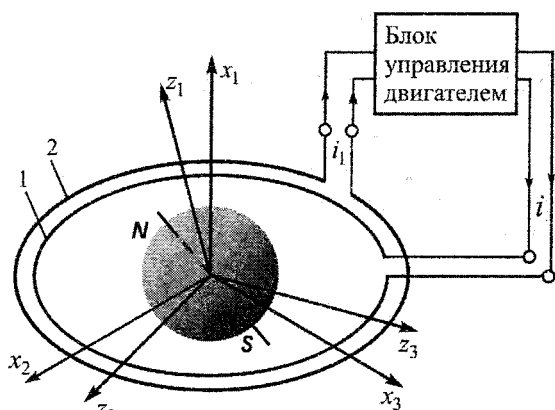


Рис. 1. Ротор с однофазным электроприводом:  
1 – рабочая обмотка;  
2 – синхронизирующая обмотка

Рассматриваются следующие задачи: об устойчивости стационарного синхронного вращения ротора в режиме однофазного электропривода; о возможности построения малогабаритного гироскопического интегратора на основе намагниченного сферического ротора с управляемым однофазным электроприводом.

## 1. Устойчивость стационарного вращения ротора с однофазным электроприводом

Сферическое движение ротора относительно статора рассматривается после переключения электропривода на однофазный режим и изучается с помощью углов Эйлера–Крылова  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , где  $\gamma$  – угол собственного вращения.

При выводе уравнений движения ротора принимаются следующие допущения:

- центр масс ротора совпадает с его геометрическим центром и с центром  $O$  полости статора, а связанные с ним оси  $Oz_i$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) являются главными осями инерции;

- внешнее поле ротора вблизи его поверхности в условиях поставленной задачи приближенно представляется однородным и характеризуется вектором магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , неизменным в пространстве  $Oz_i$  и имеющим направление магнитной оси  $N-S$ , заданное углами  $\delta_1, \delta_2$ :  $\delta_1$  – угол между  $\mathbf{B}$  и осью  $z_3$ ,  $\delta_2$  – угол, отсчитанный в плоскости  $z_1, z_2$  от оси  $z_1$  к проекции вектора  $\mathbf{B}$  на эту плоскость;

- обмотки двигателя 1 и 2 располагаются в плоскости  $Ox_2x_3$ ;

- принимается, что преобразователь тока является аperiodическим звеном первого порядка и описывается дифференциальным уравнением

$$T \frac{di}{dt} + i = K_n K_{yc} i_1, \quad (1)$$

где  $K_{yc}$  – коэффициент усиления,  $K_n$  – коэффициент передачи аperiodического звена,  $T$  – постоянная времени аperiodического звена,  $i_1$  – ток синхронизирующей обмотки, определяемый по выражению:

$$i_1 = I_1 (\dot{\beta} \sin \beta \cos(\gamma + \delta_2) + \dot{\gamma} \cos \beta \sin(\gamma + \delta_2)), \quad (2)$$

где  $I_1 = Bw\sigma/R$ ,  $w$ ,  $\sigma$ ,  $R$  – параметры обмотки.

Главный момент электромагнитных сил, приложенных к ротору, определяется по формуле

$$\mathbf{M}^{ЭМ} = \mathbf{B} \times \mathbf{P}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{P}$  – магнитный момент рабочей обмотки.

Следуя подходам, примененным в [1], момент сил вязкого трения относительно осей Резаля  $Oy_i$  представим:

$$M_{y_i}^{\text{гидр}} = -D_{y_i} \omega_{y_i}, \quad (4)$$

где  $D_{y_i}$ ,  $i = \overline{1, 3}$  – коэффициенты сопротивления,  $\omega_{y_i}$  – проекции угловой скорости ротора на оси  $Oy_i$ .

Уравнения сферического движения ротора, полученные с помощью уравнений Лагранжа, приводятся к форме уравнений моментов относительно осей Резаля и с учетом (3) и (4) и условия  $\delta_1 = \pi/2$  (вектор магнитной индукции ротора расположен в плоскости собственного вращения ротора) записываются:

$$\begin{aligned} & \ddot{\alpha} \cos \beta \left( A \cos^2 \gamma + B \sin^2 \gamma \right) + \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta (C - A - B) - \\ & - \dot{\alpha} \dot{\gamma} (A - B) \cos \beta \sin 2\gamma + \frac{1}{2} \ddot{\beta} (A - B) \sin 2\gamma + \\ & + \dot{\beta} \dot{\gamma} \cos \beta \left[ (A - B) \cos 2\gamma + C \right] - \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 (A - \\ & - B) \sin \beta \cos \beta \sin 2\gamma = \\ & = -D_{y1} \dot{\alpha} \cos \beta + PB \sin \beta \sin(\gamma + \delta_2); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{\beta} \left( A \sin^2 \gamma + B \cos^2 \gamma \right) + \dot{\beta} \dot{\gamma} (A - B) \sin 2\gamma + \\ & + \frac{1}{2} \ddot{\alpha} (A - B) \sin 2\gamma \cos \beta - \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta (C - \\ & - A \cos^2 \gamma + B \sin^2 \gamma) - \dot{\alpha} \dot{\gamma} \cos \beta [C - (A - \\ & - B) \cos 2\gamma] = -D_{y2} \dot{\beta} - PB \sin \beta \cos(\gamma + \delta_2); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & C \ddot{\gamma} + \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \beta [C - (A - B) \cos 2\gamma] + C \ddot{\alpha} \sin \beta - \\ & - \frac{1}{2} \dot{\beta}^2 (A - B) \sin 2\gamma + \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 (A - B) \cos^2 \beta \sin 2\gamma = \\ & = -D_{y3} (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma}) - PB \sin \delta_1 \cos \beta \sin(\gamma + \delta_2), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $A, B, C$  – главные осевые моменты инерции ротора.

Уравнения (5)–(7) совместно с уравнением преобразователя тока (1) представляют собой систему уравнений состояния рассматриваемой электромеханической системы.

Как показано в [2], стационарное синхронное вращение

$$\alpha = \beta = 0, \quad \dot{\gamma} = \omega_0 \quad (8)$$

имеет место при параметрах  $\omega_0, \varphi$ , удовлетворяющих условию уравнивания момента сопротивления постоянной составляющей момента двигателя:

$$D_{y3} \omega_0 = -\frac{S}{2} \cos \varphi, \quad (9)$$

где  $S = B\omega\sigma I^{(1)}$ ,  $\varphi$  – сдвиг фазы, обеспеченный аperiodическим звеном.

Условие непрерывности движения ротора при переключении электропривода с двухфазного режима на однофазный выражается равенством:

$$\cos \varphi = -2k_2 \sin \varphi_*, \quad (10)$$

где  $k_2 = I^{(2)}/I^{(1)}$  и  $I^{(2)}$  – параметр системы управления двигателем в двухфазном режиме,  $\varphi_*$  – «угол нагрузки», определяющий сдвиг фазы собственного вращения ротора относительно фазы вращения магнитного поля статора.

Состояние электромеханической системы с фазовыми координатами  $\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \gamma, \dot{\gamma}, i$ , определяемое уравнениями (1) и (7), рассматривается как возмущенное движение по отношению к стационарному движению (8)–(10), которое назовем «невозмущенным движением». Фазовые координаты в возмущенном движении представим:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \alpha, \quad \bar{\beta} = \beta, \quad \dot{\gamma} = \omega_0 + \dot{\eta}, \quad \gamma = \omega_0 t + \delta_2 + \eta(t), \\ i &= i^{(0)} + \Delta i, \quad i_1 = i_1^{(0)} + \Delta i_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Следуя примененным в [2] подходам, записываем уравнения возмущенного движения в отклонениях:

$$\begin{aligned} E_0 \ddot{\alpha} \cos \beta + (C - 2E_0) \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta + C \dot{\beta} \cos \beta (\omega_0 + \\ + \dot{\eta}) + D_{y1} \dot{\alpha} \cos \beta - B\omega\sigma \Delta i \sin \beta \sin(\gamma^* + \eta) - \\ - S \sin \beta \sin(\gamma^* + \eta) \cos(\gamma^* + \Delta\varphi) = 0; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} E_0 \ddot{\beta} - C \dot{\alpha} \cos \beta (\omega_0 + \dot{\eta}) + \frac{1}{2} (C - \\ - E_0) \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta + B\omega\sigma \Delta i \sin \beta \cos(\gamma^* + \eta) + \\ + S \sin \beta \cos(\gamma^* + \Delta\varphi) \cos(\gamma^* + \eta) + D_{y2} \dot{\beta} = 0; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} C \ddot{\eta} + C \dot{\alpha} \sin \beta + C \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \beta + D_{y3} (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\eta}) + \\ + B\omega\sigma \Delta i \cos \beta \sin(\gamma^* + \eta) + \frac{S}{2} \eta \cos \Delta\varphi + \\ + \frac{S}{2} \eta \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi) = -\frac{S}{2} \sin(2\gamma^* + \Delta\varphi); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta i}{dt} + \nu \Delta i - K^* (\dot{\beta} \sin \beta \cos(\gamma^* + \eta) + \\ + (\omega_0 + \dot{\eta}) \cos \beta \sin(\gamma^* + \eta) - \omega_0 \sin \gamma^*) = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $A = B = E_0, K^* = \nu K_n K_y I_1, \nu = 1/T$ .

От нелинейных уравнений (12)–(15) переходим к уравнениям возмущенного движения по первому (линейному) приближению:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + k\dot{\beta} + d_{y1} \dot{\alpha} - \frac{\bar{d}_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \beta [\sin(2(\tau + \Delta\varphi)) - \\ - \sin \Delta\varphi] = 0; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} - k\dot{\alpha} + d_{y2} \dot{\beta} + \frac{\bar{d}_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \beta [\cos 2(\tau + \Delta\varphi) + \\ + \cos \Delta\varphi] = 0; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\eta} + d_{y3} \dot{\eta} + b \Delta i \sin \tau + \frac{d_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \eta \cos 2(\tau + \Delta\varphi) + \\ + d_{y3} \eta \operatorname{ctg} \Delta\varphi = -\frac{d_{y3}}{\sin \Delta\varphi} \sin 2(\tau + \Delta\varphi); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{d\Delta i}{d\tau} + \frac{\nu \Delta i}{\omega_0} - K^* (\eta \cos \tau + \dot{\eta} \sin \tau) = 0, \quad (19)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi - \pi/2, k = C/E_0, d_{y1} = D_{y1}/E_0\omega_0,$

$d_{y2} = D_{y2}/E_0\omega_0, d_{y3} = D_{y3}/C\omega_0,$

$\bar{d}_{y3} = D_{y3}/E_0\omega_0, b = B\omega\sigma/C\omega_0^2.$

Свойства системы с периодическими коэффициентами (16)–(19) при условии симметрии подвеса  $d_y = d_{y1} = d_{y2}$  определяются безразмерными параметрами:  $k, k_1 = d_{y1}/d_{y3}, k_2, d_{y3}, \bar{d}_{y3}, \Delta\varphi.$

Параметрически возмущенной системе (16)–(17) соответствует осредненная за период  $\pi$  система:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + k\dot{\beta} + d_{y1}\dot{\alpha} + \bar{d}_{y3}\beta = 0; \\ \ddot{\beta} - k\dot{\alpha} + d_{y2}\dot{\beta} + \bar{d}_{y3}\beta \operatorname{ctg} \Delta\varphi = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Характеристическое уравнение системы (20) имеет один нулевой корень и при выполнении отвечающего критерию Рауса–Гурвица условия

$$k_1 > \frac{(k - d_y \operatorname{ctg} \Delta\varphi)k}{2k^2 + 2d_y^2}$$

остальные корни имеют отрицательные вещественные части. Следовательно, осредненная система является устойчивой не асимптотически, и рассматриваемый случай является критическим в определении устойчивости нелинейной системы по первому приближению. В связи с последним исследуются устойчивость и колебания линейной параметрически возмущенной системы (ПВС) (16)–(19) и нелинейной системы (12)–(15). Свойства первой системы изучаем двумя способами [1]: с помощью метода мультипликаторов (теории Флорке–Ляпунова) и прямым численным интегрированием; свойства нелинейной системы – численным интегрированием.

Численные результаты (значения мультипликаторов и графики процессов) получены в программе MathCAD при следующих значениях физических параметров реальной системы: радиус ротора  $R = 2,5$  мм, частота тока в обмотках  $f = 2500$  Гц, плотность распределения массы ротора  $\rho = 8,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости жидкости гидроподвеса  $\mu = 0,6 \cdot 10^{-3}$  кг·с/м, разность радиусов поверхности чаши подвеса и ротора  $\varepsilon = 10$  мкм. Приводятся графики процессов  $\alpha(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ ,  $\dot{\eta}(\tau)$  и модули мультипликаторов  $p_i$  при значениях безразмерных параметров, соответствующих области устойчивости осредненной системы. Графики, представленные на рис. 2, иллюстрируют поведение нелинейной системы; в случае линейной ПВС при тех же параметрах процессы имеют аналогичный характер.

Имеем, что при значениях безразмерных параметров, соответствующих области устойчивости осредненной системы (20), возмущенное движение устанавливается в виде высокочастотных колебаний с малой амплитудой, зависящей от величины сдвига фазы  $\Delta\varphi$ . При этом в установившемся процессе по координате  $\alpha$  имеется постоянная составляющая, величина которых также зависит от сдвига фазы (рис. 2). Численное моделирование также обнаруживает, что при некоторых параметрах из области устойчивости осредненной системы ПВС оказывается неустойчивой, а нелинейная система сохраняет устойчивость.

Таким образом, устойчивость стационарного синхронного вращения ротора с однофазным элект-

троприводом можно обеспечить, применяя систему управления током рабочей обмотки двигателя, преобразующую ток синхронизирующей обмотки с помощью аperiodического звена.

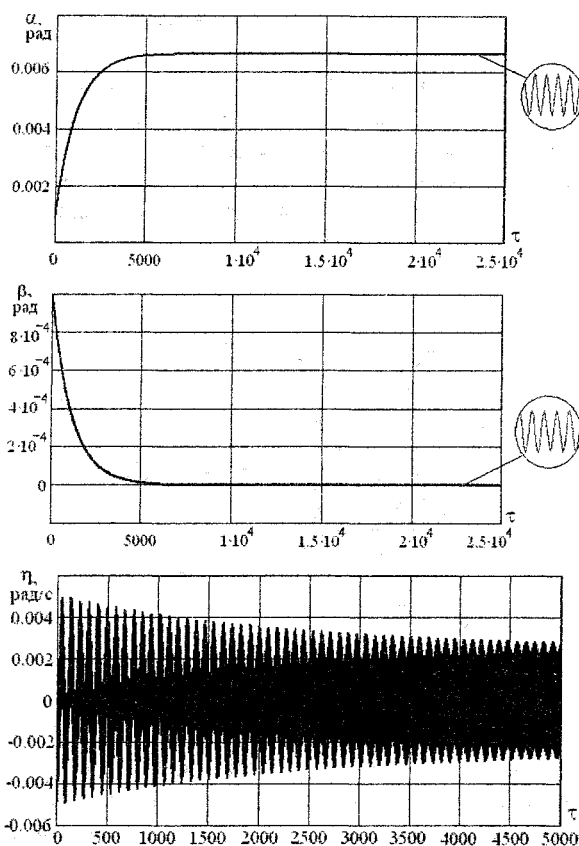


Рис. 2. Процессы  $\alpha(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ ,  $\dot{\eta}(\tau)$ , при  $k = 1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 0,9970$ ,  $p_3 = 1$ ,  $p_4 = 0,9972$

Результат, свидетельствующий об устойчивости стационарного вращения ротора, полезен при разработке малогабаритного гироскопического интегратора (ГИЛУ), так как в этом случае освобожденные обмотки статора могут быть использованы для получения навигационной информации.

## 2. Исследование возможности построения малогабаритного гироскопического интегратора на основе гироскопа со сферическим ротором

Изучается относительное сферическое движение ротора, установленного на подвижном объекте. В этом случае ротор имеет смещенный вдоль главной оси на малую величину  $\Delta l$  центр масс.

При вращении намагниченного ротора наводимые в сигнальных ( $S1$ ,  $S2$ ) и синхронизирующей ( $C1$ ) обмотках ЭДС (рис. 3), содержат информацию об углах относительных поворотов ротора  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Выражения для ЭДС, полученные по закону электромагнитной индукции и записанные с учетом малости угла  $\beta$ , имеют вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_{C1} \approx B\omega\sigma\dot{\gamma}\sin\gamma; \\ \varepsilon_{S1} \approx B\omega\sigma\dot{\gamma}[\beta\cos\alpha\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma]; \\ \varepsilon_{S2} \approx B\omega\sigma\dot{\gamma}[\beta\sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\cos\gamma]. \end{cases} \quad (21)$$

Задача о получении полезного сигнала о скорости поступательного движения объекта сводится к решению системы уравнений (21) относительно углов  $\alpha$  и  $\beta$  и реализуется с помощью программируемого вычислительного устройства (ВУ), в состав которого входит цифровой сигнальный процессор и фильтр гармонических компонент с частотой, равной удвоенной частоте собственного вращения ротора.

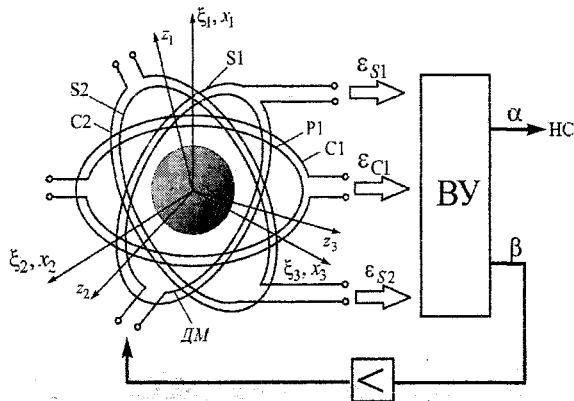


Рис. 3. Принципиальная схема ГИЛУ на базе гироскопа со сферическим ротором

Таким образом, выходной информацией вычислителя являются углы  $\alpha$  и  $\beta$ , причем угол  $\alpha$  содержит информацию для навигационной системы о скорости объекта, а пропорциональный углу  $\beta$  сигнал подается после усиления в обмотку датчика момента (ДМ), формирующего корректирующий момент  $M_k$  относительно оси  $x_1$ .

При выводе уравнений относительного сферического движения ротора приняты следующие допущения:

- рассматривается случай переносного поступательного движения объекта;
- входной величиной ГИЛУ является составляющая линейного ускорения объекта  $\dot{v}_{\xi 1}$ ;
- для поддержания малости угла  $\beta$  с помощью датчика момента создается коррекционный момент  $M_k$ , который может быть позиционным – линейным ( $M_k = k\beta$ ) или нелинейным ( $M_k = k \text{sign } \beta$ );

Уравнения относительного сферического движения ротора с учетом (3), (4) и условия динамической симметрии  $A = B = E$  имеют вид:

$$E\ddot{\alpha} + C(\dot{\gamma}\dot{\beta} - \dot{\gamma}\beta) + D_{y1}\dot{\alpha} - PB\sin\beta\sin(\gamma + \delta_2) + M_k = 0; \quad (22)$$

$$E\ddot{\beta} - C\dot{\alpha}\dot{\gamma} + D_{y2}\dot{\beta} + PB\sin\beta\cos(\gamma + \delta_2) = -m\Delta\dot{v}_{\xi 1} - mg\Delta l; \quad (23)$$

$$C\ddot{\gamma} + D_{y3}(\dot{\alpha}\beta + \dot{\gamma}) + PB\cos\beta\sin(\gamma + \delta_2) = 0. \quad (24)$$

Добавляя к уравнениям движения (22)–(24) уравнение преобразователя тока (1), получаем уравнения состояния рассматриваемой электро-механической системы.

Принимаем регулярную прецессию  $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}^*$ ,  $\dot{\beta} = 0$ ,  $\dot{\gamma} = \omega_0$ ,  $\gamma^* = \omega_0 t$  и заданный закон изменения тока

$$i_1^{(0)} = I_1\omega_0 \sin \gamma^*;$$

$$i^{(0)} = I^{(1)} \sin(\gamma^* + \varphi),$$

$\cos \varphi = -2D_{y3}\omega_0/S$  – невозмущенным движением.

Здесь  $\varphi$  – сдвиг фазы тока относительно фазы собственного вращения ротора, скорость регулярной прецессии, обусловленной моментом переносной силы инерции  $\dot{\alpha}^*$ , определяется выражением

$$\dot{\alpha}^* = \frac{m\Delta l(\dot{v}_{\xi 1} + g)}{C\omega_0}. \quad (25)$$

Фазовые координаты в возмущенном движении представляем с помощью отклонений ( $\bar{\beta} = \beta$ ):

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \dot{\alpha}^* + \Delta\dot{\alpha}, \quad \alpha = \dot{\alpha}^* t + \Delta\alpha; \\ \dot{\gamma} = \omega_0 + \dot{\eta}, \quad \gamma = \gamma^* + \eta; \\ i = i^{(0)} + \Delta i; \quad i_1 + i_1^{(0)} + \Delta i_1. \end{cases} \quad (26)$$

Нелинейные уравнения возмущенного движения ротора, полученные с учетом выражений (26) и равенств, определяющих невозмущенное движение, записываются в виде:

$$E\Delta\ddot{\alpha} + C(\dot{\beta}(\omega_0 + \dot{\eta}) - \dot{\eta}\beta) + D_{y1}\Delta\dot{\alpha} - B\omega\sigma\Delta l\beta\sin(\gamma^* + \eta) - \frac{S}{2}\beta(\sin(2\gamma^* + \Delta\varphi) - \sin\Delta\varphi + \eta(\cos\Delta\varphi + \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi))) + M_k = -D_{y1}\dot{\alpha}^*; \quad (27)$$

$$E\ddot{\beta} - C(\dot{\alpha}^*\dot{\eta} + \Delta\dot{\alpha}(\omega_0 + \dot{\eta})) + D_{y2}\dot{\beta} + B\omega\sigma\Delta l\beta\cos(\gamma^* + \eta) + \frac{S}{2}\beta(\cos(2\gamma^* + \Delta\varphi) + \cos\Delta\varphi + \eta(\sin\Delta\varphi - \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi))) = 0; \quad (28)$$

$$C\ddot{\eta} + D_{y3}(\dot{\eta} + (\dot{\alpha}^* + \Delta\dot{\alpha})\beta) + B\omega\sigma\Delta l\sin(\gamma^* + \eta) + \frac{S}{2}\eta(\cos\Delta\varphi + \cos(2\gamma^* + \Delta\varphi)) = -\frac{S}{2}\sin(2\gamma^* + \Delta\varphi); \quad (29)$$

$$\frac{d\Delta i}{dt} + v\Delta i - K^*(\dot{\beta}\sin\beta\cos(\gamma^* + \eta) + (\omega_0 + \dot{\eta})\sin(\gamma^* + \eta) - \omega_0\sin\gamma^*) = 0. \quad (30)$$



От нелинейных уравнений возмущенного движения переходим к уравнениям возмущенного движения по первому приближению:

$$\Delta\ddot{\alpha} + \bar{C}\ddot{\beta} + \bar{d}'_{y1}\Delta\dot{\alpha} - \frac{d'_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\beta(\sin(2\tau + \Delta\varphi) - \sin\Delta\varphi) + \bar{k}\beta = -\bar{d}'_{y1}\frac{\dot{\alpha}^*}{\omega_0}; \quad (31)$$

$$\ddot{\beta} - \bar{C}\Delta\dot{\alpha} + \bar{d}'_{y2}\dot{\beta} + \frac{d'_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\beta(\cos(2\tau + \Delta\varphi) + \cos\Delta\varphi) = 0; \quad (32)$$

$$\ddot{\eta} + d_{y3}\dot{\eta} + \frac{d_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\eta(\cos\Delta\varphi + \cos(2\tau + \Delta\varphi)) + b\Delta i \sin\tau = -\frac{d_{y3}}{\sin\Delta\varphi}\sin(2\tau + \Delta\varphi); \quad (33)$$

$$\frac{d\Delta i}{dt} + \frac{\nu}{\omega_0}\Delta i - K^*(\eta \cos\tau + \dot{\eta} \sin\tau) = 0, \quad (34)$$

где  $\bar{C} = C/E$ ,  $\bar{d}'_{y1} = D_{y1}/E\omega_0$ ,  $\bar{d}'_{y2} = D_{y2}/E\omega_0$ ,  $d_{y3} = D_{y3}/C\omega_0$ ,  $d'_{y3} = D_{y3}/E\omega_0$ ,  $\bar{k}_1 = \bar{d}'_{y1}/\bar{d}'_{y3}$ ,  $\bar{k} = K/E\omega_0^2$ .

Система (31)–(34) имеет периодические коэффициенты; при условии симметрии подвеса ее безразмерными параметрами являются:  $\bar{C}$ ,  $k_1$ ,  $\bar{k}$ ,  $d_{y3}$ ,  $\Delta\varphi$ .

Соответствующая уравнениям (31), (32) осредненная система записывается:

$$\begin{cases} \Delta\ddot{\alpha} + \bar{C}\ddot{\beta} + \bar{d}'_{y1}\Delta\dot{\alpha} + d'_{y3}\beta + \bar{k}\beta = -\bar{d}'_{y1}\frac{\dot{\alpha}^*}{\omega_0}; \\ \ddot{\beta} - \bar{C}\Delta\dot{\alpha} + \bar{d}'_{y2}\dot{\beta} + d'_{y3}\beta \operatorname{ctg}\Delta\varphi = 0. \end{cases} \quad (35)$$

Устойчивость и колебания линейной параметрически возмущенной системы (31)–(34) и нелинейной системы (27)–(30) исследуются при значениях безразмерных параметров, соответствующих области устойчивости осредненной системы (35).

Рассматриваются три динамические модели: некорректируемый ГИЛУ ( $M_k = 0$ ), ГИЛУ с пропорциональной коррекцией ( $M_k = K\beta$ ), ГИЛУ с релейной коррекцией ( $M_k = K \operatorname{sign}\beta$ ).

Приводятся результаты численного моделирования, полученные с использованием программы MathCAD при следующих значениях физических параметров реальной системы: радиус ротора  $R = 2,5$  мм, частота тока в обмотках  $f = 2500$  Гц, плотность распределения массы ротора  $\rho = 8,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости жидкости гидropодвеса  $\mu = 0,6 \cdot 10^{-3}$  кг·с/м, разность радиусов поверхности чаши подвеса и ротора  $\varepsilon = 10$  мкм. При-

водятся графики процессов  $\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$  и значения модулей мультипликаторов  $p_i$  для случаев  $M_k = 0$  (рис. 4),  $M_k = K\beta$  (рис. 5),  $M_k = K \operatorname{sign}\beta$  (рис. 6).

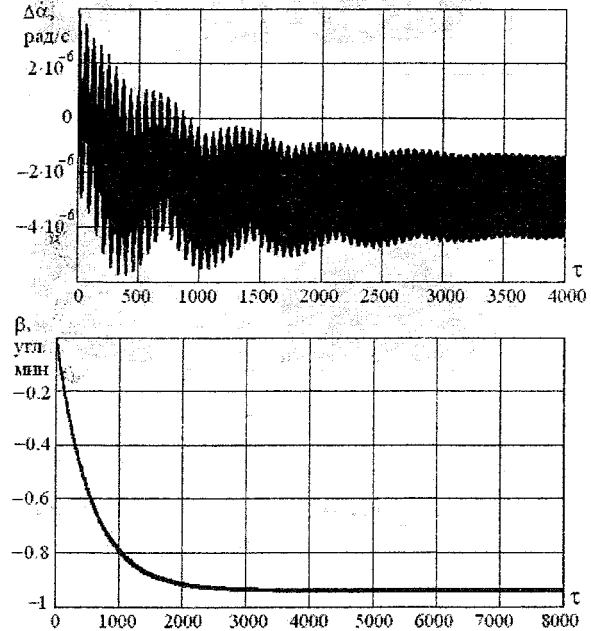


Рис. 4. Процессы  $\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ , при  $\bar{C} = 1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 1$ ,  $p_3 = 0,997$ ,  $p_4 = 1$

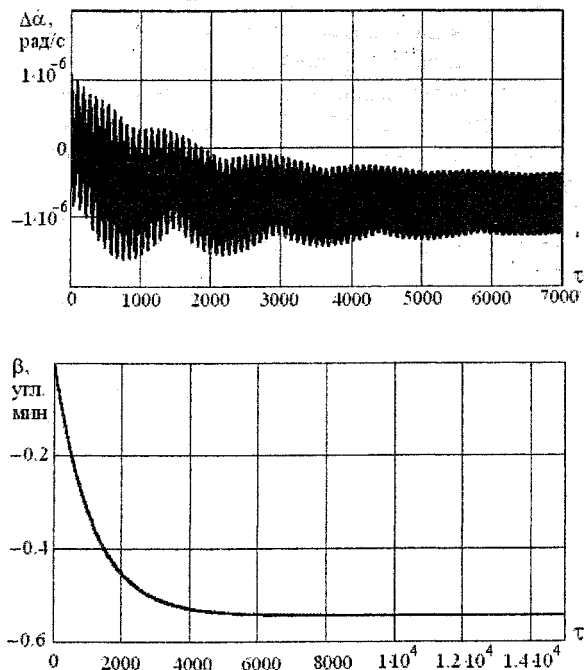


Рис. 5. Процессы  $\Delta\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ , при  $\bar{C} = 1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 1$ ,  $p_3 = 0,997$ ,  $p_4 = 1$

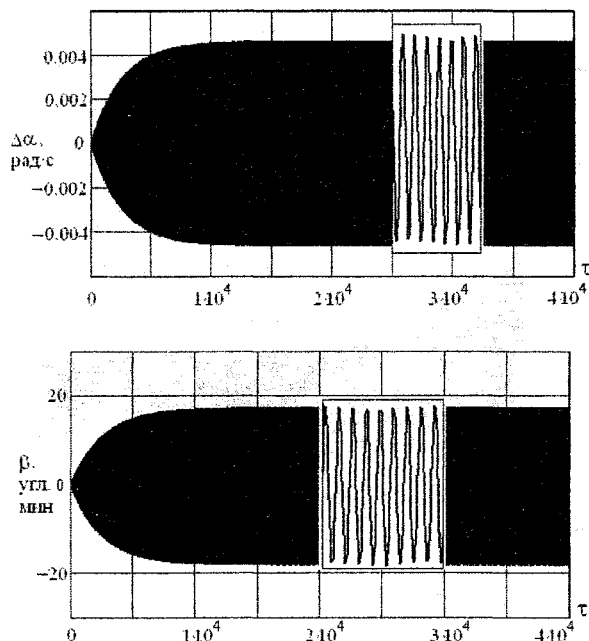


Рис. 6. Процессы  $\Delta\dot{\alpha}(\tau)$ ,  $\beta(\tau)$ , при  $\bar{C} = 0,9$ ,  $k_1 = 0,9$ ,  $\Delta\varphi = 10^\circ$  и значениях модулей мультипликаторов  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 1$ ,  $p_3 = 0,997$ ,  $p_4 = 1$

### Выводы

1. Устойчивость стационарного синхронного вращения ротора в условиях однофазного электропривода достигается применением системы управления током рабочей обмотки двигателя, в состав которой входит преобразователь тока синхронизирующей обмотки в виде апериодического звена.

2. Доказана возможность создания ГИЛУ на базе гироскопа со сферическим ротором в гидроподвесе, представляющего собой однокомпонентный измеритель линейной скорости объекта вдоль оси чувствительности прибора. При управлении током рабочей обмотки двигателя существует устойчивое прецессионное движение ротора со скоростью, пропорциональной измеряемому ускорению объекта.

3. Для получения информации о скорости объекта требуется совместное использование ротора со смещенным центром масс и программируемого вычислителя, в состав которого входит цифровой сигнальный процессор.

4. Особенностью рассматриваемого прибора является обусловленный электромагнитным взаимодействием намагниченного ротора и обмоток статора позиционный момент  $d_{y3}\beta$ , с помощью которого в условиях малых внешних возмущающих моментов поддерживается малый угол  $\beta$  (рис. 4). В этом случае возмущенное движение по координате  $\beta$  устанавливается в виде высокочастотных колебаний с малой амплитудой и частотой, равной частоте собственного вращения ротора. При работе ГИЛУ в более жестких условиях эффективным является применение релейной коррекции (рис. 6). Недостатком в этом случае является большая амплитуда установившихся колебаний ( $\approx 20'$ ), зависящая от величины кинетического момента гироскопа, а также от величины коэффициента усиления цепи коррекции  $\bar{k}$ .

### Литература

1. Левина Г.А., Слепова С.В., Чащин М.Ю. К проблеме создания миниатюрного шарового гироскопа в гидродинамическом подвесе: результаты математического моделирования // Труды Международного Форума по проблемам науки, техники и образования. Под ред. В.П. Савиных, В.В. Вишневого – М.: Академия наук о Земле. – 2001. – Том 2. – С. 119–123.

2. Левина Г.А., Логвинова А.А. Устойчивость стационарного вращения намагниченного шарового ротора с однофазным электроприводом // Информационные измерительные управляющие и радиоэлектронные устройства: Тематический сборник научных трудов приборостроительного факультета. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – С. 56–63.

## К ИСТОРИИ СОЗДАНИЯ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ГИРОКОМПАСА

Ю.А. Лесковец, Д.П. Лукьянов

*Плох тот народ, который не помнит,  
не ценит и не любит своей истории! [1]*

В.М. Васнецов

Гироскоп (ГК) является одним из основных навигационных приборов современных подвижных объектов и обеспечивает безопасность маневрирования и наиболее экономичное выполнение поставленных целей, помогая определить направление на географический север [2, 3, 4].

В отличие от магнитного компаса, ГК невосприимчив к возмущениям магнитного поля, вызываемым залежами железной руды, стальными конструкциями или электрическими токами. Это свойство сделало ГК основным навигационным прибором для кораблей и подводных лодок. Сейчас он нашел широкое применение в качестве указателя направления в системах управления артиллерийским огнем и торпедами на военных кораблях [5].

На стыке XIX и XX столетий резко увеличился удельный вес железных конструкций на кораблях и мощность применяемых электротехнических установок. В результате нестационарности магнитных полей, обусловленной изменением режима работы электротехнических установок, показания магнитных компасов стали крайне ненадежными. Появилась острая необходимость в создании ГК, которая, естественно, привела к концентрации сил и форсированию разработок в этой области [6].

Направляющий момент ГК обуславливается горизонтальной проекцией вектора угловой скорости вращения Земли. Эта проекция направлена вдоль меридиана на север, и имеет наибольшее значение на экваторе, но исчезает на полюсах. Величина направляющего момента пропорциональна моменту инерции и собственной скорости вращения гироскопа [27]. Для получения приемлемой статической точности прибора необходимо было достичь высоких скоростей вращения гироскопа и свести к минимуму влияние моментов от посторонних сил, возникающих от неточной балансировки чувствительного элемента прибора, наличия трения в подвесе и других причин [7].

Разработка ГК инициировала процесс создания первых высокоточных гироскопов, а навигацию с применением гироскопа можно рассматривать как прообраз инерциальной навигации [5, 40].

### От идеи до практических реализаций

Идея использования гироскопа для обнаружения факта вращения Земли высказывалась в середине XIX века независимо несколькими авторами, однако только прибор, построенный Л. Фуко (Leon

Foucault), позволил произвести качественную проверку. В 1852 г. в своем докладе французской академии наук им впервые высказана мысль о возможности использования гироскопа для получения указателя направления географического севера [8]. Позднее опыты Фуко повторялись в различных вариантах.

В 1860 г. Г. Сиром (Georges Sire) в Англии был построен лабораторный прибор, на котором можно было видеть, как гироскоп с ограниченной степенью свободы вращения относительно его горизонтальной оси превращается в ГК [8]. Он и в настоящее время применяется для учебных целей.

Проблемы создания ГК многим были небезразличны.

В 1865 г. Труве ввел маятник, применив гироскоп с ограниченной третьей степенью свободы (рис. 1). Таким образом, была осуществлена именно такая конструкция, на которой принципиально и основан мореходный компас. Но этот прибор не мог быть «мореходным», так как период колебаний ГК получился очень малым [9].

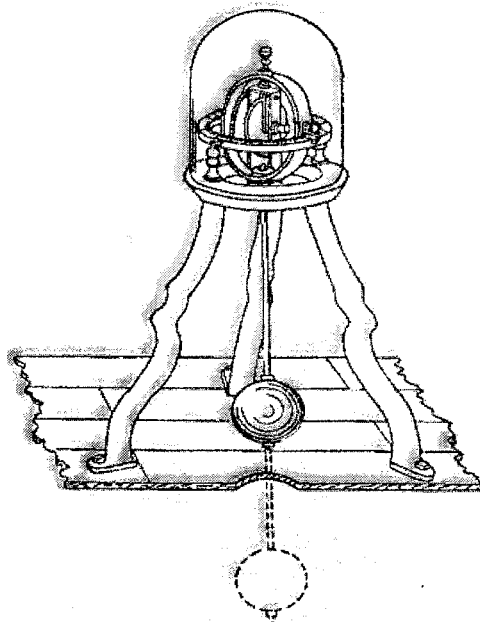


Рис. 1. Гироскоп Труве

В 1878 г. американский физик Гопкинс использовал гироскоп, приводимый во вращение электричеством. Он опубликовал описание прибора, в котором гироскоп имел две степени свободы и питался электрическим током (рис. 2).

В 1884 г. В. Томсон (W. Thomson) дал описание своего ГК. Он впервые внес предложение для уменьшения трений подвешивать гироскопическую систему в жидкости и сообщать системе достаточный маятниковый эффект [8]. О дальнейших опытах Томсона, которые проводились им совместно с английским адмиралтейством, известно очень мало [8].

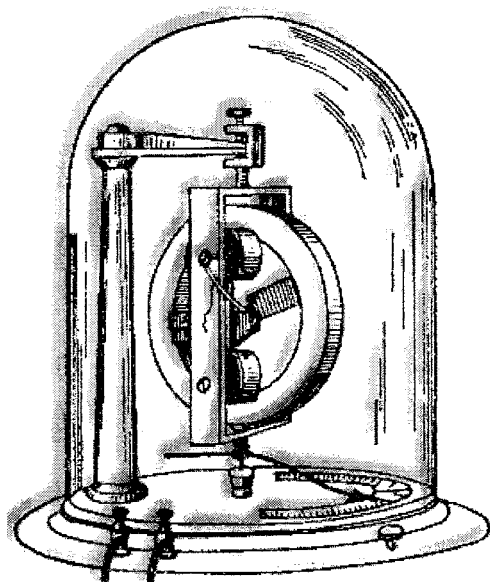


Рис. 2. Гироскоп Гопкинсона

Одновременно с Томсоном Е. Дюбуа (E. Du Bois) реализовал ГК, испытывавшийся французским флотом (рис. 3). Погрешность показаний компаса не превысила  $\pm 5^\circ$  [4]. Основные черты устройства его ГК были теми же, что и у Труве. Это прибор был установлен на французском фрегате, совершавшем переход в Вест-Индию, но не оправдал себя [9].

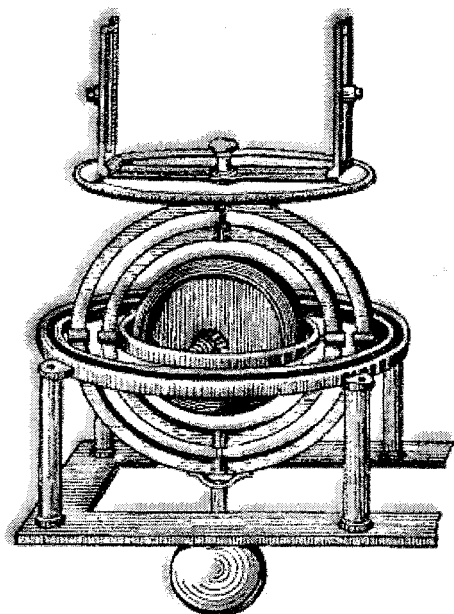


Рис. 3. Гироскоп Дюбуа

В 1888 г. по проекту голландца М.Г. Ван-ден-Боса фирмой «Сименс и Гальске» построен оригинальный ГК (рис. 4). На котором подтвердили предсказанное Фуко стремление оси гироскопа устанавливаться с севера на юг [8].

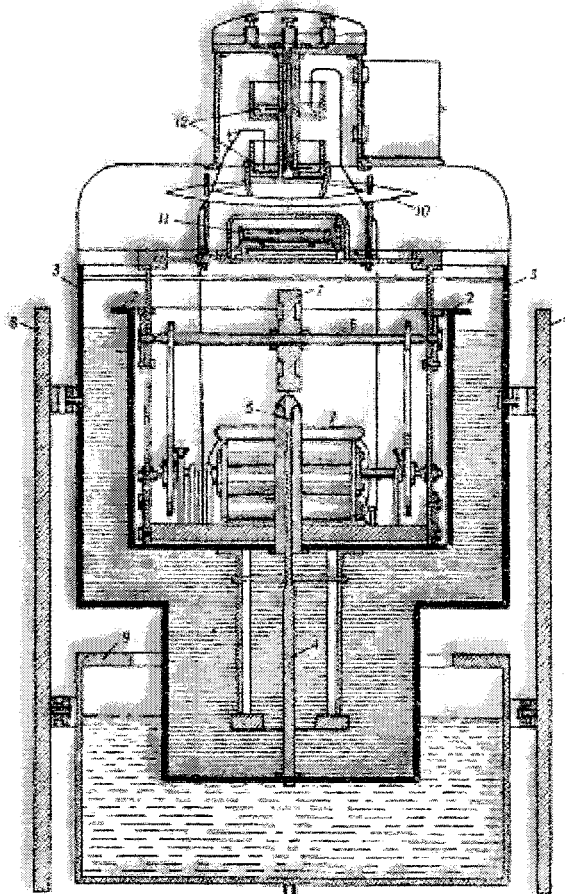


Рис. 4. Гироскоп Ван-ден-Боса

Работы Томсона, Дюбуа и Ван-ден-Боса выявили, что техника того времени еще не могла создать гироскоп, который имел бы надлежащие высоко-технологическое исполнение. Вместе с этим следует отметить, что в то время еще не были ясны динамические свойства ГК и то влияние, которое оказывает на прибор движение корабля. Ходовые испытания, произведенные с этими компасами во Франции и Англии, показали их полную несостоятельность [9].

Позже по проекту Бругера фирмой «Гартман» был построен первый образец специального авиационного ГК. Бругер с одной стороны, впервые попытался учесть тяжелые условия, а с другой массогабаритные показатели.

Прибор представлял собой компас с «положительным» маятниковым эффектом (рис. 5). Уменьшение размеров достигалось подвесом чувствительного элемента на агатовых подшипниках, причем, существенной чертой устройства этого подвеса являлась *дрожащая следящая система*, применение которой должно было уменьшить трение относительно вертикальной оси. Для демпфи-

рования эллиптических колебаний имелось специальное приспособление. Осенью 1912 г. компас Бругера прошел испытания на одном из судов германского флота. На маневрировании погрешность показаний составила приблизительно  $\pm 3^\circ$  [9]. Об испытаниях на воздушных кораблях и массогабаритных характеристиках ГК данных не имеется.

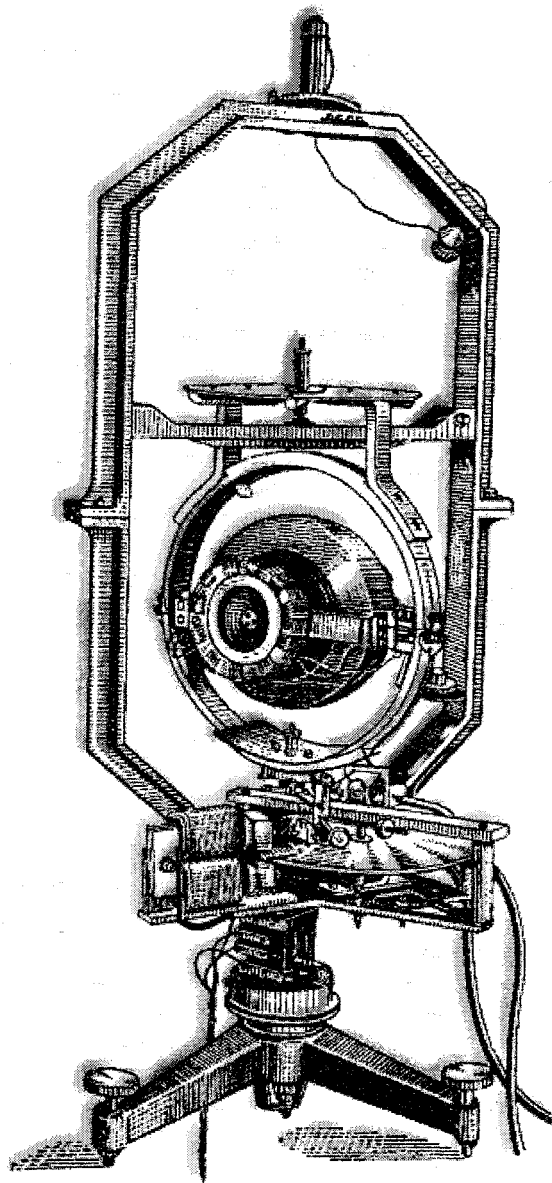


Рис. 5. Гирокомпас Бругера

#### Теория приходит на помощь практике

История создания ГК тесно связана с фамилией Мартинсена (Oscar Martienssen) [8]. Конечно, делу создания ГК содействовали своими теоретическими исследованиями такие ученые, как Жильбер, Фопшль, Клейн, Зоммерфельд, но труды Мартинсена были первыми одновременно как в теории мореходного ГК, так и в области соответствующих конструирований и экспериментов [9].

Главнейшей и наиболее интересной явилась работа Мартинсена «Применимость механического

компаса взамен компаса магнитного», о которой сам Мартинсен в 1923 г. говорил [8]: «В 1904–1906 гг. я вновь провел те опыты, которые проводились ранее В. Сименсом. При этом я дал точную теорию ГК и проверил ее на опытовом приборе...».

Мартинсен выполнил по поручению фирмы «Сименс и Гальске» ряд важнейших работ и дал объяснение несостоятельности ГК Ван-ден-Боса, которая была связана с недостаточной величиной направляющего момента. Им была обоснована, необходимость больших периодов колебаний ГК [24].

ГК, построенный Мартинсеном для его лабораторных опытов, изображен на рис. 6.

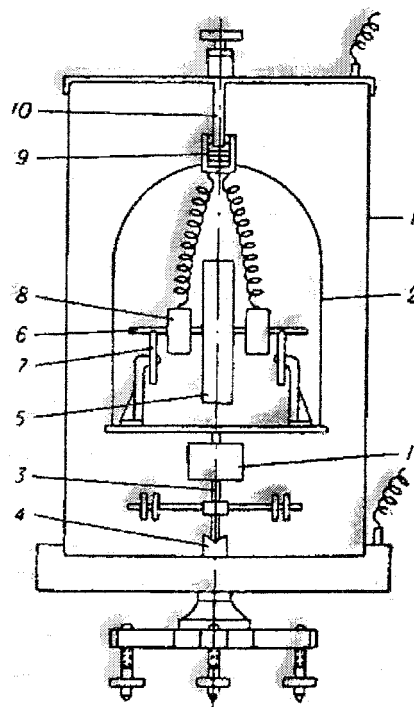


Рис. 6. Гирокомпас Мартинсена

На треноге установлен сосуд 1, наполненный керосином. В сосуде плавает компасная картушка 2 так, что она своей шпилькой 3 опирается на упорный каменный подшипник 4 с давлением всего лишь в несколько граммов. Компасная картушка 2 состоит из герметически закрытого стеклянного сосуда с металлическим дном. Внутри него установлен ротор 5, ось которого покоится на фрикционных колесиках 7. Ротор с его валом поддерживаются в быстром вращении двумя электромоторами 8. Питание подведено, с одной стороны, через нижний подпятник и днище картушки, а с другой, – через сосудик 9, наполненный ртутью, в который сверху входит от крышки сосуда 1 неподвижный металлический стержень 10. Ртутный стаканчик 9 достаточно велик, чтобы стержень 10 не мог мешать небольшим боковым движениям картушки. В нижней части картушки имеется свинцовый груз 11. Благодаря этому картушка с большой устойчивостью сохраняет вертикальное положение; с другой стороны, когда ротор 5 не вращается,

картушка может очень легко поворачиваться вокруг вертикальной оси.

В 1909 г. Аншютц, о котором пойдет речь далее, говорил [8]: *«Как указал проф. Мартинсен, гирокомпас с коротким периодом колебаний является неприемлемым для управления, ибо он вследствие низкого расположенного у него центра тяжести может приходить под влиянием движения судна в столь сильные колебания, что по нему становится невозможным править...»* И далее: *«Исследования Жильбера, Фоппла, Мартинсена и др. дали опытовое доказательство правильности теоретически полученного числового значения направляющего момента гирокомпаса».*

### Два направления развития

В 1900 г. в Германии Германом Аншютцем-Кемпфе (Hermann Anschütz-Kaempfe) (рис. 7) физиологом по специальности, был выдвинут оригинальный проект – пройти к Северному полюсу на подводной лодке в поисках нового маршрута к Америке [11] (как известно, осуществление этого проекта было реализовано спустя лишь 30 лет в 1931–1932 гг. подводной лодкой Вилькинса «Наутилус» [8]).

При этом в числе других, возник вопрос – об указателе направления, ибо при подобном рейсе требовалась точная ориентировка. Полагаться здесь, особенно на подводной лодке на магнитный компас было невозможно. Неопределенность в указаниях направления, даваемых этим компасом, малое значение его направляющего момента в высоких широтах и, наконец, частые и мощные магнитные бури и аномалии делали этот прибор как средство кораблевождения мало состоятельным. В связи с этим автор проекта Аншютц указал [8]:

*«Эти соображения подали мне повод обратиться к конструированию такого прибора, который был бы совершенно свободен от влияния на него магнитных моментов и позволял бы в течение определенного промежутка времени вести корабль в желаемом направлении. Этот прибор основывается на законе сохранения осью вращающегося гироскопа ее направления; он был достаточно исследован рядом физиков и, главным образом, Фуко».*

Свои работы в данном направлении Аншютц начал в 1900 г. и именно с попытки постройки возможно более точных свободных гироскопов. Эти опыты выявили, что достичь совпадения центра тяжести с точкой пересечения трех осей одновременно возможных вращений гироскопа не только очень трудно, но даже невозможно, несмотря на вводимые осложнения конструкции. Ось гироскопа устанавливали горизонтально, причем оказалось, что иногда она сохраняла свое направление неизменным не относительно инерциального пространства, а относительно Земли, именно тогда, когда система гироскопа приобретала незначительный маятниковый эффект.

Это обстоятельство навело Аншютца на мысль предложить совершенно новый для того времени прибор, названный им *гироазимутом* (*Azimuthkreisel*), в котором автоматически учитывалось бы влияние вертикальной составляющей угловой скорости суточного вращения Земли [9].

В марте 1904 г. состоялись ходовые испытания азимутального гироскопа Аншютца. Результаты получились весьма хорошие: за восемь часов работы при наличии изменения курсов общая погрешность показаний гироскопа не превысила 1° [8].

Прибор состоял из гироскопа, которому незначительным понижением его центра тяжести был придан очень небольшой маятниковый эффект относительно горизонтальной оси. Поэтому он, в сущности, представлял собой ГК, обладающий очень большим периодом колебаний (в средних широтах – порядка 6 ч). Вследствие этого величины баллистических перемещений у прибора



Рис. 7. Герман Аншютц-Кемпфе

при переменах кораблем курсов получались (особенно в высоких широтах, где период колебаний должен был становиться очень большим) достаточно мал. Поэтому прибор и должен был явиться удобным для плавания в таких широтах, где ГК Томсона и Ван-ден-Боса (основанный на действии направляющего момента и самоустанавливающийся в меридиане) должен был ввиду малого значения направляющего момента давать ошибочные показания.

Таким образом, в 1904 г. в гирокомпасном деле создалось два течения. Ван-ден-Бос (как и ранее В. Томсон и Дюбуа) стремился получить компас, который сам устанавливался бы в меридиане. Стараясь использовать направляющий момент, Ван-ден-Бос пытался, насколько возможно, уничтожить трения в подвесе чувствительного элемента, но для того чтобы компас скорее установился в меридиане (т.е. имел бы достаточно малый период колебаний) он придавал гироскопу слушком большую величину маятникового эффекта.

Представителями другого течения явились Аншютц и фирма «Гартман и Браун», которые создавали гироскоп направления, не обладающий направляющей силой. Для уничтожения последней применялось сравнительно большое трение в вертикальной оси прибора, а уменьшением маятникового эффекта старались увеличить динамический момент инерции гироскопа, чтобы получить его лучшую устойчивость в азимуте.

Для того чтобы привести прибор в меридиан (магнитный), через специальные обмотки электромагнитов пропускали ток. По приходе прибора в меридиан ток выключали, но одновременно включали питание ротора. Идея эта была, конечно,

мало удачной: введение подобного устройства стремились превратить гироскоп направления в компас, которым по существу он не является. Обстоятельство это, а также нерациональность базирования на трениях привели к тому, что от работ с азимутальным гироскопом Аншютцу пришлось отказаться.

Однако в 1905–1906 гг. Аншютцем был предложен еще один вариант устройства гироскопа направления [9].

Необходимость дальнейших усложнений конструкции азимутальных гироскопов привела Аншютца к заключению о рациональности перехода к ГК, медленно колеблющемуся около меридиана. Отсюда выявилось два обстоятельства: во-первых, следовало идти тем же путем, каким шли В. Томсон, Дюбуа и Ван-ден-Бос; во-вторых, необходимо было примириться с тем, что в мореходном образце ГК период его колебаний около меридиана должен быть очень большим, иначе, как указал Мартинсен, компас на маневрировании корабля получит недопустимые по величине девиации [8].

#### **Теорема Шулера**

Теоретическим базисом для конструирования ГК, кроме работы Мартинсена и его предшественников, явилась теория мореходного ГК, разработанная Максом Шулером (Max Schuler), сотрудником фирмы «Аншютц». В своей работе он произвел сравнение ГК с компасом магнитным, которое позволило установить, что первый эффективнее второго [8].

В 1910 г. Шулер дал свою известную теорему – условие аperiodических переходов ГК к новым положениям равновесия, обуславливаемых новыми значениями скорости и курса [9]:

*«Под любой широтой, под которой баллистические отклонения аperiodичны, действительный период незатухающих прецессионных колебаний должен быть равен периоду колебания простого маятника, длина которого равна земному радиусу  $R$  – приблизительно 85 минутам».*

Вывод этой теоремы явился кардинальным моментом в области теории и практики ГК.

#### **Аншютц и Сперри – борьба за технологии**

Первый практический образец одногироскопного компаса был закончен Аншютцем к концу 1908 г. На рис. 8 показан прибор, вынутый из нактоуза (подставки, на верхнем основании которой устанавливается судовой компас [12]).

*«На практике, писал в 1909 г. Аншютц, – речь идет о том, чтобы с одной стороны, в компасе баллистические перемещения не были слишком велики, а с другой – чтобы период не был слишком большим, иначе компас после его пуска будет медленно устанавливаться в меридиане. Таким образом, период в 70 минут признан наиболее удобным эмпирически, раньше, чем это было доказано теоретически... С 26 марта по 25 января 1909 г. на*

*линкоре «Deutschland» прибор работал непрерывно... За это время под влиянием ускорений максимальная ошибка один раз достигла  $3^\circ$ » [8].*

Компанией Аншютц было установлено иностранное сотрудничество с Э.А. Сперри (Elmer Ambrose Sperry) для повышения уровня продаж ГК в США. Позже, во время посещения г. Кили Сперри [31] отклонил совместную работу с фирмой «Аншютц» [11].



**Рис. 8. Одногироскопный компас Аншютца**

В 1914 году первый ГК Сперри (рис. 9) был поставлен на вооружение на флоте США. Это, конечно, не осталось незамеченным, так как конструкция во многих деталях напоминала патенты фирмы «Аншютц». Был подан иск в Берлинский Королевский Окружной суд. Но материалы технологии производства ГК оказались слишком сложны для непрофессионалов. Суд выбрал эксперта – главу Императорского Вильгельмского Института А. Эйнштейна (Albert Einstein the head of the Kaiser-Wilhelm-Institut for physico-chemistry) (рис. 10) [11].

Г. Аншютц и А. Эйнштейн встретились впервые в 1915 г., в зале суда. За плату в 1000 марок Эйнштейна попросили составить экспертное мнение. Он показал, что компания Сперри объединила идеи патента фирмы «Аншютц». Далее последовал запрет Сперри производить похожие ГК. На фирму был наложен штраф в 300 000 марок. Возмещение убытков было растянато до конца первой Мировой войны (до 1918 года). Впоследствии эта сумма была съедена инфляцией национальной валюты [11].

Но больше возмещение убытков не могло требоваться от любой другой фирмы, основанной в США или других странах. И все немецкие патенты стали общедоступными.

Проблемы гироскопии заинтересовали Эйнштейна, и он был частым гостем в Киле (рис. 11),



где давал ценные практические советы. В переписке между Эйнштейном и Аншютцем можно найти множество деталей, которые обсуждались на пути к «идеальной конструкции», так, например, была решена проблема центрирования сферы [8].



Рис. 9. Элмер Амброуз Сперри

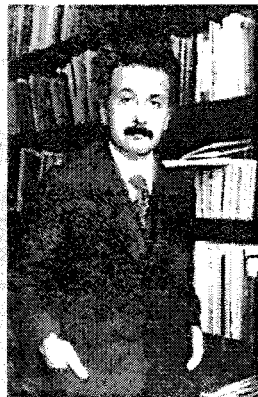


Рис. 10. Альберт Эйнштейн

К 1926 г. после многолетних упорных трудов фирмой «Аншютц» был разработан и запущен в серийное производство весьма сложный и совершенный гироскопический прибор – прецизионный артиллерийско-навигационный ГК «Новый Аншютц», за которым на практике закрепилось название ГК «Эйнштейна–Аншютца». Это был поистине замечательный прибор, значительно превосходивший по точности, надежности, устойчивости при качке и сроку службы все другие модели ГК. Конструкция его была высоко оценена специалистами, и он имел коммерческий успех [33].



Рис. 11. А. Эйнштейн (справа) и Г. Аншютц

Но каков был конкретный вклад Эйнштейна в эту работу? К сожалению, об этом мало что известно. Нам встретилось лишь одно прямое указание, исходящее от К. Магнуса, ученика М. Шулера (занимающего в период 1908–1922 гг. руководящие посты в фирме «Аншютц»): «Центрирование шара, по совету А. Эйнштейна, с которым Ан-

шютц был дружен, осуществлялось магнитным способом с помощью катушки, расположенной внутри гиросферы» [33].

Создание этого ГК – выдающее достижение прецизионной техники (рис. 12).

В тяжелые для Германии 20-е годы с их безудержной инфляцией и нестабильностью Эйнштейн был заинтересован в работах по гироскопическим приборам еще и просто из материальных соображений. Однако, не вызывает сомнения, что он получал удовольствие от этой деятельности. Идей, причем самых оригинальных, у него всегда было предостаточно, а возможностей для их реализации фирма Аншютц была рада предоставить не задумываясь. Пламенный энтузиаст Аншютц располагал достаточными денежными средствами, прекрасным оборудованием и высококвалифицированными инженерами, чтобы попытаться осуществить совершенно неожиданные и нешаблонные конструктивные решения [33].

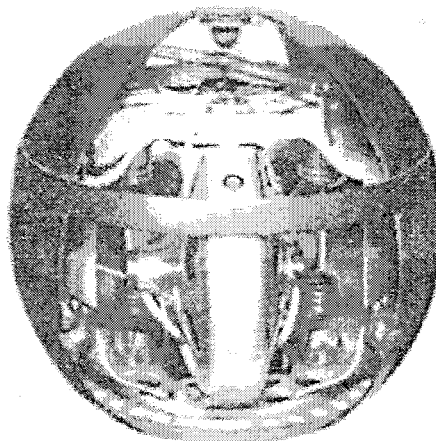


Рис. 12. Гироскоп Эйнштейна–Аншютца

Фирма «Аншютц» приносила ее основателю значительный доход, который он использовал для создания многочисленных фондов, призванных оказывать содействие ученым и деятелям искусства. На его средства организовывались выставки, лекции, поездки ученых. В трудные инфляционные времена Германии начала 20-х годов средствами фонда Аншютца пользовался и Эйнштейн [33].

Тем временем первые ГК Сперри были усовершенствованы сотрудниками Компасного департамента Британского адмиралтейства Гаррисоном (G.B. Harrison) и Ролингсом (A.L. Rawlings) – устранена постоянная составляющая момента силы инерции на качке корабля с применением жидкостного маятника в виде системы сообщающихся сосудов с ртутью [13, 24, 29]. Предложенная конструкция оказалась настолько эффективной, что в тех случаях, когда на качке показания компаса с маятником становились совершенно несостоятельными, ГК Сперри продолжал давать приемлемую точность [8].

Но появлялись задачи, которые диктовал рынок потребителей, об использовании ГК на воздушных кораблях, применении ГК в горных рабо-



тах, в качестве измерителя наклонов буровых скважин (инклинометра) и при интеграции ГК в систему автопилота. По этой причине основные изготовители ГК – фирмы «Аншютц» и «Сперри» не знали ни сна, ни отдыха, постоянно расширяя линейку выпускаемой продукции.

#### **Работы русских ученых и инженеров**

Начиная с середины XVIII и кончая первыми десятилетиями XX века русские ученые и инженеры внесли значительный вклад в дело разработки и практики гироскопических приборов и ГК в частности [8, 9].

Практическая разработка и внедрение ГК сопровождалась глубокими исследованиями. Основы теории гироскопов были заложены такими выдающимися учеными, как Л. Эйлер (член Российской Академии наук), О.И. Сомов (академик), Б.С. Якоби (профессор), С.В. Ковалевская (первая в мире женщина – профессор математики), Д.К. Бобылев (академик), Н.Е. Жуковский (профессор), П.А. Некрасов (академик), А.Я. Ляпунов (академик), Ар. Домогаров, А.Н. Крылов (рис. 13) (академик), М. Конокотин (лейтенант флота), последний из которых разработал и предложил в начале XX столетия конструкцию гироскопического прибора для указания направления на движущемся корабле. Как следует из отчета об этих испытаниях, конструкция прибора была еще недостаточно доработана, однако, в ряде случаев он показывал истинный курс с точностью до 1°. Из тех же материалов следует, что прибор Конокотина представлял собой свободный гироскоп, а не ГК в полном смысле этого слова. Однако предложение лейтенанта Конокотина не получило дальнейшего развития, так как к тому времени в России магнитный компас был доведен до высокой степени совершенства и ему отдали предпочтение перед новым, еще не испытанным прибором [8].

В нашей стране большое значение в становлении и развития теории гироскопических устройств имели работы Б.В. Булгакова, С.А. Изенбека, А.Ю. Ишлинского, В.Н. Кошлякова, А.Н. Крылова, Б.И. Кудревича, Е.Л. Николаи, Д.С. Пельпора, С.С. Ривкина, Я.Н. Ройтенберга, С.Ф. Фармаковского и др. [7, 8, 13, 14, 15, 24].

Первый ГК появился в России в 1909 г. Этот маятниковый ГК, разработанный фирмой «Сперри» (США), был куплен по инициативе академика А.Н. Крылова (в то время председателя научно-технического комитета Морского министерства) для строящегося крейсера «Рюрик» [38]. Несколько флотских специалистов были обучены обслуживанию и ремонту ГК (на флоте их называли «сперристами») [15].

Руководство этими работами по линии Гидрографического управления флота осуществлял Борис Иванович Кудревич, впоследствии инженер-контр-адмирал, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР.

В 1919–1923 гг. Б.И. Кудревич (рис. 14), понимая необходимость подготовки молодых специалистов, проводил большую педагогическую практику с группами командиров и электриков флота, и уделил большое внимание написанию учебного пособия «Теория и практика гироскопического компаса».



**Рис. 13. Алексей Николаевич Крылов**



**Рис. 14. Борис Иванович Кудревич**

Большой заслугой Бориса Ивановича было участие в создании отечественной гироскопической промышленности. Потребовалось не только новая производственная база, но и подготовка немалого числа инженеров и техников, необходимых для проектирования и изготовления этих сложнейших приборов, не говоря уже о проработке научно-технических вопросов в связи с новизной дела. Написанные ясным и доступным языком с отличным обоснованием физической сущности работы гироскопических приборов и устройств, труды Б.И. Кудревича не потеряли своего значения и в настоящее время. При этом Борис Иванович всегда оставался человеком чрезвычайно скромным, требовательным к себе и своим сотрудникам по работе, чутким и внимательным к их запросам и нуждам. Особенно заботливо он подходил к воспитанию и подготовки молодых специалистов, передавая им свои глубокие и разнообразные знания [8].

Работы Кудревича побудили командировать его в начале 1928 г. в Германию для ознакомления с работой гироскопической фирмой «Аншютц» [9].

Научно-техническая деятельность Бориса Ивановича в 1930–1932 гг. ознаменовалась созданием под его руководством на Заводе штурманских приборов в Ленинграде первого советского ГК [9]. Силами подготовленных Б.И. Кудревичем специалистов под его руководством, с использованием расчетов академика А.Н. Крылова в 1931 г. были изготовлены первые три опытных образца ГК, получившие шифр «ГУ Марка-1» (прототип ГК «Сперри МК VII»). Летом в 1932 г. компас прошел ходовые испытания на миноносце «Яков Свердлов». Тем самым трудная проблема создания отечественных ГК была успешно решена [8].

В то же время в нашей стране одновременно испытывались оригинальные ГК фирмы «Сперри» и «Аншютц». По результатам испытаний был сделан выбор в пользу ГК «Аншютц» [15].

В довоенные годы (1937–1940 гг.) слушателям артиллерийского факультета Военно-морской академии, будучи уже видным ученым и педагогом, Б.И. Кудревич читал небольшой курс по гироскопическим системам (рис. 15), в котором излагались сведения и по ГК [14]. А уже в 1938 году по предложению академика А.Н. Крылова, который более всего ценил в инженере способность к исследованию и прогнозу, который «должен не только уметь смотреть, но и видеть, должен не только слушать, но и слышать, не только нюхать, но и чувствовать» [36], были основаны специализированные кафедры гироскопических приборов в Ленинградском электротехническом институте [34], а позже в Ленинградском институте точной механики и оптики [30]. Они существуют и по ныне, выпустив несколько тысяч инженеров хорошо подготовленными специалистами для предприятий нашей родины [15, 39]. Кафедру «Гироскопические и электронавигационные приборы» идейно возглавил Б.И. Кудревич [17, 37].



Рис. 15. Профессор Б.И. Кудревич (первый слева) проводит занятие по устройству ГК со слушателями Штурманского класса. 1939 г.

Большую роль в ознакомлении с современными для того времени типами корабельных гироскопических приборов сыграла производственная учебная практика группы слушателей на заводе «Электроприбор», которой руководил замечательный инженер и преподаватель Н.Н. Остряков (рис. 16). Эта традиция получила развитие [43].

*«Если взять, например, ГК – одно из любимых детищ Николая Николаевича, то следовало найти такую математическую модель, которая правильно отражала бы сам компас. Отбросив второстепенное и оставив главное, он это главное воплотил в математике. В этом он видел задачу общения инженера с людьми теоретического плана: инженеру важно в теоретической механике, математике выделить главные параметры (а не писать много уравнений) и уже над ними выполнять математические операции. Учение о неизвестных параметрах в системе проходит через всю технику. В сущности, все наши неудачи происходят потому, что в наших сложных системах*

*существуют некоторые величины, некоторые параметры, иногда числовой природы, а иногда – и качественной, которые не всегда бывают известны с самого начала. Николай Николаевич всегда обращал на это внимание, говорил, что надо изучать и тщательно накапливать опыт в лабораториях, на испытаниях, чтобы эти параметры стали известными», – писал в своей статье академик А.Ю. Ишлинский о главной задаче Н.Н. Острякова [18].*

И далее: *«Так, например, в 1937 г. вдруг на заводе перестали выходить ГК. Момент был очень ответственный. Николай Николаевич сумел раскрыть причину: был один неизвестный параметр – люфт в вертикальном подшипнике кожуха гироскопа, который оказался слишком велик, а от этого люфта, оказывается, в очень большой степени зависит точность показаний ГК» [18].*

В последующие годы на заводе «Электроприбор» в Ленинграде под руководством главного конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова (впоследствии дважды лауреат Государственной премии СССР) взялись за разработку прецизионного двухроторного ГК «Курс» [39]. При его изготовлении возник ряд технических и производственных трудностей. Одна из сложных задач состояла в осуществлении динамической балансировки роторов. Теоретически эта задача блестяще была решена академиком А.Н. Крыловым, который вместе с профессором Б.И. Кудревичем проводил на заводе научно-технические консультации. В результате плодотворного сотрудничества ученых и специалистов завода, возглавляемыми Н.Н. Остряковым, были в 1937 г. созданы ГК «Курс-1» и «Курс-2», которые успешно прошли ходовые испытания и были приняты на вооружение [16]. Конструкция этого маятникового ГК оказалась весьма удачной, ГК этого типа («Курс-10», «Амур-3М», «Курс-4М») использовались на кораблях 50 лет [39] и продолжают выпускаться по настоящее время [4, 19, 20].

Дальнейшие работы велись по созданию принципиально нового стабилизированного артиллерийского ГК «Полус». Задача была решена, опытный образец прибора изготовлен и испытан на крейсере «Ворошилов» и лидере «Минск». Перед Великой Отечественной войной ГК прошел предварительные ходовые испытания, показавшие хорошие результаты [16].

В конце 30-х годов ряд ведущих инженеров завода «Электроприбор», в том числе Н.Н. Остряков с коллективом талантливых инженеров, были переведены в Москву, где создалось новое гироскопическое подразделение. В годы войны основная часть специалистов и оборудования завода «Электроприбор» была эвакуирована в Москву и Свердловск, дополнительно укрепив созданные там предприятия [15].

Опыт Великой Отечественной войны показал, что созданные в предвоенное время на заводе «Элек-

троприбор» и на других предприятиях Советского Союза гироскопические системы обеспечивали решение задач навигации боевых кораблей [21, 35].

В 1943 г. был создан и принят на вооружение малогабаритный ГК «Гиря» (рис. 17). Создатели этого прибора Н.И. Сигачев, Н.Н. Остряков, М.А. Гиф были удостоены Государственной премии СССР [16, 23].

В после военные годы появилась улучшенная модель ГК «Курс-2» с дистанционным вводом широты и скорости хода из поста штурмана и с ручным включением затухания при изменении скорости и на маневрировании. Для подводных лодок была создана модель ГК «Курс-3» с устройством ускоренного приведения в меридиан за 1 ч с точностью до 1°. На подводной лодке проекта 611 размещались два ГК «Курс-3» [19].

Все ГК типа «Курс» разрабатывались для фиксированной географической широты  $\pm 60^\circ$ , для которой период невозмущаемости маятника был равен 84,3 мин (период Шулера), что теоретически не допускало возникновения в ГК баллистических девиаций 1-го рода. При плавании в широтах удаленных от  $60^\circ$ , ошибки курса из-за баллистической девиации ГК стали неприемлемы для наведения ракетного оружия. Потребовались аperiодические ГК, лишенные этого недостатка [19].

В 1954 г. новый аperiодический ГК «Маяк» для ВМФ (главный конструктор Г.Д. Блюмин, МНИИ-1) успешно прошел ходовые испытания на Северном флоте. Модификации этого ГК и ныне работают в составе комплексных систем курсоуказания. Их показания могут обрабатываться совместно с курсовой информацией от гироазимуты, что существенно снижает погрешности выработки курса на маневрировании [19].

#### **Использование систем стабилизации: корректируемые ГК**

Дальнейшее бурное развитие морского флота, появление высокоскоростных судов нового типа – на подводных крыльях и воздушной подушке, резкое увеличение общего количества судов на морских путях обострили проблему безопасности мореплавания. Эту задачу не решить путем использования традиционных маятниковых ГК или их модернизации, которые не могут удовлетворить высоким требованиям, продиктованным условиями эксплуатации высокоскоростных судов и условиями плавания в высоких широтах.

Новые задачи, например, были успешно решены коллективом ЦНИИ «Дельфин», которые разработали и внедрили в серийное производство аппаратуру нового поколения – двухрежимные корректируемые ГК (КГК) с косвенным управлением [19, 22].

Принципиальным отличием КГК с косвенным управлением является то, что чувствительный элемент (ЧЭ) снабжен датчиками момента, которые управляют его движением, а вместо маятника

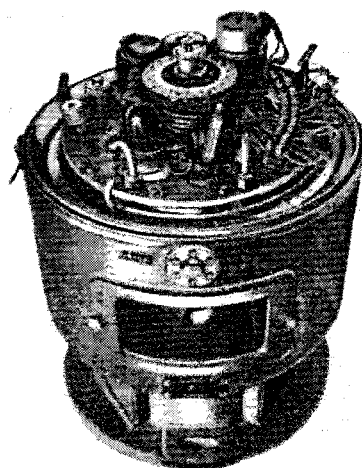
использован индикатор горизонта (акселерометр), который электрически связан с датчиками момента ЧЭ [22]. Такое устройство обеспечивает реализацию гибкой схемы управления ЧЭ, позволяющей сводить к минимуму погрешности ГК при качке и маневрировании и привести автоматически или вручную прибор в режим гироазимута [19].

Как показали дальнейшие исследования и натурные испытания, ГК этого типа приобретает принципиально новое качество – сохраняет устойчивость при работе при высоких скоростях движения объекта (порядка сотен узлов), даже превышающих так называемые «критические» скорости, присущие маятниковым ГК. Для КГК «потолка» скорости в высоких широтах не существует. Эффективность КГК для высокоскоростных судов неоднократно подтверждалось испытаниями на судах на подводных крыльях и воздушной подушке, а также на экранопланах [19].

Первые КГК для ВМФ «ГКУ-1», «ГКУ-2» (гл. конструктор Н.В. Герасимов) были разработаны и приняты в 1968 г. на вооружение большого количества скоростных малых кораблей ВМФ. Практически в те же сроки (1970 г.) были созданы КГК «Вега» (гл. конструктор М.В. Чичинадзе) для судов гражданского флота и КГК «Днепр-Н» (гл. конструктор В.Н. Новиков) для объектов войск ПВО.



**Рис. 16. Николай  
Николаевич Остряков**



**Рис. 17. Основной прибор  
гирокомпаса «Гиря-М»**

В дальнейшем развитие КГК шло по пути сокращения их массогабаритных характеристик, повышения уровня автоматизации и расширения широтно-скоростного диапазона. Были созданы и внедрены КГК «Пеленг», «Двина-М» (гл. конструктор Ю.А. Шахов) для буксируемых антенн гидроакустических станций, КГК «ГКУ-3», «ГКУ-4» для глубоководных аппаратов.

Начиная с середины 80-х гг. усилия коллектива разработчиков ЦНИИ «Дельфин» были направлены на создание малогабаритного ГК с электронным управлением «Яхта» (гл. конструктор Ю.А. Шахов). Несмотря на объективные трудности, эти разработки были успешно завершены.

ГК «Яхта» на середину 90-х гг. явился самым малогабаритным морским ГК в мире, превосходящим все зарубежные аналоги. Убедительным свидетельством этого служит тот факт, что если в 1909 г. Россия закупила первый ГК из США у фирмы «Сперри», то в 1995–1996 гг. Фирма «Сперри», мировой лидер в производстве ГК, закупила в России 59 ГК разработки ЦНИИ «Дельфин» (г. Москва) [19].

В статье в силу ограниченного объема не представляется возможным отметить все организации, которые связаны с историей и развитием ГК, но отдельно упомянем Пермскую научно-производственную компанию [25] и Завод Точной Механики (г. Екатеринбург) [26] выпускающие широкий спектр отечественных ГК.

Дальнейшее совершенствование ГК идет по линии использования индикаторных гиросtabilизаторов. Наиболее совершенные из них строятся на динамически настраиваемых гироскопах (ДНГ). В последние годы разрабатываются оптимальные с точки зрения эксплуатации ГК – бескарданные системы на волоконно-оптических и лазерных гироскопах [2, 3, 40], а также ГК, использующие сетевые спутниковые радионавигационные системы [11, 41, 42].

#### Заключение

В работе сделана попытка проследить эволюцию гирокомпыаса. Отмечается ряд характерных особенностей: с момента, когда впервые Фуко указал на возможность создания ГК, и до момента его создания потребовалось более 50 лет труда гениальных людей. Успехи работы были тесно связаны с общим прогрессом в области техники и развивались постепенно, на основе полного использования всего предшествующего опыта.

Вклад ученых и инженеров, связавших себя с преподавательской деятельностью, не оценим в истории создания, развития и совершенствования этого удивительного прибора, который объединил в себе свойства: гироскопа, маятника и факта вращения Земли.

#### Литература

1. Пикуль В. *Пером и шпагой. Роман-хроника. Том 15.* – М.: Новатор, 1996.
2. Курсы лекций внутренней локальной сети ЦНИИ «Электроприбор». – Сервер: <http://education.eleprib.ru/>
3. Лукомский Ю.А., Пешехонов В.Г., Скороходов Д.А. *Навигация и управление движением судов. Учебник.* – СПб.: Элмор, 2002. – 360 с.
4. Герасимов Н.В. *Современные тенденции гироскопической техники// Морское приборостроение.* – 1971. – № 6(113).
5. Ригли У., Холлистер У., Денхард У. *Теория, проектирование и испытание гироскопов.* – Пер. с англ. С.А. Харламова. – М.: Мир, 1972. – 416 с.
6. *Гироскопические системы, ч. II. Гироскопические приборы и системы / Под ред. Д.С. Пельпора. Учеб. пособие для вузов по специальности «Гироскопические приборы и устройства».* – М., Высшая школа, 1971. – 488 с.
7. Каргу Л.И. *Гироскопические приборы и системы.* – Л.: Судостроение, 1988. – 240 с.
8. Кудревич Б.И. *Теория гироскопических приборов, избранные труды Том 2.* – Л.: Судостроение, 1965. – 296 с.
9. Кудревич Б.И. *Избранные труды.* – Издание Управления начальника Гидрографической службы ВМФ, 1959. – 463 с.
10. Беген А. *Теория гироскопических компасов Аниютца и Сперри и общая теория систем с связями.* – М.: Наука, 1967. – 172 с.
11. Bernhardt Schell *100 Years of Anschütz Gyro Compasses – 100 Years of Innovations in Nautical Technology// Symposium Gyro Technology.* – 2005.
12. *Словарь иностранных слов.* – 16-е изд., испр. – М.: Рус. яз., 1988. – 624 с.
13. Одинцов А.А. *Теория и расчет гироскопических приборов.* – Киев: Вища школа, 1985.
14. Ривкин С.С. *О расчете погрешностей гироскопических и инерциальных систем при случайных воздействиях. Обзорный доклад// Доклады 2-й научно-технической конференции молодых ученых. СПб, ЦНИИ «Электроприбор», 2000.* – с.5–23.
15. Пешехонов В.Г. *Три века теории и техники морской навигации в Санкт-Петербурге //Гироскопия и навигация.* – 2003.– №2(41). – С. 3-17.
16. Ривкин С.С. *Развитие артиллерийской гироскопии на российском флоте// Гироскопия и навигация.* – 2003. – № 2(41). – С. 105–112.
17. *50 лет Ленинградского электротехнического института имени В.И. Ульянова (Ленина).* – Л.-М.: Государственное энергетическое издательство, 1948.
18. Ишлинский А.Ю. *Николай Николаевич Остряков// Морское приборостроение.* – 1971. – № 6(113).
19. *История Штурманской службы Флота России / гл. ред. Е.Г. Бабинов; редком.: С.В. Козлов, Г.И. Безбородов, Р.А. Зубков.* – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. – 599 с.
20. *Морская навигационная техника. Справочник. / под общ. ред. Е.Л. Смирнова.* – СПб.: Элмор, 2002. – 224 с.
21. Ривкин С.С. *К истории подготовки и чтения курса «Теория гироскопических и стабилизационных устройств корабельного вооружения»// Гироскопия и навигация.* – 2004. – № 2(45). – С. 114–126.

22. Бесекерский В.А., Фабрикант Е.А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации. – Л.: Судостроение, 1968, – 352 с.
23. Правила штурманской службы №17 (гироскопсы «Гиря-М» и «Гиря-МК»). Изд. 2-е, Управление гидрографической службы военно-морского флота. – 1964. – 140 с.
24. Булгаков Б.В. Прикладная теория гироскопов. Изд. 2-е. – М.: Гос. издательство теоретико-технической литературы, 1955. – 336 с.
25. Пермская Научно-производственная Компания, Продукция – Морская навигация. – Сервер: <http://www.ppk.perm.su/detail.asp?id=3&gID=18>.
26. Завод Точной Механики, Екатеринбург, Россия. – Сервер: <http://www.compass.ur.ru/gyros.htm>.
27. Александров Ю.С. Навигационные системы. Текст лекций. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электронприбор», 2002.
28. Сервер: [http://kartograff.h1.ru/begining/begining\\_gyrocompas.php](http://kartograff.h1.ru/begining/begining_gyrocompas.php).
29. Сервер: <http://fizprakt.org.ru/GIRO-KOMPASS/girokompass.html.htm>.
30. Сотрудниками ЛИТМО разработан первый в стране маркшейдерский ГК. – Сервер: <http://www.ifmo.ru/album/index.php?out=big&rid=4&pid=39>.
31. Биография – Элмер. А. Снеппи. – Сервер: <http://www.krugosvet.ru/articles/51/1005159/1005159a1.htm>.
32. Погрешности гирокомпасов. – Сервер: <http://ups.km.ru/metod/Deck/qu%20061.htm>.
33. Френкель В.Я., Явелов Б.Е. Эйнштейн: изобретения и эксперимент. Глава VII Калейдоскоп изобретений и экспериментов. – Сервер: <http://metodolog.ru/00259/00259.html>.
34. История кафедры ЛИНС. – Сервер: <http://www.eltech.ru/kafedrs/anum/history.htm>
35. Новый музей ЦНИИ «Электронприбор». – Сервер: <http://www.elektropribor.spb.ru/ru/rcsri.html>.
36. Крылов А.Н. Мои воспоминания. 8-е стереотипное изд. – Л.: Судостроение, 1984. – 480 с.
37. Личное дело Б.И. Кудревича, предоставленное музеем ЭТУ «ЛЭТИ».
38. Литилин В.Г. Алексей Николаевич Крылов. – М.: Молодая гвардия, 1983. – 223 с.
39. Пешехонов В.Г. «Электронприбор» и развитие отечественной гироскопии и морской навигации// Гироскопия и навигация. – 2005. – №49. – С.3–6.
40. Анучин О.Н., Емельянцева Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / под общей ред. академика РАН В.Г. Пешехонова. – СПб.: ГНЦ РФ – ЦНИИ «Электронприбор», 2003. – 390 с.
41. Резниченко В.И., Мониев А.А. Определение курса по сигналам спутниковых навигационных систем. – СПб.: 2004. – 88 с.
42. Спутниковые гирокомпасы. – Сервер: <http://www.starco.ru/sputnik.htm>.
43. Степанов О.А. Конференции и симпозиумы по проблемам навигации. Обзорный доклад. В сборнике докладов 2 научно-технической конференции молодых ученых. – СПб.: ЦНИИ «Электронприбор», 2000. – С. 263–269.

# ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ЦЕПЕЙ И ОЦЕНКА ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО ФАКТОРА В УПРАВЛЕНИИ

О.О. Павловская

В последние годы в научной литературе все большее внимание уделяется роли человеческого фактора в процессах управления. В работах Ю.М. Горского эта проблема решается системно и на математическом уровне. Поэтому методическая разработка его результатов представляет практический интерес при создании сложных технических, технологических, производственных систем, функционирующих с участием человека.

## 1. Простейшая информационная цепь

Любые системы управления, из каких бы элементов они ни сложились и какие бы цели ни преследовали, по существу являются системами передачи и переработки информации, то есть информационными системами.

Информационная цепь – совокупность взаимодействующих источников, преобразователей и потребителей информации.

С практической точки зрения наибольший интерес представляют информационные цепи социальных систем управления. Примером информационной цепи социальной системы управления может служить структура государственного управления, где законодательные органы выступают в качестве источников управляющей информации для исполнительной власти, выполняющей в этом случае роль информационной нагрузки, а отчеты местных органов, газетные репортажи, статьи и реакция избирателей обеспечивают обратный поток информации к законодательным органам.

В общем случае информационные цепи (в том числе и информационные цепи социальных систем управления) представляют собой довольно сложные сильно разветвленные многоконтурные иерархические структуры, а в простейшем случае элементарная информационная цепь состоит из одного источника информации, одного потребителя информации (информационной нагрузки) и связывающих их проводников информации (информационных каналов) (рис. 1).

Такие информационные цепи всегда замкнуты на источник либо посредством каналов прямой и обратной связи, либо (в отсутствие одного из них) посредством логических связей между источником и нагрузкой. Так, в отсутствие обратной связи в некоторых системах программного управления ее роль выполняет уверенность в предопределенности поведения объекта под воздействием программы. Напротив, в чисто познавательных (измерительных) системах, где отсутствует канал воздействия на объект познания (прямая связь), его функции компенсируются установлени-

ем логических связей между познающим объектом и объектом познания по мере изучения последнего. Наконец, в отсутствие, казалось бы заметной связи между источником и приемником, связь между ними обеспечивает интуиция.

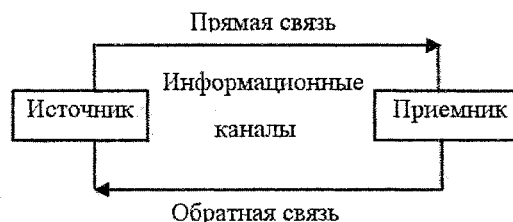


Рис. 1. Структура информационной цепи

Из теории информационных цепей известно [1], что состояние окружающей нас материи характеризуется некоторой неопределенностью, или энтропией,  $H_0 = -\log P_0$ , которая выступает в роли информационного потенциала (сути) события, априорная вероятность которого равна  $P_0$ . Целью и смыслом всякого управления является изменение в ту или иную сторону этой априорной вероятности события до некоторого нового значения  $P_{\text{усл}}$ , которому соответствует новое значение потенциала  $H_{\text{усл}} = -\log P_{\text{усл}}$  где  $P_{\text{усл}}$  – вероятность события при условии управления им.

Таким образом, сущность управления, осуществляемого источником информации, может быть охарактеризована некоторым информационным напряжением

$$\Delta H = H_0 - H_{\text{усл}} = \log(P_0/P_{\text{усл}}). \quad (1)$$

В управленческой деятельности источником информации являются обычно люди, коллективы людей либо технические устройства. Так, оператор, управляющий прокатным станом, является источником управляющей информации, напряжение которого равно логарифму отношения вероятности успешной работы оператора к вероятности успешной работы стана при устранении оператора. Точно так же министерство является источником управляющей информации для отрасли, имея информационное напряжение, определяемое вероятностями выполнения отраслью государственного плана при наличии и устранении всего управленческого аппарата министерства. Наконец, система программного управления станком является источником информации, напряжение которого определяется вероятностями успешного выполнения станком нужной операции при наличии и отсутствии соответствующей программы.

Из (1) следует, что информационное напряжение источника  $\Delta H$  может быть как положитель-

ным, когда его целью является увеличение вероятности события, так и отрицательным, когда его целью является снижение вероятности события. Если же  $P_{\text{всл}} = P_0$ , то напряжение источника равно нулю, т.е. его роль в управлении несущественна, и он не имеет смысла.

Информационное, напряжение, как и энтропию, можно измерять в различных единицах в зависимости от выбора основания логарифма в (1). Часто в (1) используют двоичные логарифмы, поскольку это обеспечивает хорошо интерпретируемую размерность всех других информационных величин, поэтому единицы напряжения – биты.

В качестве примера подсчитаем информационное напряжение, которым обладает система оповещения противовоздушной обороны в такой ситуации, когда к очень важному объекту, непосредственно обороняемому зенитно-ракетной установкой, сквозь внешнее оборонительное кольцо прорвались два однотипных самолета противника, один из которых потратил свой наиболее разрушительный боезапас в процессе прорыва. В этом случае, не имея уже времени поразить оба самолета, зенитно-ракетная установка, не связанная с системой оповещения, поразит самолет с нерастраченным боезапасом с вероятностью 0,5. Если же система оповещения успеет правильно ориентировать установку, то та поразит самолет, обладающий разрушительной мощностью, скажем, с вероятностью 1. Тогда согласно (1)  $\Delta H = -\log 2 = 1$  бит.

Информационное напряжение не следует путать с информацией, которую нередко тоже измеряют в битах. В рассмотренном примере источник, имеющий напряжение 1 бит, способен передать сколько угодно информации объекту управления (зенитно-ракетной установке) в зависимости от времени, которым он будет располагать.

Информационное напряжение источника может изменять во времени свое значение или знак, если важность достижения цели неодинакова в различные моменты времени. Если это изменение происходит периодически с постоянным периодом  $T$ , как при работе автоматических систем в режиме автоколебаний, то такое переменное напряжение удобно характеризовать действующим значением

$$\begin{aligned} \Delta H_d &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\Delta H(t))^2 dt} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left( \log \left( \frac{P_{\text{всл}}}{P_0} \right) \right)^2 dt} = \sigma(\Delta H), \end{aligned} \quad (2)$$

которое есть не что иное, как среднеквадратическое напряжение  $\sigma(\Delta H)$ . Наконец, при случайных изменениях сути сигнала  $x$

$$\Delta H_0 = \int_0^\infty f(x) \Delta H dx,$$

где  $\Delta H_0$  и  $\Delta H_d$  – среднее и действующее значения сущности сигнала;  $f(x)$  – плотность распределения вероятности  $x$ .

Выданная источником информация, как отмечалось выше, поступает к исполнительным органам и системам, которые являются информационной нагрузкой источника, а затем возвращается в источник в форме информации обратной связи. Если исполнительная система не обладает ни памятью, ни привычками, то единственной ее характеристикой в рассматриваемом аспекте является информационное сопротивление, то есть время ее реакции на полученную информацию (время исполнения), которое исчисляется от момента выхода управляющей информации из источника до момента получения источником сигнала обратной связи о достижении поставленной цели. Так, в человеческих системах управления, где распоряжения отдаются в устной форме, информационное сопротивление системы исполнения равно времени от момента, когда распоряжение сформулировано, до момента, когда поступил доклад об исполнении. При этом время, необходимое для принятия самого решения, для его изложения и для осмысленного восприятия доклада об исполнении, является внутренним информационным сопротивлением источника информации, обратным его пропускной способности  $I_{\text{макс}}$ .

Таким образом, для системы без привычек и памяти (рис. 2) имеет место информационный закон Ома

$$I = \Delta H / \tau_n, \quad (3)$$

где  $\tau_n = \tau - \tau_{\text{вн}}$  – информационное сопротивление нагрузки;  $\tau$  и  $\tau_{\text{вн}}$  – информационные сопротивления соответственно всей цепи и источника (внутреннее),  $I$  – информационный ток в цепи нагрузки.

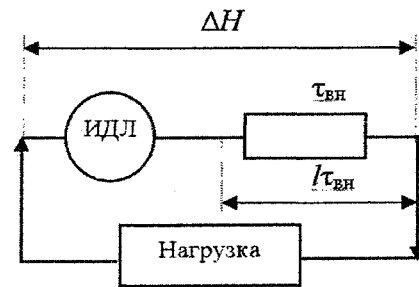


Рис. 2. Простейшая информационная цепь

Из (3) следует, что при однократном достижении цели сквозь систему проходит информация  $J$ , численно равная напряжению источника

$$J = I \tau_n = \Delta H. \quad (4)$$

При работе системы в течение времени  $T$  сквозь нее протекает информация

$$J = \int_0^T I dt = \int_0^T \frac{\Delta H}{\tau} dt. \quad (5)$$



Например, если при посадке самолета в его салоне зажигается и горит в течение времени  $T$  табло «Застегнуть ремни», а для исполнения команды нужно время  $\tau$ , то пассажиры получают информацию  $J = -T/\tau \cdot \log P$ , где  $P$  – вероятность самопроизвольного исполнения команды при внезапно испортившемся табло и отсутствии иных средств доведения команды до дисциплинированных пассажиров ( $P_{\text{всл}} = 1$ ).

Выражение (5) справедливо только в тех случаях, когда напряжение и ток не меняют знака. В тех же весьма частых случаях, когда напряжение и ток периодически изменяют знак, в (5) следует подставлять действующее значение тока, которое может быть определено следующим образом [1]:

$$I_d = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sigma(i), \quad (6)$$

где  $i$  – мгновенное значение информационного тока;  $T$  – период изменения тока.

Например, если передается последовательность команд «включить», «отключить» с периодом  $T$  и продолжительностью соответственно  $t_{\text{в}}$  и  $t_0$  (рис. 3), то соответствующие им положительные и отрицательные информационные напряжения  $\Delta H_{\text{в}}$  и  $\Delta H_0$  определяются соответствующими априорными вероятностями этих состояний объекта управления до подачи команд. При этом если время включения объекта составляет  $\tau_{\text{в}}$ , а время отключения  $\tau_0$ , то вышеприведенным напряжениям отвечают токи  $i_{\text{в}} = \Delta H/\tau_{\text{в}}$  в течение  $t_{\text{в}}$  и  $i_0 = \Delta H_0/\tau_0$  в течение  $t_0$ .

Воспользовавшись (6), получим действующее значение тока

$$I_d = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \frac{t_{\text{в}} \Delta H_{\text{в}}^2}{\tau_{\text{в}}^2} - \frac{t_0 \Delta H_0^2}{\tau_0^2} \right)} = \sigma(i). \quad (7)$$

Естественно, что эффективность источника зависит от того, насколько быстро он выдает управляющую информацию при изменении состояния нагрузки. Запаздывание, имеющееся в источнике, обесценивает выданную им управляющую информацию и выполняет функции внутреннего информационного сопротивления источника.

Действительно, если при стрельбе по быстро движущимся целям источник управляющей информации медленно вычисляет координаты целей, то может случиться, что, когда он их выдаст, цель окажется уже вне пределов досягаемости средств поражения, иначе говоря, напряжение такого источника упадет практически до нуля и он будет бесполезен, хотя чисто теоретически, без учета запаздывания, он вычислял бы координаты целей со сверхвысокой точностью и на холостом ходу в отсутствие целей обладал бы весьма высоким напряжением. Это напряжение источника, которым он обладает на холостом ходу без информационной нагрузки, иными словами, без учета внутреннего сопротивления, мы будем называть *информа-*

*ционно-движущей логикой* (ИДЛ) источника. При наличии нагрузки информационный ток  $I$  создает падение напряжения на внутреннем сопротивлении  $\tau_{\text{вн}}$  (рис. 2), которое снижает ИДЛ до рабочего напряжения на величину  $I\tau_{\text{вн}}$ , так что

$$\Delta H = h - I\tau_{\text{вн}}, \quad (8)$$

где  $h$  – ИДЛ источника.

Таким образом, чем больше запаздывание в источнике (чем больше времени занимает процесс переработки информации и принятия решения), тем согласно (8) меньше его напряжение по сравнению с ИДЛ, а значит, тем меньше он способен изменить вероятность достижения цели управления. Это свойство усиливается по мере увеличения нагрузки, то есть по мере роста информационного тока. Поэтому при проектировании источника для работы на определенную нагрузку (на заданный информационный ток) приходится с учетом его внутреннего сопротивления завышать его ИДЛ на  $I\tau_{\text{вн}}$  с целью обеспечить заданную вероятность нужного события.

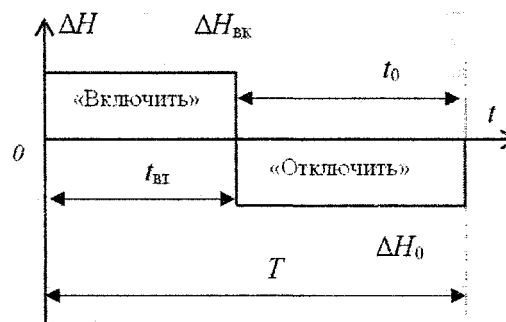


Рис. 3. Знакопеременная энтропия

Применительно к человеку ИДЛ характеризует его потенциальные творческие возможности при практически неограниченном времени, отведенном для принятия решений, а внутреннее информационное сопротивление человека характеризует быстроту соображения. Информационное же напряжение человека как источника информации определяется согласно (8) совокупным действием факторов. В результате часто весьма одаренные, но с замедленной реакцией люди оказываются беспомощными при оперативном управлении быстроизменяющимися ситуациями, обеспечивая сравнительно низкую вероятность достижения цели управления. Напротив, люди даже весьма ограниченные, но решительные и с хорошей реакцией, обладая низким информационным сопротивлением, способны при ограниченных значениях информационных токов обеспечить довольно успешное оперативное управление.

Однако положение изменяется радикальным образом, когда речь заходит о стратегическом планировании, на которое отводится достаточно времени, чтобы информационные токи были малы, а потери напряжения  $I\tau_{\text{вн}}$  даже при значительных  $\tau_{\text{вн}}$  оставались несущественными. В этом случае



согласно (8)  $\Delta H \approx h$  и  $P_{всл} \approx P_h$ . Таким образом, здесь быстрота соображения не играет существенной роли, а высокая вероятность достижения цели обеспечивается только ИДЛ, то есть только талантом и опытом человека. Эти соображения следует принимать во внимание при распределении кадров по ступеням управленческой иерархии, на вершине которой принимаются относительно нечастые, зато весьма ответственные решения, а на нижних ступенях, напротив, принимаются не слишком важные решения, зато в большом числе и в ограниченное время.

В процессе работы часто применяют последовательное или параллельное соединение элементарных источников или нагрузок с целью соответственно увеличения ИДЛ или их пропускной способности.

## 2. Соединения источников информации

При последовательном соединении (рис. 4) через источники и нагрузку течет один и тот же информационный ток  $I$ , а их результирующее информационное напряжение равно сумме напряжений отдельных источников  $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$ , что увеличивает вероятность достижения желаемого события, так как  $\log(P/P_0) = \log(P_1/P_0) + \log(P_2/P_0) = \log(P_1 P_2 / (P_0)^2)$ .

Вместе с тем последовательное соединение источников приводит к увеличению их суммарного внутреннего сопротивления  $\tau_{вн} = \tau_1 + \tau_2$ , поэтому оно эффективно только в том случае, если суммарная задержка решения в источниках значительно меньше информационного сопротивления нагрузки  $\tau$ , представляющего собой время реакции исполнительного органа.

Это обстоятельство нужно учитывать при организации источников, в которых отделы (люди или автоматы) последовательно во времени осуществляют экспертизу (визируют) с разных точек зрения подготовленное одним из них решение, что, с одной стороны, повышает ИДЛ источника (вероятность достижения цели управления), но, с другой стороны, в случае длительной бюрократической волокиты в вышестоящих контрольных органах ( $\tau_{вн} \gg \tau$ ), может сделать бессмысленным существование последних, так как они, не увеличивая информационный ток, экономически обременительны.

В случае параллельного соединения (рис. 5) источники работают с одинаковым напряжением  $\Delta H$ , а в нагрузку поступает их суммарный ток  $I = I_1 + I_2$ .

Это имеет место, когда, например, главки одного министерства параллельно обеспечивают выполнение различных частей единого общего для министерства плана. В результате этого эквивалентное внутреннее сопротивление источников значительно снижается, т.е. практически сокращается время выработки ими управляющих решений по сравнению со случаем, когда всю разнородную

управляющую информацию должен выдать лишь один из источников.

Действительно, если  $h_1 = h_2 = h$ , то имеет место соотношение  $I_1 \tau_1 = I_2 \tau_2 = I \tau$ , где  $I = I_1 + I_2$ , а  $\tau_{вн}$  – эквивалентное внутреннее сопротивление источников. Из этого соотношения, исключая токи, нетрудно получить

$$\tau_{вн} = \tau_1 \tau_2 / (\tau_1 + \tau_2)$$

или

$$1/\tau_{вн} = 1/\tau_1 + 1/\tau_2. \quad (9)$$

Из (9) следует, что эквивалентное внутреннее сопротивление параллельных источников с одинаковыми ИДЛ меньше внутреннего сопротивления любого из них и что их эквивалентная проводимость (величина, обратная сопротивлению) равняется сумме проводимостей каждого из них. При этом ток через нагрузку составляет  $I = h/(\tau_{вн} + \tau)$ .

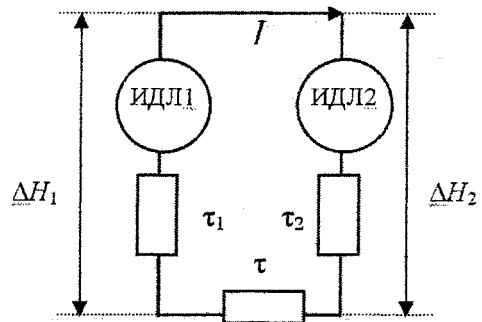


Рис. 4. Последовательное соединение источников информации

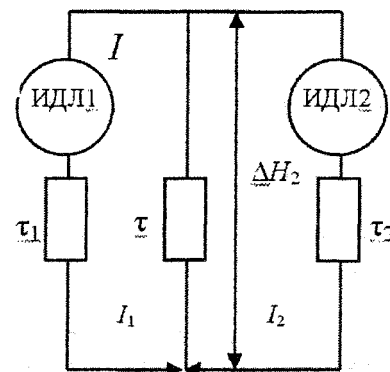


Рис. 5. Параллельно соединение источников информации

Однако этот эффект имеет место, если внутренние сопротивления источников соизмеримы с сопротивлением нагрузки. В противном случае, когда  $\tau_{вн} \gg \tau$ , параллельные источники дают такой же ток, как и каждый из них в отдельности.

Отметим, что, как это следует из схемы (рис. 5), параллельное соединение источников только тогда выполняет свою роль, когда источники имеют равные ИДЛ, то есть равнокомпетентны в деле управления [3]. В противном случае тот из них, компетентность которого ниже других, сам становится для них нагрузкой и потребляет (вместо того, чтобы выдавать) управляющую инфор-

манию, не только шунтируя основную нагрузку, но и перегружая остальные источники управляющей информации. Такое положение нередко складывается, когда в одной из сфер параллельного управления оказываются люди, не имеющие соответствующей профессиональной подготовки. Равная компетентность в вопросах управления обязательно подразумевает одинаковость их образования или положения в социальной структуре. Например, составитель программы для станка с программным управлением и разнорабочий, очищающий станок от стружки, окажутся равнокомпетентными, т.е. имеющими одинаковые ИДЛ, если вероятность сбоев в работе станка из-за ошибок программы окажется равной вероятности сбоев из-за попадания стружки в систему управления.

### 3. Соединения приемников информации

Как последовательно (рис. 6), так и параллельно (рис. 7) могут быть соединены и информационные сопротивления (нагрузки).

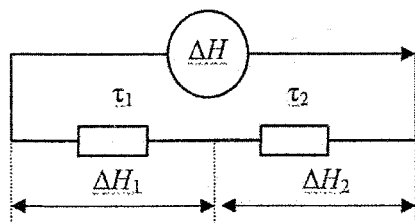


Рис. 6. Последовательное соединение нагрузок

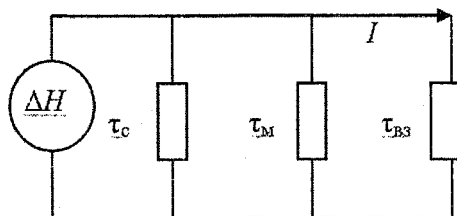


Рис. 7. Параллельное соединение нагрузок

При этом под последовательным соединением нагрузок понимается не схемная, а временная последовательность поступления информации в нагрузки, что характерно для временной селекции. О последовательном соединении можно говорить только тогда, когда информация от источника либо сначала поступает в первую нагрузку, и лишь после выполнения программы – во вторую, либо когда одна из нагрузок после выполнения своей программы сама передает ее другой нагрузке.

Так или иначе, общее время работы последовательно соединенных нагрузок должно равняться сумме времен обработки своих программ отдельными нагрузками, так что для схемы (рис. 6)  $\tau = \tau_1 + \tau_2$ . При этом напряжение источника распределяется между нагрузками пропорционально сопротивлениям.

Соотношения, характеризующие схему (рис. 6), следующие:

$$\begin{cases} \Delta H_1 = I_1 \tau_1; \quad \Delta H_2 = I_2 \tau_2; \\ \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2; \\ I = \Delta H / \tau; \quad \Delta H_1 / \Delta H = \tau_1 / \tau; \quad \Delta H_2 / \Delta H = \tau_2 / \tau. \end{cases} \quad (10)$$

В случае параллельного соединения нагрузок, то есть нескольких исполнительных органов, каждый из которых в одиночку достичь цели, они одновременно получают управляющую информацию и одновременно исполняют операции, необходимые для достижения цели (рис. 7), соответственно сокращая время ее достижения.

В качестве параллельных основной нагрузке могут выступать посторонние нагрузки, создающие утечки информации. В такой роли нередко оказываются всевозможные контролирующие органы, которые иногда настолько перегружают источник требованием от него разных справок и отчетов, что он снижает свое напряжение, то есть снижает вероятность достижения своей прямой цели, поскольку не в состоянии параллельно обеспечивать информацией объект управления и контрольные органы. Конечно, когда такая параллельная работа запланирована заранее, то есть когда источник выбран в расчете на такую нагрузку, а контролирующие органы не превышают своих полномочий, напряжение источника соответствует требуемой вероятности достижения цели (надежности управления), но за счет выработки им избыточного (не необходимого для управления) информационного тока  $I_{ц}$ . Это можно обеспечить либо увеличив напряжение источника на  $\Delta H = I_{ц} \tau_{вн}$ , где  $\tau_{вн}$  – внутреннее сопротивление (время реакции) источника информации, либо уменьшив его внутреннее сопротивление до величины

$$\tau'_{вн} = \frac{I_{ц} \tau_{вн}}{I_{ц} + I_n},$$

где  $I_n$  – ток, необходимый полезной нагрузке.

Первая из указанных мер требует в случае только человеческого управления использования более квалифицированного управленческого персонала, а вторая требует увеличения штата сотрудников управления.

### 4. Реальные информационные цепи

Они нередко представляют собой сложные переплетения источников и приемников, не сводимые только к последовательным или параллельным соединениям. Это относится, прежде всего, к социальным системам, коллективам, каждый член которых, являясь одновременно приемником и источником информации, обменивается информацией практически с каждым из остальных членов, образуя сложное переплетение информационных связей.

К подобным цепям применимы информационные законы Кирхгофа, первый из которых выражает закон сохранения чувственной информации (принцип непрерывности тока) [3].

**Выводы**

1. Сущность управления, осуществляемого источником информации, характеризуется информационным напряжением.

2. Если важность достижения цели неодинакова в различные моменты времени, то информационное напряжение изменяет во времени свое значение или знак. Переменное напряжение удобно характеризовать его действующим значением.

3. Выданная источником информация поступает к исполнительным системам, которые являются информационной нагрузкой источника. Если исполнительная система не обладает ни памятью, ни привычками, то единственной ее характеристикой является информационное сопротивление. Причем здесь справедлив информационный закон Ома.

4. Эффективность источника зависит от величины запаздывания источника в выдаче управляющей информации при изменении состояния нагрузки. Это запаздывание выполняет функции внутреннего информационного сопротивления источника.

5. При проектировании источника для работы на определенную нагрузку необходимо завышать его ИДЛ на  $I_{\text{тв}}$  с целью обеспечения заданной вероятности нужного события.

6. В процессе работы часто применяют последовательное или параллельное соединение элементарных источников или нагрузок с целью соответственно увеличения ИДЛ или их пропускной способности.

7. Высокая вероятность достижения цели обеспечивается только ИДЛ, то есть только талантом и опытом человека.

**Литература**

1. Горский Ю. М. Системно-информационный анализ процессов управления. – Новосибирск: Наука, 1988.

2. Горский Ю. М. Анализ некоторых основных понятий управления большими искусственными системами// *Информация и управление. Философско-методологические аспекты: Сб. научных трудов.* – М.: Наука, 1985.

3. Горский Ю. М. Моделирование с учетом человеческого фактора задачи менеджера, осуществляющего гомеостатическое управление// *Гомеостаты и гомеостатические сети управления, их приложения в биологических, природных и технических системах.* – Иркутск: СФ ВНИЦ АМН СССР, 1986.

## К ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ЗДАНИЙ

*В.И. Панферов, Е.Ю. Анисимова, А.Н. Нагорная*

Грамотный подход к исследованию и оптимизации теплового режима зданий возможен только на основе теоретического анализа закономерностей его формирования. Для решения этой задачи необходима информация о динамике возмущающих воздействий, об изменении климатических факторов. Кроме того, следует учитывать влияние теплотехнических характеристик наружных ограждений, степени остекления здания, степени заполнения здания людьми, мебелью и других факторов на процесс управления тепловым режимом. То есть, необходима разработка математической модели, отражающей динамику процессов, происходящих в здании при переходе из одного состояния в другое. Одним из основных условий построения такой модели является учет теплоты, аккумулированной зданием, так как за счет этого при временном несоответствии потерь и поступлений теплоты удается поддерживать тепловой режим зданий в определенной допустимой области, возможно, что и в зоне комфорта. На этой основе могут быть разработаны методы оптимизации теплового режима зданий.

Математические модели, детально учитывающие физику процессов используются для качественного анализа процессов и явлений. Для целей управления предпочтительнее более простые модели, обеспечивающие более экономичную и надежную систему управления с сокращенной длительностью ее подготовки и освоения. Использование достаточно подробных моделей оказывается иногда нецелесообразным из-за того, что коэффициенты в этих моделях известны весьма приближенно. Поэтому точность расчета, получаемая при помощи более простых зависимостей, оказывается сравнимой, и даже выше, точности расчета, получаемого при помощи сложных математических моделей, если при их применении не учтены реальные коэффициенты.

### 1. Структура математической модели теплового режима здания

В литературе широко известна модель Е.Я. Соколова [1, 2], составленная на основе теплового баланса с использованием квазистационарных приближений. При построении этой модели Е.Я. Соколов предложил считать среднюю температуру наружной стены здания равной полусумме температур внутреннего и наружного воздуха. Вместе с тем, эта величина может быть определена значительно точнее, если детальнее учесть распределение температуры по толщине ограждения [3, 4, 5].

В самом деле, используя тот же квазистационарный подход, нетрудно получить, что средняя температура наружной стены здания  $\bar{t}$  будет равна

$$\bar{t} = (t_B - t_H) \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right) + t_H, \quad (1)$$

где  $t_B$ ,  $t_H$  – соответственно температура внутреннего и наружного воздуха;  $\delta$ ,  $R$  – соответственно толщина и термическое сопротивление теплопередаче наружной стены здания;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала;  $\alpha_H$  – коэффициент теплоотдачи для наружной стены здания.

Тогда из формулы (1) следует, что

$$d\bar{t} = \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right) dt_B - \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right) dt_H + dt_H, \quad (2)$$

поэтому уравнение теплового баланса для малого промежутка времени будет иметь вид:

$$\left[ W_0 - q_0 V (t_B - t_H) \right] d\tau = c\rho F \delta \times \left[ \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right) dt_B - \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right) dt_H \right], \quad (3)$$

где  $W_0$  – мощность системы отопления;  $q_0$  – удельная тепловая характеристика здания;  $V$  – его объем;  $F$  – площадь наружной поверхности;  $\rho$  – плотность материала стен. Таким образом, дифференциальное уравнение для температуры внутреннего воздуха будет иметь вид

$$\frac{c\rho F \delta}{q_0 V} \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right) \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = \frac{W_0}{q_0 V} + \frac{c\rho F \delta}{q_0 V} \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right) \frac{dt_H}{d\tau} + t_H. \quad (4)$$

Если воспользоваться принятыми в теории автоматического управления обозначениями, то уравнение (4) запишется следующим образом

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = kW_0 + T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H, \quad (5)$$

где

$$T_B = \frac{c\rho F \delta}{q_0 V} \left( \frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right)$$

– постоянная времени для температуры внутреннего воздуха,  $T_H$  – постоянная времени дифференцирования для температуры наружного воздуха, в данном случае при выводе уравнения получилось, что  $T_B = T_H$ ,  $k = 1/q_0 V$  – коэффициент пе-

редачи по каналу «мощность системы отопления – температура внутреннего воздуха». Как видно из уравнения (4) коэффициент передачи по каналу «температура наружного воздуха – температура внутреннего воздуха» равен 1.

Если пользоваться терминологией Е.Я. Соколова, то постоянную времени  $T_B$  следовало бы назвать «коэффициентом тепловой аккумуляции здания», причем соотношение между постоянной времени  $T_B$  и коэффициентом тепловой аккумуляции здания по Е.Я. Соколову является таким:

$$T_B = T_1 \left( \frac{\delta}{R\lambda} + \frac{2}{R\alpha_H} \right), \quad (6)$$

где

$$T_1 = \frac{c\rho F\delta}{2q_0V} \quad (7)$$

– коэффициент тепловой аккумуляции здания.

Модель (5) описывает динамический (нестационарный) тепловой режим здания. Поскольку статический (стационарный) режим является частным случаем динамического режима, то его модель должна содержаться в уравнении (5). Действительно, если положить, что  $t_B = \text{const}$  и  $t_H = \text{const}$ , то

$$q_0V(t_B - t_H) = W_0. \quad (8)$$

Полученное выражение – это известное и широко используемое уравнение теплового баланса для стационарного режима. Таким образом, адекватность модели (5) подтверждается для стационарного режима.

Систему отопления можно представить эквивалентным отопительным прибором, мощность которого равна мощности системы отопления.

Мощность водяного отопительного прибора, как это хорошо известно, может быть определена по следующему уравнению

$$W = KF\Delta\bar{t}, \quad (9)$$

где  $K$  – коэффициент теплоотдачи отопительного прибора;  $F$  – площадь поверхности отопительного прибора;  $\Delta\bar{t}$  – среднее значение температурного напора.

В литературе по расчету систем отопления  $\Delta\bar{t}$  принято находить по следующей формуле:

$$\Delta\bar{t} = \frac{1}{2}(t_{\text{вх}} + t_{\text{вых}}) - t_B, \quad (10)$$

поэтому уравнение мощности отопительного прибора (9) может быть представлено в виде:

$$W = \frac{KF(t_{\text{вх}} - t_B)}{1 + \frac{KF}{2cG_m}}. \quad (11)$$

Подставив данное соотношение в уравнение (5), получим следующую структуру математической модели

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H + k \frac{KF(t_{\text{вх}} - t_B)}{1 + \frac{KF}{2cG_m}}. \quad (12)$$

В модели отопительного прибора (11) в неявном виде содержится допущение, что температура теплоносителя распределяется по прямой вдоль поверхности теплообмена. Если, следуя [6], считать что температура теплоносителя вдоль поверхности теплообмена распределяется по экспоненте, то получается, что

$$W = (t_{\text{вх}} - t_B)cG_m \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{KF}{G_m c}\right) \right\}. \quad (13)$$

Тогда математическая модель теплового режима будет иметь вид:

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H + k(t_{\text{вх}} - t_B)cG_m \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{KF}{G_m c}\right) \right\}. \quad (14)$$

Если же учесть, что коэффициент теплопередачи отопительного прибора не является постоянной величиной, а зависит от среднего значения температурного напора и расхода [7]

$$K = m\Delta t^n \bar{G}_{\text{отн}}^p, \quad (15)$$

где  $m$ ,  $n$  и  $p$  – эмпирические числовые показатели, зависящие от типа прибора и характера циркуляции в нем воды;  $\Delta t$  – текущий температурный напор;  $\bar{G}_{\text{отн}}$  – относительный расход воды.

Тогда, учитывая данную зависимость в выражении для температурного напора [6], получаем следующую структуру математической модели:

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H + kcG_m \times \left\{ t_{\text{вх}} - t_B - \left[ \frac{mn}{Gc} \bar{G}^p F + (t_{\text{вх}} - t_B)^{-n} \right]^{-1/n} \right\}. \quad (16)$$

Получены четыре варианта для структуры математической модели теплового режима. Характерной особенностью первого варианта является то, что в качестве управляющего воздействия принята мощность системы отопления. Во всех остальных случаях управляющих воздействий два: это температура теплоносителя на входе в систему отопления и расход. Первый вариант структуры математической модели имеет более широкую область применения, чем все другие, поскольку ориентирован не только на водяные, но и на любые системы отопления, в частности электрические.

## 2. Параметрическая идентификация математической модели

Для указанных структур математической модели решалась задача параметрической идентификации. Вследствие равенства величин  $T = T_B = T_H$  модель (5) можно записать в компактном виде,

введя понятие избыточной температуры  $\theta(\tau) = t_B - t_H$ ,

$$T \frac{d\theta(\tau)}{d\tau} + \theta(\tau) = kW_0. \quad (17)$$

При настройке модели (17) необходимо определить фактические значения постоянной времени  $T$  и удельной тепловой характеристики здания  $q_0$ . Это обусловлено тем, что теплофизические свойства ограждающих конструкций здания, а также коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_H$  и  $\alpha_B$ , непостоянны и зависят от многих факторов. Например, хорошо известно, что с течением времени происходит изменение свойств ограждений, вследствие старения здания, увлажнения материалов и т.п. Поэтому эти параметры лучше всего определять по экспериментальным данным.

Исследование режима охлаждения помещения при  $W_0 = 0$  позволяет определить фактическое значение постоянной времени  $T$ . Для данного случая решение уравнения (17) представляется следующим соотношением:

$$\theta(\tau) = \theta(0) \times \exp(-\tau/T), \quad (18)$$

где  $\theta(0)$  – начальное значение избыточной температуры.

С помощью параметрической идентификации данного уравнения определили постоянную времени  $T$ . Для упрощения процедуры идентификации к уравнению (18) применили линеаризирующее преобразование, т.е. прологарифмировали его, тогда получили, что

$$\ln \theta(\tau) = \ln \theta(0) - \tau/T.$$

Параметрическая идентификация этого уравнения проводилась методом наименьших квадратов, т.е. исходя из минимума по  $T$  следующего критерия:

$$I = \sum_{i=1}^n [\ln \theta^{\ominus}(\tau_i) - \ln \theta(0) + \tau_i/T]^2 \rightarrow \min_T,$$

где  $\theta^{\ominus}$  – экспериментальные значения избыточной температуры,  $\tau_i$  – используемые при идентификации моменты времени,  $n$  – число экспериментальных точек.

Решая задачу параметрической идентификации, нашли, что оптимальное значение постоянной времени определяется по формуле:

$$T = - \sum_{i=1}^n \tau_i^2 / \sum_{i=1}^n [\ln \theta^{\ominus}(\tau_i) - \ln \theta(0)] \times \tau_i.$$

Для параметрической идентификации модели проводился эксперимент по исследованию теплового режима помещения путем отключения его системы отопления. Эксперимент проводился в помещении лаборатории отопления кафедры теплогоснабжения и вентиляции ЮУрГУ, состав отопительного оборудования которого позволяет полностью отключаться от системы централизованного теплоснабжения. В процессе эксперимен-

та измерялась температура внутреннего воздуха в представительной точке и температура наружного воздуха. Измерения проводились через каждые 30 минут, продолжительность эксперимента составила 12 часов.

На рис. 1 приведена теоретическая кривая, построенная для найденной по результатам эксперимента постоянной времени, точками отмечены экспериментальные данные. Видно что, расчетная кривая достаточно хорошо аппроксимирует экспериментальные данные, что свидетельствует об адекватности построенной модели.

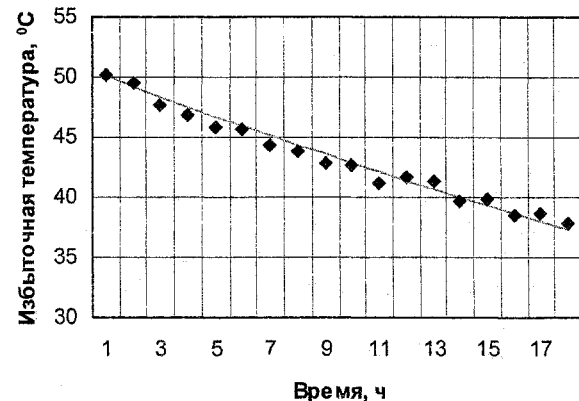


Рис. 1. Экспоненциальная кривая избыточной температуры

Для нахождения удельной тепловой характеристики  $q_0$  необходимо решить задачу параметрической идентификации модели (17) по данным какого-либо режима отопления при  $W_0 \neq 0$ . Проблема заключается в том, что в реальных условиях достаточно сложно определить фактическую мощность системы отопления. В связи с этим для решения задачи параметрической идентификации был использован метод эталонной модели: с помощью эталонной модели рассчитывается температурный режим помещения для выбранного графика изменения мощности системы отопления  $W_0$ . Затем в расчетные данные вводились помехи и были полученные таким образом результаты, использовались для параметрической идентификации модели (17).

Результаты параметрической идентификации иллюстрируются рис. 2. На рис. 2 представлены значения температуры внутреннего воздуха, полученные в результате решения уравнения (17) методом Рунге–Кутты с введением в расчет помех  $\pm 2$  °C. Эти значения приняты в качестве экспериментальных данных.

В результате решения были определены фактические значения постоянной времени  $T$  и коэффициента  $k$ . Для полученных значений рассчитан температурный режим в помещении и построена теоретическая кривая  $t_B^{теор}(\tau)$ . Из рис. 2 видно достаточно точное наложение экспериментальных точек на расчетную кривую, что свидетельствует о

применимости используемого метода идентификации. Задача идентификации в данном случае решалась методом покоординатного спуска, со «встроенным» методом золотого сечения.

Изучение экспериментальных данных, как собственных, так и приводимых в литературе [8], показало, что  $T_B = T_H$ , как правило, имеет место для нетеплоемких конструкций. Вместе с тем, для массивных ограждающих конструкций, с коэффициентом теплопередачи близким к нормативному, постоянные времена  $T_B$  и  $T_H$ , вероятнее всего, должны различаться, поэтому их следует отыскивать независимо.

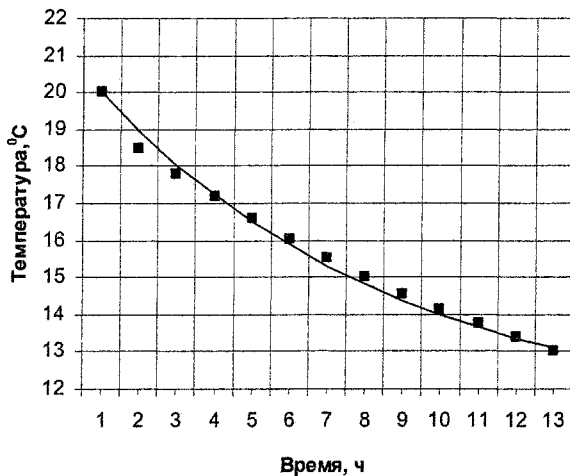


Рис. 2. Кривая изменения температуры внутреннего воздуха, построенная по результатам вычислительного эксперимента

Задача параметрической идентификации модели (5), где необходимо отыскать две разные постоянные времена  $T_B$  и  $T_H$  решается аналогично предыдущей тем же методом, только при этом критерий параметрической идентификации  $I$  зависит от трех аргументов

$$I = f(k, T_B, T_H).$$

Для решения задачи параметрической идентификации можно применить и следующий подход [9]. Если в течение определенного временного интервала параметры наружного воздуха не меняются, то при неизменной мощности системы отопления  $W_0$  (неизвестная величина) наступает стационарный режим. Если после наступления стационарного режима включить в помещении источник теплоты с известной мощностью  $\Delta W_0$  (например электронагреватель), то температура внутреннего воздуха начнет увеличиваться не величину  $\Delta t_B$ .

Причем нетрудно видеть, что  $\Delta t_B$  будет подчиняться следующему уравнению:

$$T_B \frac{d\Delta t_B}{d\tau} + \Delta t_B = k\Delta W_0, \quad (19)$$

поэтому если на определенном промежутке времени зафиксировать  $\Delta t_{\text{эксп}}$ , то по этим данным мож-

но найти значения  $T$  и  $k$ . В этом случае критерий идентификации будет иметь вид:

$$I = \int_0^{\tau_k} (\Delta t_{\text{эксп}} - \Delta t_{\text{расч}})^2 d\tau \rightarrow \min, \quad (20)$$

где  $\Delta t_{\text{эксп}}$ ,  $\Delta t_{\text{теор}}$  — соответственно экспериментальные и расчетные значения приращений температур внутреннего воздуха. Эта задача решается тем же методом.

На рис. 3 приведены экспериментальные точки и расчетная кривая  $\Delta t = \Delta t(\tau)$ . Как видно из рис. 3, решение задачи параметрической идентификации модели теплового режима помещения можно считать вполне удовлетворительным.

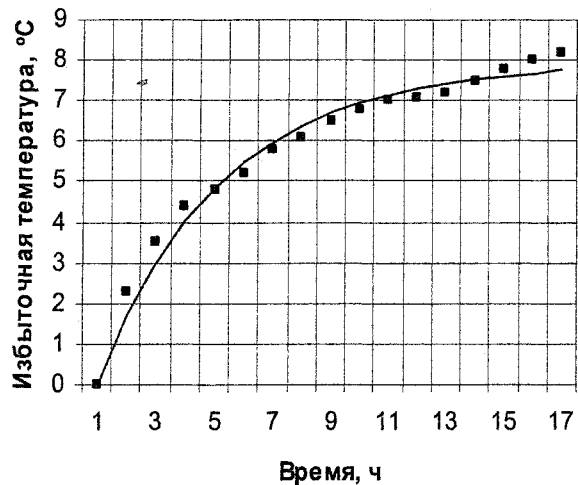


Рис. 3. Кривая изменения температуры внутреннего воздуха в помещении при натопе

### Выводы

В работе найдена структура математической модели которая позволяет точнее учитывать физику теплового режима здания. Найдена формула для постоянной времени здания, характеризующей инерционные свойства процесса переноса теплоты. Построенная модель позволяет, в частности, учитывать и нестационарность температуры наружного воздуха. Кроме того, рассмотрены вопросы параметрической идентификации предложенной модели.

### Литература

1. Соколов Е.Я. Теплофикация и тепловые сети: учебник для вузов. — 6-е изд., перераб. — М.: Изд-во МЭИ, 1999. — 472 с.
2. Соколов Е.Я., Извеков А.В., Рожков Н.Н. Экспериментальная проверка расчетной модели температурного режима отапливаемых помещений// Изв. вузов. Энергетика. — 1987. — № 8. — С. 75–81.
3. Панферов В.И., Нагорная А.Н., Пашнина Е.Ю. О структуре математической модели теплового режима здания// VIII Международная научно-практическая конференция Экология и жизнь: Сборник научных трудов. — Пенза, 2005.

4. Панферов В.И., Нагорная А.Н., Пашина Е.Ю. Моделирование и управление тепловым режимом здания// Теоретические основы теплогазоснабжения и вентиляции: Сборник трудов Межд. научно-техн. конф. – М.: Московский государственный строительный университет, 2005. – 280 с.

5. Панферов В.И., Нагорная А.Н., Пашина Е.Ю. Математическая модель теплового режима зданий (тезисы)// Энергетики и металлурги настоящему и будущему России: Тез. докл. 5-й Всероссийской научно-техн. конф. – Магнитогорск: МГТУ, 2004.

6. Панферов В.И., Дегтярь А.Б., Денисенко Ю.Н. Погрешность определение среднего значения температурного напора отопительного прибора// Энергосбережение в городском хозяйстве, энергетике, промышленности. Сборник трудов. Т 1. – Ульяновск, 2006.

7. Сканава А.Н., Махов Л.М. Отопление: учебник для вузов. – М.: Изд. Ассоциации строительных вузов, 2002. – 575 с.

8. Проблемы строительной теплофизики// Труды межвузовской научной конференции совместно с работниками промышленности, научно-исследовательских и проектных институтов и НТО стройиндустрии СССР 1–4 февраля, 1964 г. – Минск: Высшая школа, 1965. – 527 с.

9. Панферов В.И., Нагорная А.Н., Пашина Е.Ю. Экспериментальное определение удельной тепловой характеристики здания// Энергетики и металлурги настоящему и будущему России: тез. докл. 7-й Всероссийской научно-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Магнитогорск: МГТУ, 2006.



## АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Н.В. Плотникова, Н.С. Калистратова, О.Н. Малявкин

В последнее время в связи с предъявлением все более высоких требований к процессам управления в различных областях техники проблема идентификации становится исключительно важной.

Выбор метода идентификации определяется конкретной задачей, техническими возможностями (условия проведения эксперимента, возможности обработки на ЭВМ и т.п.). Одним из современных вычислительных методов является метод сплайн-интерполяции и аппроксимации.

## 1. Алгоритм решения задачи с использованием весовой функции

Пусть имеется линейная стационарная непрерывная система автоматического управления, имеющая один входной и один выходной сигнал.

Динамические свойства описываемой системы могут быть определены по ее функции веса [1]. Для входного воздействия произвольного типа, прикладываемого в момент времени  $t = 0$ , переходный процесс на выходе звена при нулевых начальных условиях может быть определен на основании интеграла свертки

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) \omega(t-\tau) d\tau = \int_0^t \omega(\tau) x(t-\tau) d\tau. \quad (1)$$

Пусть известны дискретные значения входного сигнала через равноотстоящие интервалы времени на интервале  $t \in [0, t_N]$ , тогда, аппроксимируем функцию на входе системы сплайном нечетного порядка [2].

$$x(t) = \begin{cases} a_{01} + a_{11}t + a_{21}t^2 + a_{31}t^3 + \dots + a_{M1}t^M, \\ a_{02} + a_{12}t + a_{22}t^2 + a_{32}t^3 + \dots + a_{M2}t^M, \\ \dots \\ a_{0N} + a_{1N}t + a_{2N}t^2 + a_{3N}t^3 + \dots + a_{MN}t^M, \end{cases} \quad (2)$$

где  $a_{ij}$  – коэффициенты сплайна входного сигнала.

Аналогично аппроксимируем весовую функцию сплайном того же порядка, что и у сплайна входного сигнала (2)

$$\omega(t) = \begin{cases} v_{01} + v_{11}t + v_{21}t^2 + v_{31}t^3 + \dots + v_{M1}t^M, \\ v_{02} + v_{12}t + v_{22}t^2 + v_{32}t^3 + \dots + v_{M2}t^M, \\ \dots \\ v_{0N} + v_{1N}t + v_{2N}t^2 + v_{3N}t^3 + \dots + v_{MN}t^M, \end{cases} \quad (3)$$

где  $v_{ij}$  – коэффициенты сплайна весовой функции.

Для определения выходного сигнала воспользуемся интегралом свертки (1). Рассмотрим подробнее подынтегральную функцию, состоящую из произведения двух функций. Она является функцией двух переменных  $t$  и  $\tau$ , может быть записана как:

$$\Pi(t, \tau) = \omega(\tau) x(t-\tau). \quad (4)$$

Так как сплайн является кусочно-представимой функцией, то и подынтегральная функция  $\Pi(t, \tau)$  будет кусочно-представимой (рис. 1).

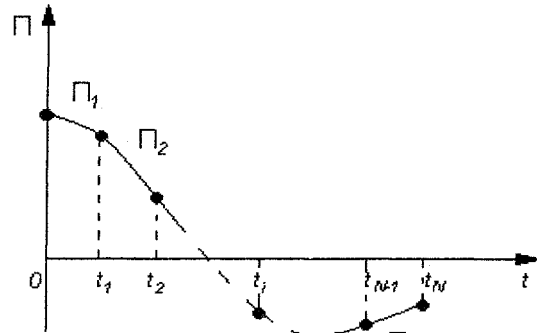


Рис. 1. Кусочно-представимая подынтегральная функция

Определение выходного сигнала из интеграла свертки (1) сразу в виде функции нецелесообразно, так как в результате произведения двух сплайнов и их интегрирования будет получаться полином высокого порядка  $(2M+1)$ , где  $M$  – порядок сплайна. Поэтому будем искать выходной сигнал в виде дискретных значений через равноотстоящие интервалы времени.

Для определения значения выходного сигнала в момент времени  $t_k$  необходимо найти интеграл свертки для фиксированного интервала времени

$$y(t_k) = \int_0^{t_k} \omega(\tau) x(t_k - \tau) d\tau. \quad (5)$$

Интеграл (5) можно представить в виде суммы интегралов:

$$\int_0^{t_k} \omega(\tau) x(t_k - \tau) d\tau = \int_0^{t_1} \omega(\tau) x(t_k - \tau) d\tau + \int_{t_1}^{t_2} \omega(\tau) x(t_k - \tau) d\tau + \dots + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \omega(\tau) x(t_k - \tau) d\tau \quad (6)$$

или

$$\int_0^{t_k} \omega(\tau) x(t_k - \tau) d\tau = \int_0^{t_1} \Pi_1(t_k, \tau) d\tau + \int_{t_1}^{t_2} \Pi_2(t_k, \tau) d\tau + \dots + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Pi_k(t_k, \tau) d\tau. \quad (7)$$

Так как сплайн определяется на каждом интервале разбиения отдельным полиномом, то для вычисления каждого из суммируемых интегралов (6) необходимо определить, какие полиномы сплайнов входного сигнала и весовой функции участвуют в формировании каждой подынтегральной

ной функции. Рассмотрим один из интегралов, входящих в сумму:

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} \omega(\tau) x(t_k - \tau) d\tau = \int_{t_{j-1}}^{t_j} \Pi_j(t_k, \tau) d\tau. \quad (8)$$

Для нахождения интеграла (8) при переходе к конкретным полиномам, вместо весовой функции  $\omega(t)$  необходимо подставить полином  $\omega_j(t)$ , определенный на интервале  $[t_{j-1}, t_j]$ , вместо функции входного сигнала подставляется полином  $x_{k-j}(t)$ , определенный на интервале  $[t_k - t_j, t_k - t_{j-1}]$ , так как функция смещается, благодаря разности аргумента  $t_k - \tau$ . Таким образом, значение подынтегральной функции  $\Pi(t, \tau)$  в любой точке интервала  $[t_{j-1}, t_j]$  может быть определено по формуле:

$$\Pi_j(t_k, \tau) = \omega_j(\tau) x_{k-j+1}(t_k - \tau). \quad (9)$$

При переходе к полиномам, выражение (9) примет вид:

$$\Pi_j(t_k, \tau) = \sum_{i=0}^M (v_{ij} \tau^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,k-j+1} (t_k - \tau)^i). \quad (10)$$

По формуле (10) находим значения функции  $\Pi(t_k, \tau)$  в каждом узле рассматриваемого интервала:

$$\left\{ \begin{aligned} q_{0k} &= \sum_{i=0}^M (v_{i1} 0^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,k} (t_k - 0)^i); \\ q_{1k} &= \sum_{i=0}^M (v_{i1} t_1^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,k} (t_k - t_1)^i); \\ q_{2k} &= \sum_{i=0}^M (v_{i2} t_2^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,k-1} (t_k - t_2)^i); \\ &\dots \\ q_{kk} &= \sum_{i=0}^M (v_{ik} t_k^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,1} (t_k - t_k)^i). \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Имея известные значения  $q_{ir}$  функции  $\Pi(t_k, \tau)$ , где  $j$  – номер текущего узла,  $r$  – номер конечного узла равномерной сетки, в соответствующих узлах  $t_j$ , можно найти значение выходного сигнала в момент времени  $t_k$ . Для этого по найденным значениям (11) строится сплайн  $F(t)$

$$F(t) = \begin{cases} f_{01} + f_{11}t + f_{21}t^2 + f_{31}t^3 + \dots + f_{M1}t^M; \\ f_{02} + f_{12}t + f_{22}t^2 + f_{32}t^3 + \dots + f_{M2}t^M; \\ \dots \\ f_{0k} + f_{1k}t + f_{2k}t^2 + f_{3k}t^3 + \dots + f_{Mk}t^M. \end{cases} \quad (12)$$

Таким образом, задача определения значения выходного сигнала в момент времени  $t_k$ , согласно (5), сводится к нахождению определенного интеграла (площади под кривой  $F(t)$  (рис. 2):

$$y(t_k) = \int_0^{t_k} F(t) dt. \quad (13)$$

Интеграл (13) будем рассчитывать как сумму интегралов от отдельных полиномов:

$$\begin{aligned} \int_0^{t_k} F(t) dt &= \\ &= \int_0^{t_1} F_1(t) dt + \int_{t_1}^{t_2} F_2(t) dt + \dots + \int_{t_{k-1}}^{t_k} F_k(t) dt. \end{aligned} \quad (14)$$

Полином  $F_j(t)$  имеет вид:

$$F_j(t) = f_{0j} + f_{1j}t + f_{2j}t^2 + \dots + f_{Mj}t^M, \quad (15)$$

где  $f_{ij}$  – коэффициенты сплайна. Найдем интеграл от полинома  $F_j(t)$

$$\begin{aligned} S_j &= \int_{t_{j-1}}^{t_j} F_j(t) dt = \\ &= (f_{0j}t + f_{1j}t^2 + f_{2j}t^3 + \dots + f_{Mj}t^{M+1}) \Big|_{t_{j-1}}^{t_j}. \end{aligned} \quad (16)$$

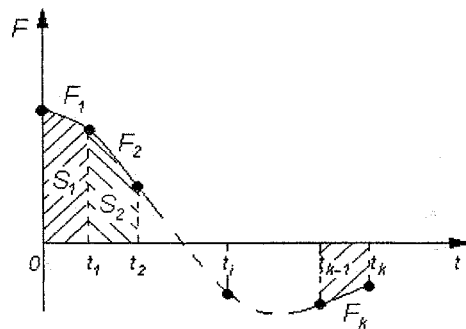


Рис. 2. Сплайн-аппроксимация подынтегральной функции  $\Pi(t_k, \tau)$

Выражение (16) можно также записать в виде:

$$S_j = \left( \sum_{i=0}^M \frac{f_{ij} t^{i+1}}{i+1} \right) \Big|_{t_{j-1}}^{t_j}. \quad (17)$$

Подставляя пределы интегрирования, получим:

$$\begin{aligned} S_j &= \sum_{i=0}^M \frac{f_{ij} t_j^{i+1}}{i+1} - \sum_{i=0}^M \frac{f_{ij} t_{j-1}^{i+1}}{i+1} = \\ &= \sum_{i=0}^M \left[ \frac{f_{ij}}{i+1} (t_j^{i+1} - t_{j-1}^{i+1}) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Поставляя полученное выражение (18) в (13), с учетом (14), получим формулу для определения выходного сигнала в момент времени  $t_k$

$$y(t_k) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=0}^M \left[ \frac{f_{ij}}{i+1} (t_j^{i+1} - t_{j-1}^{i+1}) \right]. \quad (19)$$

Остальные значения выходного сигнала  $y(t_j)$  находятся аналогично описанному выше алгоритму. Значение выходного сигнала в начальный (нулевой) момент времени, согласно принципу физической реализации системы (система не может мгновенно преобразовать входное воздействие), равно нулю. С учетом выше сказанного, получим массив точек выходного сигнала  $y \in (0, y_1, \dots, y_N)$  на равномерной сетке  $t \in (0, t_1, \dots, t_N)$ .

В заключении, по найденным значениям  $y$  строится сплайн  $y(t)$

$$y(t) = \begin{cases} b_{01} + b_{11}t + b_{21}t^2 + b_{31}t^3 + \dots + b_{M1}t^M, \\ b_{02} + b_{12}t + b_{22}t^2 + b_{32}t^3 + \dots + b_{M2}t^M, \\ \dots \\ b_{0N} + b_{1N}t + b_{2N}t^2 + b_{3N}t^3 + \dots + b_{MN}t^M. \end{cases} \quad (20)$$

где  $b_{ij}$  – коэффициенты сплайна выходного сигнала.

Пусть известны дискретные значения входного и выходного сигналов через равноотстоящие интервалы времени на интервале  $t \in [0, t_N]$ , тогда, аппроксимируем функции на входе и выходе системы сплайнами нечетного порядка (выражения (2) и (20), соответственно). Необходимо найти весовую функцию системы в виде (3). Непосредственно из интеграла свертки (1) выразить весовую функцию невозможно. Поэтому, рассмотрим совокупность значений подынтегральной функции  $\Pi(t_k, \tau)$  в узлах  $t_j$  (11)

$$\begin{cases} q_{0k} = \sum_{i=0}^M (v_{i1} 0^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,k} (t_k - 0)^i); \\ q_{1k} = \sum_{i=0}^M (v_{i1} t_1^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,k} (t_k - t_1)^i); \\ q_{2k} = \sum_{i=0}^M (v_{i2} t_2^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,k-1} (t_k - t_2)^i); \\ q_{kk} = \sum_{i=0}^M (v_{ik} t_k^i) \sum_{i=0}^M (a_{i,1} (t_k - t_k)^i). \end{cases}$$

Можно заметить, что в правых частях выражений первые множители представляют собой значения весовой функции в соответствующих узлах  $t_j$ . Вторые множители, после подстановки конкретных значений, представляют собой некоторые коэффициенты  $u_{jk}$ . С учетом выше сказанного выражение (11) примет вид:

$$\begin{cases} q_{0k} = \omega_0 u_{0k}; \\ q_{1k} = \omega_1 u_{1k}; \\ q_{2k} = \omega_2 u_{2k}; \\ \dots \\ q_{kk} = \omega_k u_{kk}, \end{cases} \quad (21)$$

где  $\omega_j$  – значения весовой функции в соответствующих узлах равномерной сетки  $t_j$ .

В системе уравнений (21) неизвестными считаем искомые значения весовой функции  $\omega_j$  и значения подынтегральной функции  $q_{jk}$ . Таким образом, система имеет  $2(k+1)$  неизвестных и  $(k+1)$  уравнений. Коэффициенты  $u_{jk}$  известны, так как для их расчета требуется знать только сплайн входного сигнала.

Система уравнений (11), а значит и система (21), составлена для расчета выходного сигнала только в момент времени  $t_k$ . Если составить аналогичные системы для каждого узла равномерной сетки, кроме нулевого, то получим  $N$  систем уравнений вида (22).

$$\begin{cases} q_{01} = \omega_0 u_{01}; \\ q_{11} = \omega_1 u_{11}; \\ \dots \\ q_{0N-1} = \omega_0 u_{0,N-1}; \\ q_{1,N-1} = \omega_1 u_{1,N-1}; \\ q_{2,N-1} = \omega_2 u_{2,N-1}; \\ \dots \\ q_{N-1,N-1} = \omega_{N-1} u_{N-1,N-1}; \end{cases}, \begin{cases} q_{02} = \omega_0 u_{02}; \\ q_{12} = \omega_1 u_{12}; \\ q_{22} = \omega_2 u_{22}; \\ \dots \\ q_{0N} = \omega_0 u_{0N}; \\ q_{1N} = \omega_1 u_{1N}; \\ q_{2N} = \omega_2 u_{2N}; \\ \dots \\ q_{NN} = \omega_N u_{NN}. \end{cases} \quad (22)$$

Число неизвестных уменьшилось по отношению к числу уравнений, так как в каждой системе присутствуют повторяющиеся значения весовой функции  $\omega_j$ .

Полученные системы уравнений (22) несут известную информацию только о входном сигнале системы (коэффициенты  $u_{jr}$ ). Для получения недостающих уравнений, определим связь полученных систем с выходным сигналом. Располагая значениями  $q_{jr}$  можно рассчитать площади под кривыми, и тем самым найти значения выходного сигнала в соответствующих узлах  $t_j$ . Если искать площадь под кривой с использованием сплайнов, то появятся избыточные условия, что не даст возможности найти значения весовой функции. Поэтому для определения площади будем использовать метод трапеций, так как он наиболее приемлемый и при разбиении мелкой сеткой достаточно точный.

Согласно методу трапеций значение интеграла на каждом участке разбиения определяется как площадь трапеции по формуле:

$$I_j = \frac{(q_{j-1,k} + q_{jk})}{2} (t_j - t_{j-1}) = \frac{(q_{j-1,k} + q_{jk})h}{2}, \quad (23)$$

где  $h$  – шаг сетки сплайна. Значение выходного сигнала в момент времени  $t_k$ , запишется в виде:

$$y(t_k) \approx I_1 + I_2 + \dots + I_k = \sum_{i=1}^k I_k. \quad (24)$$

С учетом (23) выражение (24) имеет вид:

$$y(t_k) \approx \frac{h}{2} [2q_{0k} + q_{1k} + q_{2k} + \dots + q_{k-1,k} + 2q_{kk}]. \quad (25)$$

Если составить аналогичные выражения для каждого узла равномерной сетки, кроме нулевого, то получим систему  $N$  уравнений:

$$\begin{cases} \frac{h}{2} [2q_{0N} + q_{1N} + \dots + q_{N-1,N} + 2q_{NN}] = y(t_N); \\ \frac{h}{2} [2q_{0N-1} + q_{1,N-1} + \dots + 2q_{N-1,N-1}] = y(t_{N-1}); \\ \dots \\ \frac{h}{2} [2q_{02} + q_{12} + 2q_{22}] = y(t_2); \\ \frac{h}{2} [2q_{01} + 2q_{11}] = y(t_1). \end{cases} \quad (26)$$

Подставим в полученную систему уравнений (26) значения  $q_{jk}$  из систем уравнений (19), в результате получим систему (27).

Полученная система  $N$  уравнений имеет  $(N + 1)$  неизвестных  $\omega$ . Получим недостающее уравнение. Для этого найдем производную от интеграла (1).

Согласно теореме Барроу, производная от интеграла с переменным верхним пределом, по верхнему пределу, равна подынтегральной функции, где вместо переменной интегрирования стоит переменный верхний предел.

$$\begin{cases} \frac{h}{2} [2\omega_0 u_{0N} + \omega_1 u_{1N} + \dots + \omega_{N-1} u_{N-1,N} + \\ + 2\omega_N u_{NN}] = y(t_N); \\ \frac{h}{2} [2\omega_0 u_{0,N-1} + \omega_1 u_{1,N-1} + \dots + 2\omega_{N-1} \times \\ \times u_{N-1,N-1}] = y(t_{N-1}); \\ \dots \\ \frac{h}{2} [2\omega_0 u_{02} + \omega_1 u_{12} + 2\omega_2 u_{22}] = y(t_2); \\ \frac{h}{2} [2\omega_0 u_{01} + 2\omega_1 u_{11}] = y(t_1). \end{cases} \quad (27)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \left( \int_0^t x(\tau) \omega(t-\tau) d\tau \right)' = x(t) \omega(0). \quad (28)$$

Выразим из (28) значение весовой функции:

$$\omega(0) = \frac{y'(t)}{x(t)}. \quad (29)$$

Значению весовой функции в нулевой момент времени соответствуют значения входного сигнала и производной выходного сигнала в нулевой момент времени:

$$\omega(0) = \frac{y'(0)}{x(0)}. \quad (30)$$

При подстановке в выражение (30) сплайна входного сигнала и производной сплайна выходного сигнала соответственно получим отношение только двух коэффициентов сплайнов, так как остальные обнулятся:

$$\omega(0) = \frac{b_{11}}{a_{01}}, \quad (31)$$

где  $a_{01}$  и  $b_{11}$  – коэффициенты сплайнов (2) и (20).

Полученное уравнение (31) подставим, как недостающее в систему уравнений (27), и раскроем скобки:

$$\begin{cases} h\omega_0 u_{0N} + 0,5h\omega_1 u_{1N} + \dots + 0,5h\omega_{N-1} u_{N-1,N} + \\ + h\omega_N u_{NN} = y(t_N); \\ h\omega_0 u_{0,N-1} + 0,5h\omega_1 u_{1,N-1} + \dots + h\omega_{N-1} \times \\ \times u_{N-1,N-1} = y(t_{N-1}); \\ \dots \\ h\omega_0 u_{02} + 0,5h\omega_1 u_{12} + h\omega_2 u_{22} = y(t_2); \\ h\omega_0 u_{01} + h\omega_1 u_{11} = y(t_1), \end{cases} \quad (32)$$

где  $\omega_0 = b_{11} / a_{01}$ .

Система уравнений (32) решается методом обратного хода, в результате чего определяются значения весовой функции во всех узловых точках. Затем строится сплайн весовой функции.

## 2. Алгоритм решения задачи с использованием коэффициентов передаточной функции

Пусть известны дискретные значения входного сигнала через равноотстоящие интервалы времени на интервале  $t \in [0, t_N]$ :

$$x(t) = \begin{cases} a_{01} + a_{11}t + a_{21}t^2 + a_{31}t^3 \dots a_{M1}t^M; \\ a_{02} + a_{12}t + a_{22}t^2 + a_{32}t^3 \dots a_{M2}t^M; \\ \dots \\ a_{0N} + a_{1N}t + a_{2N}t^2 + a_{3N}t^3 \dots a_{MN}t^M, \end{cases} \quad (33)$$

где  $a_{ij}$  – коэффициенты сплайна входного сигнала.

Аппроксимируем функцию на входе системы сплайном нечетного порядка. Выберем нечетный порядок сплайна [2], так как он более точно аппроксимирует заданную функцию, по сравнению со сплайном четного порядка.

Для простоты будем рассматривать сплайн только на  $i$ -м интервале, полагая, что на остальных интервалах коэффициенты выходного сплайна находятся аналогичным образом:

$$x_i(t) = \sum_{k=0}^m a_{ik} t_i^k, \quad (34)$$

где  $a_{ik}$  – коэффициенты входного сплайна на  $i$ -м интервале.

Также известны коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции, которая в общем случае имеет вид:

$$W_{\text{ЭКВ}}(p) = \frac{c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + \dots + c_l p^l}{d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + \dots + d_n p^n}. \quad (35)$$

Выходной сигнал системы также может быть представлен в виде сплайна того же порядка, что и входной сигнал (33). На  $i$ -м интервале выходной сплайн будет иметь вид:

$$y_i(t) = \sum_{k=0}^m b_{ik} t_i^k, \quad (36)$$

где  $b_{ik}$  – коэффициенты выходного сплайна на  $i$ -м интервале.

Для дальнейших рассуждений нам понадобятся производные входных и выходных сплайнов. Раскроем сумму входного и выходного сплайнов, тогда входной сплайн на  $i$ -м интервале будет иметь вид:

$$x_i(t) = a_{i0} + a_{i1}t_i + a_{i2}t_i^2 + a_{i3}t_i^3 + a_{i4}t_i^4 + \dots + a_{im}t_i^m. \quad (37)$$

Так как на интервале сплайн представляет собой обыкновенный полином  $m$ -й степени, следовательно, он может быть дифференцирован  $m$  раз. Определим все  $m$  производных входного сплайна.

$$\frac{d^{(v)}x_i(t)}{dt^{(v)}} = v \cdot (v-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot a_{iv} + (v+1) \cdot v \cdot (v-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot a_{iv+1} \cdot t_i + \dots + m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-v+1) a_{im} \cdot t_i^{m-v}; \quad (38)$$

$$\frac{d^{(m)}x_i(t)}{dt^{(m)}} = m! a_{im}. \quad (39)$$

Выходной сплайн также на  $i$ -м интервале будет иметь похожий вид:

$$y_i(t) = b_{i0} + b_{i1}t_i + b_{i2}t_i^2 + b_{i3}t_i^3 + b_{i4}t_i^4 + \dots + b_{im}t_i^m. \quad (40)$$

Данный сплайн также может быть дифференцирован  $m$  раз. Определим все  $m$  производных входного сплайна.

$$\frac{d^{(v)}y_i(t)}{dt^{(v)}} = v \cdot (v-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot b_{iv} + (v+1) \cdot v \cdot (v-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot b_{iv+1} \cdot t_i + \dots + m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-v+1) \cdot b_{im} \cdot t_i^{m-v}; \quad (41)$$

$$\frac{d^{(m)}y_i(t)}{dt^{(m)}} = m! b_{im}. \quad (42)$$

Определим коэффициенты выходного сплайна, если известны коэффициенты входного сплайна и параметры передаточных функций [1] типовых динамических звеньев. Результаты представлены в таблице.

Чтобы найти коэффициенты выходного сплайна, используем формулы (37)–(42). Будем считать, что порядок числителя передаточной функции меньше порядка знаменателя ( $l < n$ ) и порядок знаменателя передаточной функции меньше порядка используемого сплайна ( $n < m$ ). В результате получим:

$$b_{im} = \frac{c_0}{d_0} a_{im}; \quad (44)$$

$$b_{im-v} = \frac{1}{d_0} (c_0 \cdot a_{im-v} + c_1 \cdot (m-v+1) \cdot a_{im-v+1} + c_2 \cdot (m-v+2) \cdot (m-v+1) \cdot a_{im-v+2} + c_3 \cdot (m-v+3) \cdot (m-v+2) \cdot (m-v+1) \cdot a_{im-v+3} + \dots + c_v \cdot m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-v+1) \cdot a_{im} - d_1 \cdot (m-v+1) \cdot b_{im-v+1} - d_2 \cdot (m-v+2) \cdot (m-v+1) \cdot b_{im-v+2} - d_3 \cdot (m-v+3) \cdot (m-v+2) \cdot (m-v+1) \cdot b_{im-v+3} - \dots - d_v \cdot m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-v+1) \cdot b_{im}); \quad (45)$$

$$b_{i0} = \frac{1}{d_0} (c_0 \cdot a_{i0} + c_1 \cdot a_{i1} + c_2 \cdot 2! \cdot a_{i2} + c_3 \cdot 3! \cdot a_{i3} + \dots + c_v \cdot v! \cdot a_{iv} + \dots + c_l \cdot l! \cdot a_{il} - d_1 \cdot b_{i1} - d_2 \cdot 2! \cdot b_{i2} - \dots - d_v \cdot m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-v+1) \cdot b_{im}); \quad (46)$$

Рассмотрим вопросы идентификации системы с использованием сплайн-аппроксимации. Будем считать, что система имеет передаточную функ-

Коэффициенты выходного сплайна для типовых динамических звеньев

Тип звена	Коэффициенты выходного сплайна
Усилительное	$b_{im} = K a_{im}$
Апериодическое 1-го порядка	$b_{im-k} = K a_{im-k} - T(m-k+1)b_{im-k+1}$ , при $k = \overline{0, m}$ ; $b_{im+1} = 0$
Апериодическое 2-го порядка	$b_{im-k} = K a_{im-k} - T_1(m-k+1)b_{im-k+1} - T_2^2(m-k+2)(m-k+1)b_{im-k+2}$ , при $k = \overline{0, m}$ ; $b_{im+1} = 0$ ; $b_{im+2} = 0$
Колебательное 2-го порядка	$b_{im-k} = K a_{im-k} - 2\xi T(m-k+1)b_{im-k+1} - T^2(m-k+2)(m-k+1)b_{im-k+2}$ , при $k = \overline{0, m}$ ; $b_{im+1} = 0$ ; $b_{im+2} = 0$
Консервативное	$b_{im-k} = K a_{im-k} - T^2(m-k+2)(m-k+1)b_{im-k+2}$ , при $k = \overline{0, m}$ ; $b_{im+1} = 0$ ; $b_{im+2} = 0$
Интегрирующее	$b_{im-k} = K \frac{1}{m-k} a_{im-k-1}$ , при $k = \overline{0, m-1}$
Дифференцирующее	$b_{ik} = K(k+1)a_{ik+1}$ , при $k = \overline{0, m-1}$ ; $b_{im} = 0$

Часто передаточная функция системы имеет вид не просто одного типового динамического звена, а различной комбинации типовых динамических звеньев, и передаточную функцию такой системы можно представить в виде отношения полиномов:

$$W(p) = \frac{c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + \dots + c_l p^l}{d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + \dots + d_n p^n}. \quad (43)$$

цию, вид которой известен, т.е. известен порядок числителя и знаменателя передаточной функции, но не известны коэффициенты. Сигналы, подаваемые на исследуемую систему, и получаемые на выходе системы измеряются в некоторые дискретные моменты времени. Таким образом, вход и выход известны и могут быть описаны при помощи сплайнов некоторой степени. Пусть система опи-

сывается передаточной функцией вида (35). Пусть математическая модель системы имеет вид:

$$y(p) = \frac{c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + \dots + c_l p^l}{d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + \dots + d_n p^n} x(p), \quad (47)$$

где  $y(p)$  и  $x(p)$  – изображения по Лапласу выходного и входного сигналов соответственно.

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}, \quad l \leq n, \quad d_n = 1,$$

где  $W(p)$  – передаточная функция системы.

Задача идентификации состоит в определении параметров  $c_i, d_j$  передаточной функции  $W(p)$  по экспериментально полученному или рассчитанному выходному сигналу системы относительно известного входного. Преобразуем выражение (47):

$$y(p) (d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + \dots + d_n p^n) = (c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + \dots + c_l p^l) x(p); \quad (48)$$

$$\begin{aligned} d_0 y(p) + d_1 p y(p) + d_2 p^2 y(p) + \dots \\ + d_n p^n y(p) = c_0 x(p) + c_1 p x(p) + \\ + c_2 p^2 x(p) + \dots + c_l p^l x(p). \end{aligned} \quad (49)$$

Входной и выходной сигналы представляют собой сплайны некоторой степени  $m$ , которые можно описать математически следующим образом:

$$x = \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^m w_{ij} \frac{(t-t_i)^j}{j!}; \quad (50)$$

$$y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^m v_{ij} \frac{(t-t_i)^j}{j!}, \quad (51)$$

где  $N$  – число точек разбиения сигналов,  $m$  – степень сплайна ( $m \geq 3$ ),  $w_{ij}, v_{ij}$  – коэффициенты разложения в сплайн входного и выходного сигналов соответственно,  $t - t_i = h$  – шаг разбиения. Таким образом, входной и выходной сплайн на каждом интервале разбиения можно представить так:

$$x_i = w_{i0} + w_{i1} h + w_{i2} \frac{h^2}{2} + \dots + w_{im} \frac{h^m}{m!}; \quad (52)$$

$$y_i = v_{i0} + v_{i1} h + v_{i2} \frac{h^2}{2} + \dots + v_{im} \frac{h^m}{m!}. \quad (53)$$

В уравнении (49)  $p$  – оператор дифференцирования. Перейдем во временную область:

$$\begin{aligned} d_0 y(t) + d_1 \frac{dy(t)}{dt} + d_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \dots + d_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} = \\ = c_0 x(t) + c_1 \frac{dx(t)}{dt} + c_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \dots + c_l \frac{d^l x(t)}{dt^l}. \end{aligned} \quad (54)$$

Операция дифференцирования применительно к сплайнам вида (52) и (53) осуществляется в соответствии с формулами (37)–(39), (40)–(52). Причем производные порядка  $(m+1)$  и выше равны нулю. Подставим значения для производных в уравнение (54). Перенесем все слагаемые влево и распишем их при одинаковых степенях  $t$ . Получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \{ [d_0 v_{i0} + d_1 v_{i1} + \dots + d_{n-1} v_{i(n-1)} + v_{in}] - \\ & - [c_0 w_{i0} + c_1 w_{i1} + \dots + c_l w_{il}] \} + \\ & + t \{ [d_0 v_{i1} + d_1 v_{i2} + \dots + d_{n-1} v_{in} + v_{i(n+1)}] - \\ & - [c_0 w_{i1} + c_1 w_{i2} + \dots + c_l w_{i(l+1)}] \} + \dots \\ & \dots + \frac{t^{m-l}}{(m-l)!} \{ [d_0 v_{i(m-l)} + d_1 v_{i(m-l+1)} + \dots \\ & \dots + d_{n-1} v_{i(m-l-n+1)} + v_{i(m-l-n+2)}] - \\ & - [c_0 w_{i(m-l)} + c_1 w_{i(m-l+1)} + \dots + c_l w_{i(m-l)}] \} + \dots \\ & \dots + \frac{t^m}{m!} \{ d_0 v_{im} - c_0 w_{im} \} = 0. \end{aligned}$$

Так как полученное выражение равно нулю, то можно предположить, что выражения в фигурных скобках также равны нулю, то есть, получаем систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} d_0 v_{i0} + d_1 v_{i1} + \dots + d_{n-1} v_{i(n-1)} + v_{in} = \\ = c_0 w_{i0} + c_1 w_{i1} + \dots + c_l w_{il}; \\ d_0 v_{i1} + d_1 v_{i2} + \dots + d_{n-1} v_{in} + v_{i(n+1)} = \\ = c_0 w_{i1} + c_1 w_{i2} + \dots + c_l w_{i(l+1)}; \\ \vdots \\ d_0 v_{i(m-l)} + d_1 v_{i(m-l+1)} + \dots + d_{n-1} v_{i(m-l-n+1)} + \\ + v_{i(m-l-n+2)} = c_0 w_{i(m-l)} + c_1 w_{i(m-l+1)} + \dots + c_l w_{i(m-l)}; \\ \vdots \\ d_0 v_{im} = c_0 w_{im}. \end{cases} \quad (55)$$

Чтобы система уравнений (55) имела единственное не нулевое решение нужно, чтобы число уравнений системы равнялось числу неизвестных. Число уравнений системы –  $(m+1)$ , число неизвестных –  $(n+l+1)$ , таким образом, получаем:

$$m+1 = n+l+1 \Rightarrow m = n+l.$$

Т.е. степень сплайна должна равняться сумме порядков числителя и знаменателя передаточной функции. Пусть для определенности  $l < n$ , тогда с учетом последнего равенства перепишем систему алгебраических уравнений (55).

$$\begin{cases} d_0 v_{i0} + d_1 v_{i1} + \dots + d_l v_{il} + \dots + d_{n-1} v_{i(n-1)} + \\ + v_{in} = c_0 w_{i0} + c_1 w_{i1} + \dots + c_l w_{il}; \\ d_0 v_{i1} + d_1 v_{i2} + \dots + d_l v_{i(l+1)} + \dots + d_{n-1} v_{in} + \\ + v_{i(n+1)} = c_0 w_{i1} + c_1 w_{i2} + \dots + c_l w_{i(l+1)}; \\ \vdots \\ d_0 v_{in} + d_1 v_{i(n+1)} + \dots + d_l v_{im} = \\ = c_0 w_{in} + c_1 w_{i(n+1)} + \dots + c_l w_{im}; \\ d_0 v_{i(n+1)} + d_1 v_{i(n+2)} + \dots + d_{l-1} v_{im} = \\ = c_0 w_{i(n+1)} + c_1 w_{i(n+2)} + \dots + c_{l-1} w_{im}; \\ \vdots \\ d_0 v_{im} = c_0 w_{im}. \end{cases} \quad (56)$$

Запишем эту систему в матричном виде:

$$VD = WC, \quad (57)$$

### Алгоритмы решения задачи идентификации

где  $V$  – матрица размера  $(m+1) \times (n+1)$  коэффициентов разложения в сплайн выходного сигнала;  $D$  – вектор-столбец  $(n+1) \times 1$  коэффициентов знаменателя передаточной функции;  $W$  – матрица размера  $(m+1) \times (l+1)$  коэффициентов разложения в сплайн входного сигнала;  $C$  – вектор-столбец  $(l+1) \times 1$  коэффициентов числителя передаточной функции.

$$V = \begin{bmatrix} v_0 & v_1 & \dots & v_l & \dots & v_{n-1} & v_n \\ v_1 & v_2 & \dots & v_{l+1} & \dots & v_n & v_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ v_l & v_{l+1} & \dots & v_{2l} & \dots & v_{m-1} & v_m \\ v_{l+1} & v_{l+2} & \dots & v_{2l+1} & \dots & v_m & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ v_n & v_{n+1} & \dots & v_m & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ v_m & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$W = \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & \dots & w_{l-1} & w_l \\ w_1 & w_2 & \dots & w_l & w_{l+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ w_l & w_{l+1} & \dots & w_{2l-1} & w_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ w_n & w_{n+1} & \dots & w_{m-1} & w_m \\ w_{n+1} & w_{n+2} & \dots & w_m & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ w_m & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$D = [d_0 \ d_1 \ \dots \ d_l \ d_{l+1} \ \dots \ d_{n-1} \ 1]^T;$$

$$C = [c_0 \ c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{l-1} \ c_l]^T.$$

Запишем (57) в виде:

$$VD - WC = 0 \quad (58)$$

Решение уравнения (58) позволяет определить коэффициенты передаточной функции.

#### Выводы

1. Рассмотренный метод построения аппроксимирующего сплайна по экспериментальным данным является достаточно точным, но только при высоком порядке сплайна. Медленная скорость вычислений требует дальнейшей оптимизации алгоритма вычисления.

2. Метод определения выходного сигнала системы, описываемой весовой функцией, обеспечивает достаточную точность при аппроксимации сигналов сплайнами с малыми погрешностями.

3. Определение коэффициентов передаточной функции при использовании сплайн-аппроксимации сводится к решению алгебраических уравнений.

#### Литература

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.
2. Малоземов В.Н., Певный А.Б. Полиномиальные сплайны: Учеб. пособие. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. – 120 с.

# КАЛИБРОВКА АКСЕЛЕРОМЕТРА БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

*М.Н. Устюгов, М.А. Щипицына*

Для задачи анализа точности выставки бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) [1, 2] на неподвижном относительно Земли основании необходима информация о погрешностях акселерометров, входящих в состав БИНС. Эта информация может быть получена путем процедуры калибровки акселерометра на неподвижном относительно Земли основании. Акселерометр БИНС имеет абсолютную погрешность, которая включает постоянную составляющую, линейную комбинацию проекций вектора ускорения и квадратичную форму этих проекций с неизвестными коэффициентами, которые назовем калибровочными коэффициентами. Рассматривается задача определения калибровочных коэффициентов акселерометра.

Для нахождения калибровочных коэффициентов предлагается схема калибровочной установки, представленная на рис. 1. Двухосный карданов подвес установлен на неподвижном относительно Земли основании так, что плоскость, содержащая оси его наружной 1 и внутренней 2 рамок, является горизонтальной в начальном положении подвеса. Оси наружной и внутренней рамок пересекаются в точке  $O$ , являющейся центром масс системы, включающей карданов подвес и акселерометр 3. Внутренняя рамка представляет собой площадку, на которой расположен акселерометр. Измерительная ось акселерометра в начальном положении совпадает с осью наружной рамки подвеса. По осям наружной и внутренней рамок подвеса установлены соответственно датчики углов  $ДУ Q_1$ ,  $ДУ Q_2$ , сигналы которых подаются на вход вычислительного устройства (ВУ). В ВУ на основе измеряемой информации с привлечением необходимой априорной информации вычисляются требуемые калибровочные коэффициенты (КК). Схема акселерометра показана на рис. 2.

Для построения математической модели поставленной задачи введем декартовые системы координат (СК), изображенные на рис. 3:  $OX_1^0 X_2^0 X_3^0$  – СК, связанная с неподвижным основанием (СК  $X^{(0)}$ ), ось  $OX_3^0$  которой направлена вертикально вверх;  $OX_1^1 X_2^1 X_3^1$  и  $OX_1^2 X_2^2 X_3^2$  – системы координат, связанные с наружной (СК  $X^{(1)}$ ) и внутренней (СК  $X^{(2)}$ ) рамками соответственно. Углы поворота наружной и внутренней рамок вокруг собственных осей обозначены  $Q_1$  и  $Q_2$  соответственно.

Согласно рис. 3 матрицы направляющих косинусов от СК  $X^{(0)}$  к СК  $X^{(1)}$  и от СК  $X^{(1)}$  к СК  $X^{(2)}$  соответственно имеют вид:

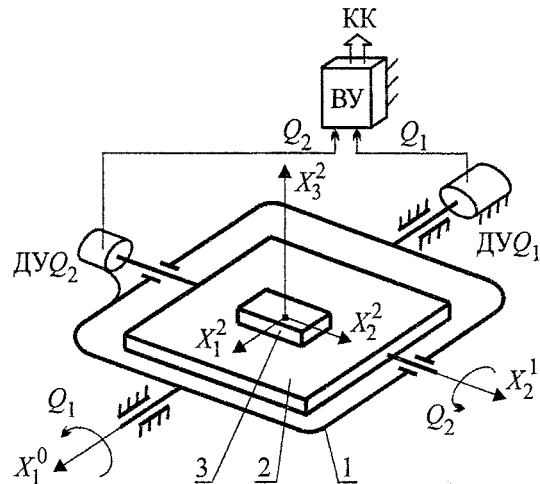


Рис. 1. Схема калибровочной установки акселерометра

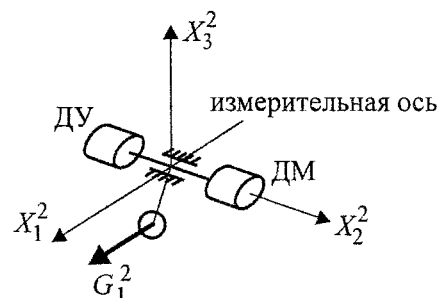


Рис. 2. Схема акселерометра

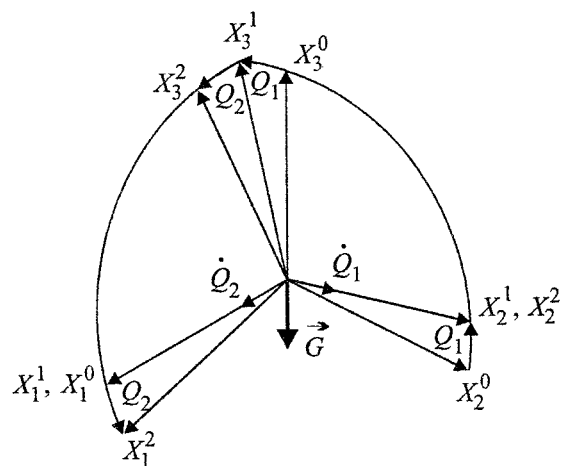


Рис. 3. Взаимное расположение систем координат

$$C^{01} = [C_{ik}^{01}] = [\vec{X}_i^0 \vec{X}_k^1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos Q_1 & -\sin Q_1 \\ 0 & \sin Q_1 & \cos Q_1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$



$$C^{12} = [C_{kj}^{12}] = [\bar{X}_k^1 \bar{X}_j^2] = \begin{bmatrix} \cos Q_2 & 0 & \sin Q_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin Q_2 & 0 & \cos Q_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Матрицу  $C^{02}$  направляющих косинусов осей СК  $X^{(0)}$  в СК  $X^{(2)}$  получим перемножением матриц  $C^{01}$  и  $C^{12}$ :

$$C^{02} = [C_{ij}^{02}] = C^{01} C^{12} = [\bar{X}_i^0 \bar{X}_j^2]$$

или

$$C^{02} = \begin{bmatrix} \cos Q_2 & 0 & \sin Q_2 \\ \sin Q_1 \sin Q_2 & \cos Q_1 & -\sin Q_1 \cos Q_2 \\ -\cos Q_1 \sin Q_2 & \sin Q_1 & \cos Q_1 \cos Q_2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

### 1. Уравнения относительно калибровочных коэффициентов

Входными воздействиями для акселерометра являются проекции вектора  $\vec{G}$  гравитационного ускорения на оси СК  $X^{(2)}$ , выходными величинами – сигналы акселерометра, которые согласно постановке задачи имеют вид:

$$S^0 = P_0 + (P_1 + k)G_1^{(2)} + \sum_{i=2}^3 P_i G_i^{(2)} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} G_i^{(2)} G_j^{(2)} \quad (4)$$

где  $G_i^{(2)}$  – проекции вектора  $\vec{G}$  на оси СК  $X^{(2)}$ ,  $k$  – масштабный коэффициент акселерометра,  $P_0, P_i, P_{ij}, i, j = \overline{1, 3}$  – калибровочные коэффициенты. Полезный выходной сигнал акселерометра есть

$$S^* = kG_1^{(2)}. \quad (5)$$

Вычитая (5) из (4), получим:

$$S = S^0 - S^* = P_0 + \sum_{i=1}^3 P_i G_i^{(2)} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} G_i^{(2)} G_j^{(2)}. \quad (6)$$

Так как  $P_{ij} = P_{ji}, i, j = \overline{1, 3}$ , то всего подлежат определению десять калибровочных коэффициентов:

$$P_0, P_1, P_2, P_3, P_{11}, P_{22}, P_{33}, P_{12}, P_{13}, P_{23}. \quad (7)$$

Для их определения необходимо иметь десять линейно независимых уравнений, которые можно получить, проведя десять измерений сигналов акселерометра при различных углах поворотов наружной и внутренней рамок подвеса, т.е. «подставляя» акселерометр к вектору  $\vec{G}$  в различных положениях.

Согласно рис. 3 вектор гравитационного ускорения равен  $\vec{G} = -G\vec{X}_3^0$ . Проекция вектора  $\vec{G}$  на оси СК  $X^{(2)}$  имеют вид

$$G_i^{(2)} = -GC_{3i}^{02}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (8)$$

Подставим (8) в (6) и поменяем местами левую и правую части равенства:

$$P_0 - G \sum_{i=1}^3 P_i C_{3i}^{02} + (G)^2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} C_{3i}^{02} C_{3j}^{02} = S. \quad (9)$$

Задавая значения углов  $Q_1, Q_2$ , получим соответствующие значения направляющих косинусов (НК)  $C_{3i}^{02}$  для десяти сочетаний, которые внесем в таблицу.

Значения  $C_{3i}^{02}$  для десяти сочетаний значений углов  $Q_1, Q_2$

	$Q_1$	$Q_2$	$C_{31}^{02}$	$C_{32}^{02}$	$C_{33}^{02}$
1	0	0	0	0	1
2	0	$\pi/2$	-1	0	0
3	0	$\pi$	0	0	-1
4	0	$-\pi/2$	1	0	0
5	$\pi/2$	0	0	1	0
6	$-\pi/2$	0	0	-1	0
7	0	$\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$	0	$\sqrt{2}/2$
8	$\pi/4$	0	0	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$
9	0	$-\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	0	$\sqrt{2}/2$
10	$-\pi/4$	$\pi/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	0

Используя выражение (9) и таблицу, составим десять уравнений для определения калибровочных коэффициентов:

$$\begin{cases} P_0 - GP_3 + (G)^2 P_{33} = S_1; \\ P_0 + GP_1 + (G)^2 P_{11} = S_2; \\ P_0 + GP_3 + (G)^2 P_{33} = S_3; \\ P_0 - GP_1 + (G)^2 P_{11} = S_4; \\ P_0 - GP_2 + (G)^2 P_{22} = S_5; \\ P_0 + GP_2 + (G)^2 P_{22} = S_6; \\ P_0 + GP_1 \sqrt{2}/2 - GP_3 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{11}/2 + (G)^2 P_{33}/2 - (G)^2 P_{13}/2 = S_7; \\ P_0 - GP_2 \sqrt{2}/2 - GP_3 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{22}/2 + (G)^2 P_{33}/2 + (G)^2 P_{23}/2 = S_8; \\ P_0 - GP_1 \sqrt{2}/2 - GP_3 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{11}/2 + (G)^2 P_{33}/2 + (G)^2 P_{13}/2 = S_9; \\ P_0 + GP_1 \sqrt{2}/2 + GP_2 \sqrt{2}/2 + (G)^2 P_{11}/2 + (G)^2 P_{22}/2 + (G)^2 P_{12}/2 = S_{10}, \end{cases} \quad (10)$$

где  $S_k, k = \overline{1, 10}$  – величины измеренного сигнала акселерометра, повернутого на углы  $Q_1, Q_2$ , соответствующие варианту  $k$  таблицы.

### 2. Решения уравнений относительно калибровочных коэффициентов

Рассуждая формально, можно сделать вывод о том, что десять неизвестных (7) входят в систему (10), (11), состоящую из десяти линейно независимых уравнений. А поэтому должны существовать ее решения.

Рассмотрим *первый частный случай*, характеризуемый условиями:

$$P_{ij} = 0, \quad i, j = \overline{1, 3}. \quad (12)$$

Подставив (12) в (10), получим:

$$\begin{cases} P_0 - GP_3 = S_1; \\ P_0 + GP_1 = S_2; \\ P_0 + GP_3 = S_3; \\ P_0 - GP_1 = S_4; \\ P_0 - GP_2 = S_5; \\ P_0 + GP_2 = S_6. \end{cases} \quad (13)$$

Из уравнений (13) находим:

$$\begin{cases} P_0 = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 S_k; \\ P_1 = (S_2 - S_4)/(2G); \\ P_2 = (S_6 - S_5)/(2G); \\ P_3 = (S_3 - S_1)/(2G). \end{cases} \quad (14)$$

*Второй частный случай* характеризуется условиями:

$$P_{ii} = 0, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (15)$$

Подставив (15) в (10), получим систему, аналогичную (13). Следовательно, коэффициенты  $P_0, P_1, P_2, P_3$  определяются по формулам (14). Подставляя (15) в (11) и перенося в правую часть слагаемые с  $P_i, i = \overline{0, 3}$ , получим

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}(G)^2 P_{13} = S_7 - P_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} GP_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} GP_3; \\ \frac{1}{2}(G)^2 P_{23} = S_8 - P_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} GP_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} GP_3; \\ -\frac{1}{2}(G)^2 P_{12} = S_{10} - P_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} GP_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} GP_2, \end{cases} \quad (16)$$

откуда:

$$\begin{cases} P_{12} = \frac{2}{(G)^2} \left( -P_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} G(P_2 + P_1) + S_{10} \right); \\ P_{13} = \frac{2}{(G)^2} \left( P_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} G(P_1 - P_3) - S_7 \right); \\ P_{23} = \frac{2}{(G)^2} \left( -P_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} G(P_2 + P_3) + S_8 \right). \end{cases} \quad (17)$$

Для получения решения *в общем случае* необходимо использовать системы (10), (11) совместно.

Далее рассмотрим второй частный случай.

### 3. Численное моделирование алгоритма определения калибровочных коэффициентов

Для расчета калибровочных коэффициентов построен алгоритм, для реализации численного моделирования которого необходимо «заменить» измеряемые величины вычисленными на основе реальной модели функционирования калибровочной установки. Для этого следует решить обрат-

ную задачу: при заданных величинах калибровочных коэффициентов определить величины сигналов акселерометра

$$S_k, \quad k = \overline{1, 10}, \quad (18)$$

а затем вычислить калибровочные коэффициенты. Вычисленные значения с точностью до вычислительных погрешностей должны быть равны соответствующим заданным величинам. С целью сравнения вычисленных и заданных величин коэффициентов введем относительные погрешности

$$\begin{cases} D_i = \frac{|P_i - P_i^*|}{P_i^*}, \quad i = \overline{0, 3}; \\ D_{ij} = \frac{|P_{ij} - P_{ij}^*|}{P_{ij}^*}, \quad i, j = \overline{1, 3}. \end{cases} \quad (19)$$

Вычислив величины относительных погрешностей  $D_i, D_{ij}$  и сравнив их с заданной относительной погрешностью, можно сделать вывод о точности определения калибровочных коэффициентов и о правильности составленного алгоритма.

Для решения этой задачи следует использовать формулу (9) при десяти сочетаниях величин углов  $Q_1, Q_2$ , приведенных в таблице, затем использовать формулы (14) и (17), после чего определить величины (19). С учетом этих замечаний сформулирован алгоритм, являющийся решением задачи этого подраздела. На основе этого алгоритма реализована программа в системе Turbo-Pascal 7.0.

### 4. Методика определения калибровочных коэффициентов

1. Необходимо иметь следующее.

1.1. Установку (рис. 1).

1.2. С относительной погрешностью  $10^{-6}$  значения величин  $G$  – модуля вектора гравитационного ускорения точки  $O$  и  $k$  – масштабного коэффициента акселерометра.

1.3. С относительной погрешностью  $10^{-4}$  углы поворотов рамок карданова подвеса.

1.4. С относительной погрешностью  $10^{-4}$  сигналы акселерометра.

1.5. Программу, установленную в вычислительное устройство.

2. Установить акселерометр в начальный момент времени на площадке внутренней рамки так, как показано на рис. 1, при условии выполнения процедуры статической балансировки установки.

3. Поворачивая наружную и внутреннюю рамки вокруг их осей на углы согласно таблице (10 сочетаний углов), измерять сигналы акселерометра  $S_k, k = \overline{1, 10}$  и запоминать их в вычислительном устройстве.

4. Ввести величины  $S_k$  и величины пункта 0 этой методики в программу, установленную в вычислительном устройстве и вычислить по этой программе значения калибровочных коэффициентов.

**Заключение**

1. Предложены схема калибровочной установки и метод определения калибровочных коэффициентов.

2. Построена математическая модель, составлен алгоритм и разработана программа для определения калибровочных коэффициентов.

3. Построена математическая модель, составлен алгоритм и разработана программа численного моделирования алгоритма определения калибровочных коэффициентов, позволяющих проверить правильность алгоритма разд. 2 при выполнении реальной калибровки.

4. Сформулирована методика определения калибровочных коэффициентов.

**Литература**

1. Щитицын А.Г., Щитицына М.А. и др. К задаче определения начальной ориентации объекта бесплатформенной инерциальной навигационной системой// XXV Российская школа по проблемам науки и технологий, посвященная 60-летию Победы. Краткие сообщения. – Екатеринбург: УрО РАН, 2005. – С. 266–268.

2. Устюгов М.Н., Щитицына М.А. Математическая модель для задачи определения параметров начальной ориентации объекта бесплатформенной инерциальной навигационной системой// XXVI Российская школа по проблемам науки и технологий. Краткие сообщения. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – С. 241–243.

# АДАПТИВНАЯ КАЛМАНОВСКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПО ПРИНЦИПУ МАКСИМУМА ПРАВДОПОДОБИЯ КОВАРИАЦИЙ

Л.А. Фокин

В инженерно-технических приложениях распространена практика калмановской фильтрации состояния  $\mathbf{x}_{m \times 1}$  системы

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (1)$$

с известной структурой  $(\mathbf{A}_{n \times n}, \mathbf{B}_{n \times m}, \mathbf{G}_{n \times q})$ , воздействием  $\mathbf{u}_{m \times 1}$  и характеристиками белого гауссова шума процесса

$$\mathbf{w}_{q \times 1} \in \mathcal{N}(\mathbf{0}_{q \times 1}, \mathbf{Q}_{q \times q})$$

по зашумленным линейным измерениям  $\mathbf{z}_{r \times 1}$  некоторых или всех компонент состояния

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{v} \quad (2)$$

с известной структурой измерений  $(\mathbf{H}_{r \times n}, \mathbf{D}_{r \times p})$  и характеристиками шума измерений

$$\mathbf{v}_{p \times 1} \in \mathcal{N}(\mathbf{0}_{p \times 1}, \mathbf{R}_{p \times p}).$$

Шумы  $\mathbf{w}$  и  $\mathbf{v}$  обычно принимаются белыми, гауссовыми. Использование линейных формирующих фильтров с белозумными гауссовыми воздействиями позволяет получить шумы с автокорреляционной функцией отличной от дельта-функции: случайные блуждания, экспоненциально-коррелированный шум и другие, что повышает потенциальную точность оценивания и больше соответствует реалиям технических задач. Гауссов характер расширенного вектора состояния в этом случае сохраняется, что позволяет использовать наблюдатели, теория которых разработана в гауссовом приближении распределения [1, 2].

На практике характеристики шума процесса и измерений зависят от динамики объекта, условий внешней среды. Эффективной является адаптация матриц  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  с использованием дополнительной информации, поступающей с измерениями  $\mathbf{z}$ , в виде так называемой инновации измерений [1, 3–6]

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^-; \quad (3)$$

$\hat{\mathbf{x}}^-$  – априорная оценка;  $\hat{\mathbf{x}}^+$  – апостериорная оценка состояния системы (1).

Идея адаптации  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  реализуется ковариационными и автокорреляционными методами [2, 7–9]. Отмечается, что в качестве адаптации может также рассматриваться уточнение априорных знаний о структуре системы  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{G})$  и измерений  $(\mathbf{H}, \mathbf{D})$  путем «онлайн» идентификации [3, 4, 10].

Методы байесовского оценивания, а также методы, основанные на использовании максимума правдоподобия, имеют дело с поиском экстремума условной плотности вероятности  $p(\mathbf{z}|\mathbf{x})$  с целью определения оценки  $\hat{\mathbf{x}}$ , доставляющей максимум

$p(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ , и приспособлены главным образом для обработки измерений статических величин или оценки состояния медленных систем [1, 2, 9, 11].

Рассматривается адаптация  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  с использованием инноваций  $\tilde{\mathbf{y}}$  в движущемся окне, путем реализации принципа максимума правдоподобия экспериментальной ковариации  $\tilde{\mathbf{C}} = \text{cov}(\tilde{\mathbf{y}})$ . Матрицы  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{G})$ ,  $(\mathbf{H}, \mathbf{D})$  и управление  $\mathbf{u}$  известны.

## 1. Фильтр Калмана нестационарной линейной системы с нестационарным шумом процесса и измерений

Дискретная форма (1) и (2) при нестационарных  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{G})$  и  $(\mathbf{H}, \mathbf{D})$  [1, 10]:

$$\mathbf{x}_k = \Phi_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k; \quad (4)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k \mathbf{v}_k, \quad (5)$$

где

$$\Phi_k = \Phi(t_k, t_{k-1}) = \exp \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{A}(t) dt; \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_k \mathbf{u}_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, \tau) \mathbf{B}(\tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau; \quad (7)$$

$$\mathbf{G}_k \mathbf{w}_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, \tau) \mathbf{G}(\tau) \mathbf{w}(\tau) d\tau; \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{H}(t_k); \quad (9)$$

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{D}(t_k); \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_k &= \text{cov}(\mathbf{G}_k \mathbf{w}_k) = \\ &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, \tau) \mathbf{G}(\tau) \mathbf{Q}(\tau) \mathbf{G}^T(\tau) \Phi^T(t_k, \tau) d\tau \approx \\ &\approx \mathbf{G}(t_k) \mathbf{Q}(t_k) \mathbf{G}^T(t_k) (t_k - t_{k-1}); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_k = \text{cov}(\mathbf{D}_k \mathbf{v}_k) = \mathbf{D}_k \mathbf{R}(t_k) \mathbf{D}_k^T. \quad (12)$$

Предикторная часть фильтра Калмана [1, 2]:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k; \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k; \quad (14)$$

корректорная часть:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-; \quad (15)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k; \quad (16)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}; \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k; \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-, \quad (19)$$

где  $\mathbf{P}_k^+ = \text{cov}(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+)$ ;  $\mathbf{S}_k = \text{cov}(\tilde{\mathbf{y}}_k)$ ;  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  – инновация измерений;  $\mathbf{K}_k$  – матрица Калмана.

Соотношение (19) предполагает, что используется оптимальная матрица  $\mathbf{K}_k$ , полученная на основе (17). Иначе вместо (19) необходимо использовать наиболее общее выражение [1, 2]

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T, \quad (20)$$
 справедливое для  $\mathbf{K}_k$  не удовлетворяющих (17). Соотношение (19) получается при умножения (17) на  $\mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T$  справа:

$$\mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T \mathbf{K}_k^T, \quad (21)$$

подстановке (21) в (20) и подстановке (16).

Фильтр Калмана оптимален в смысле минимума по  $\mathbf{K}_k$  математического ожидания квадрата ошибки оценивания:

$$\min_{\mathbf{K}_k} \left\{ \mathbf{M} \left\{ \left| \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+ \right|^2 \right\} \right\}, \text{ или } \min_{\mathbf{K}_k} \left\{ \text{tr} \left\{ \mathbf{P}_k^+ \right\} \right\}, \quad (22)$$

Результатом требования (22) является (17). Обеспечивается несмещенность оценки:

$$\mathbf{M} \left\{ \mathbf{x}_k \right\} = \mathbf{M} \left\{ \hat{\mathbf{x}}_k^+ \right\}. \quad (23)$$

Фильтр Калмана оптимален при точно известной структуре модели ( $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{G}$ ), измерений ( $\mathbf{H}, \mathbf{D}$ ), воздействиях  $\mathbf{u}$ , и ковариациях  $\mathbf{P}_0^+$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ . Неопределенность структуры модели и измерений, неточность ковариаций, а также неадекватность предположения о гауссовом характере распределения  $\mathbf{w}$  и  $\mathbf{v}$  приводят к неоптимальности оценки состояния, расходимости фильтра.

## 2. Роль $\tilde{\mathbf{y}}_k$ в адаптации $\mathbf{Q}_k$ и $\mathbf{R}_k$

При условии оптимальности фильтра Калмана  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  является центрированной гауссовой [1, 4]:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_k &= \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k \mathbf{v}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- = \\ &= \mathbf{H}_k (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-) + \mathbf{D}_k \mathbf{v}_k; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \left\{ \tilde{\mathbf{y}}_k \right\} &= \mathbf{M} \left\{ \mathbf{H}_k (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-) + \mathbf{D}_k \mathbf{v}_k \right\} = \\ &= \mathbf{H}_k \left( \underbrace{\mathbf{M} \left\{ \mathbf{x}_k \right\}}_0 - \underbrace{\mathbf{M} \left\{ \hat{\mathbf{x}}_k^- \right\}}_0 \right) + \mathbf{D}_k \underbrace{\mathbf{M} \left\{ \mathbf{v}_k \right\}}_0 = \mathbf{0}_{r \times 1} \end{aligned} \quad (25)$$

с учетом (23). Выявленное в режиме «онлайн» отклонение  $\mathbf{M} \left\{ \tilde{\mathbf{y}}_k \right\}$  от нуля, либо условие

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \text{cov}(\tilde{\mathbf{y}}_k) \neq \mathbf{S}_k \quad (26)$$

в соответствии с (16) говорит о том, что используется неверная статистическая информация, фильтр неоптимален, и необходимо корректировать  $\mathbf{Q}_k$  и  $\mathbf{R}_k$ . Экспериментальная ковариация  $\tilde{\mathbf{C}}_k$  определяется в движущемся окне [3, 4, 12]:

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=j_0}^k \tilde{\mathbf{y}}_j \tilde{\mathbf{y}}_j^T, \quad (27)$$

при том допущении, что  $\text{cov}(\tilde{\mathbf{y}}_k)$  неизменна в пределах окна, где  $j_0 = k - N + 1$ ;  $N$  – ширина движущегося окна, выбираемая исходя из динамических свойств объекта, а также исходя из  $\Delta t_k = (t_k - t_{k-1})$ . Ковариация  $\tilde{\mathbf{C}}_k$  используется для коррекции априорной информации о шуме процесса и измерений, т.е. для адаптации  $\mathbf{Q}_k$  и  $\mathbf{R}_k$ .

В данном исследовании мы полагаем  $\tilde{\mathbf{C}}_k$  неизвестной, а  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  доступными при всех  $k$  [4].

## 3. Принцип максимума правдоподобия

Принцип максимума правдоподобия позволяет оценить статическую величину  $\mathbf{x}$  (в отличие от динамической, определяемой процессом (1)) исходя из того, что  $\hat{\mathbf{x}}$  доставляет максимум условной плотности вероятности  $p(\mathbf{z} | \mathbf{x})$ , при измерениях вида (2). Величина  $\mathbf{x}$  считается детерминированной, а измерения  $\mathbf{z}$  – случайными, центрированными вокруг  $\mathbf{H}\mathbf{x}$  с ковариацией  $\mathbf{R} = \text{cov}(\mathbf{D}\mathbf{v})$ . Если  $\mathbf{D}\mathbf{v}$  распределен гауссово, то

$$\begin{aligned} p(\mathbf{z} | \mathbf{x}) &= p(\mathbf{D}\mathbf{v}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^r \det \mathbf{R}}} \times \\ &\times \exp \left( -\frac{1}{2} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Условная плотность  $p(\mathbf{z} | \mathbf{x})$  максимизируется по  $\mathbf{x}$  минимизацией  $(\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x})$ . Максимум (28) доставляется при [1, 11]

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}. \quad (29)$$

Увеличение количества измерений позволяет получить более точную оценку  $\mathbf{x}$ .

## 4. Адаптация $\mathbf{Q}_k$ и $\mathbf{R}_k$

### по принципу максимума правдоподобия

Допустим, что распределение инновации  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  гауссово, с ковариационной матрицей  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ :

$$p(\tilde{\mathbf{y}}_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^r \det \tilde{\mathbf{C}}_k}} \exp \left( -\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k \right). \quad (30)$$

Плотность  $p(\tilde{\mathbf{y}}_k)$  трактуется как  $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ ,  $p(\mathbf{z}_k | \tilde{\mathbf{C}}_k)$ ,  $p(\mathbf{z}_k | \hat{\mathbf{Q}}_k, \hat{\mathbf{R}}_k)$  или  $p(\mathbf{z}_k | Q_{ij}, R_{ab})$ ,  $i, j = \overline{1, q}$ ,  $a, b = \overline{1, p}$ , где  $Q_{ij}, R_{ab}$  – элементы матриц  $\hat{\mathbf{Q}}_k$  и  $\hat{\mathbf{R}}_k$ , от которых зависит матрица  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ :

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \tilde{\mathbf{C}}_k(\hat{\mathbf{Q}}_k, \hat{\mathbf{R}}_k), \quad (31)$$

Получим зависимость (31) в явном виде. Полагая, что  $\tilde{\mathbf{C}}_k$  содержит новую информацию о ковариациях шума процесса и измерений, по сравнению с содержащейся в  $\mathbf{S}_k$ , вычисляемой по (16) в отсутствие адаптации, получим по аналогии с (16):

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k, \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k^- = \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T + \hat{\mathbf{Q}}_k. \quad (33)$$

Подставляя (33) в (32):

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k. \quad (34)$$

Уравнение (34) имеет множество решений  $(\hat{\mathbf{Q}}_k, \hat{\mathbf{R}}_k)$ . Нас интересует только то решение  $(\hat{\mathbf{Q}}_{Mk}, \hat{\mathbf{R}}_{Mk})$ , которое удовлетворяет принципу максимума правдоподобия [4]:

$$I_{\max} = \max_{\mathbf{C}_k} \{p(\tilde{\mathbf{y}}_k)\} = \max_{\hat{\mathbf{Q}}_k, \hat{\mathbf{R}}_k} \{p(\tilde{\mathbf{y}}_k)\}. \quad (35)$$

Примем следующие допущения [4, 10]:

- $\tilde{\mathbf{y}}_k$  представляет собой белый гауссов эргодический процесс в пределах окна шириной  $N$ , не зависящий от  $\hat{\mathbf{Q}}_k$  и  $\hat{\mathbf{R}}_k$ ;

- $(\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k, \mathbf{G}_k)$ ,  $(\mathbf{H}_k, \mathbf{D}_k)$ ,  $\mathbf{u}_k$  не зависят от  $\hat{\mathbf{Q}}_k$  и  $\hat{\mathbf{R}}_k$ ;

- $\hat{\mathbf{Q}}_k$  и  $\hat{\mathbf{R}}_k$  независимы;

- максимум (35) существует.

Задача максимизации (35) по  $\hat{\mathbf{Q}}_k$  и  $\hat{\mathbf{R}}_k$  сложнее задачи максимизации (35) по  $\tilde{\mathbf{y}}_k$ ,  $\mathbf{z}_k$ , либо  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ , поскольку, во-первых, ищется экстремум по матрице, а не по вектору, во-вторых, задача не сводится к поиску экстремума показателя экспоненты, как в разделе 3.

Подставляя (34) в (30) и логарифмируя (30):

$$\begin{aligned} -2 \ln p(\tilde{\mathbf{y}}_k) &= r \ln(2\pi) + \\ &+ \ln \det(\mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k) + \\ &+ \tilde{\mathbf{y}}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k)^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k; \quad (36) \end{aligned}$$

Поиск максимума (35) сводится к поиску минимума выражения в правой части (36):

$$\begin{aligned} J &= \ln \det(\mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k) + \\ &+ \tilde{\mathbf{y}}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k)^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k; \quad (37) \end{aligned}$$

$$J_{\min} = \min_{\hat{\mathbf{Q}}_k, \hat{\mathbf{R}}_k} \{J\}. \quad (38)$$

Минимум (38) ищем с учетом следующих свойств:

$$\frac{\partial \ln \det \mathbf{M}}{\partial \mu} = \frac{1}{\det \mathbf{M}} \cdot \frac{\partial \det \mathbf{M}}{\partial \mu} = \text{tr} \left\{ \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mu} \right\}; \quad (39)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}^{-1}}{\partial \mu} = -\mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mu} \mathbf{M}^{-1}, \quad (40)$$

где  $\mathbf{M}(\mu)$  – квадратная невырожденная матрица,  $\mu$  – скалярный параметр [4]. Минимум (38) достигается такими  $\hat{\mathbf{Q}}_k = \hat{\mathbf{Q}}_{Mk}$  и  $\hat{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{R}}_{Mk}$ , что

$$\begin{cases} \partial J / \partial Q_{ij} = 0, & i, j = 1 \dots q; \\ \partial J / \partial R_{ab} = 0, & a, b = 1 \dots p. \end{cases} \quad (41)$$

Раскрывая частные производные (41) с учетом свойств (39), (40), получим:

$$\begin{aligned} &\text{tr} \left\{ \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \times \right. \\ &\times \left. \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \frac{\partial \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+}{\partial Q_{ij}} \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}_k}{\partial Q_{ij}} \mathbf{H}_k^T \right) \right\} - \\ &- \tilde{\mathbf{y}}_k^T \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \times \\ &\times \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \frac{\partial \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+}{\partial Q_{ij}} \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}_k}{\partial Q_{ij}} \mathbf{H}_k^T \right) \times \\ &\times \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k = 0; \\ &\text{tr} \left\{ \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \times \right. \\ &\times \left. \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \frac{\partial \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+}{\partial R_{ab}} \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \frac{\partial \hat{\mathbf{R}}_k}{\partial R_{ab}} \right) \right\} - \\ &- \tilde{\mathbf{y}}_k^T \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \times \\ &\times \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \frac{\partial \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+}{\partial R_{ab}} \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \frac{\partial \hat{\mathbf{R}}_k}{\partial R_{ab}} \right) \times \\ &\times \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k = 0; \end{aligned} \quad (42)$$

В установившемся режиме

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+}{\partial Q_{ij}} = \mathbf{0}_{n \times n};$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+}{\partial R_{ab}} = \mathbf{0}.$$

Определяя частные производные по  $Q_{ij}$  и  $R_{ab}$  для всех  $i, j, a, b$ , и комбинируя уравнения (42):

$$\begin{aligned} &\text{tr} \left\{ \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T \right\} - \\ &- \tilde{\mathbf{y}}_k^T \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T \times \\ &\times \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k = 0; \quad (43) \\ &\text{tr} \left\{ \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \right\} - \\ &- \tilde{\mathbf{y}}_k^T \left( \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \hat{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \mathbf{Q}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Q}}_k \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \right)^{-2} \tilde{\mathbf{y}}_k = 0; \end{aligned}$$

Внося слагаемые под знак трассера в соответствии с правилом [4]

$$\boldsymbol{\mu}^T \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1 \boldsymbol{\mu} = \text{tr} \left\{ \left( \mathbf{M}_1 \boldsymbol{\mu} \mathbf{M}_1^T \right) \mathbf{M}_2 \right\},$$

где  $\boldsymbol{\mu}$  – вектор, коммутативный квадратным матрицам  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$ , с учетом (34), получим:

$$\begin{cases} \text{tr} \left\{ \left( \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} - \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} \right) \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T \right\} = 0; \\ \text{tr} \left\{ \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} - \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k^{-2} \right\} = 0; \end{cases} \quad (44)$$

Решение (44) эквивалентно решению системы

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} - \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} = \Gamma_1 (\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T)^{-1}; \\ \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} - \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k^{-2} = \Gamma_2, \end{cases} \quad (45)$$

при условии

$$\text{tr}\{\Gamma_1\} = \text{tr}\{\Gamma_2\} = 0, \quad (46)$$

и существовании  $(\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T)^{-1}$ . Матрица  $\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T$  сингулярна при  $r > n$ , и сингулярна в частных случаях при  $r \leq n$  [13]. Полагаем далее, что  $r \leq n$ ,  $\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T$  невырожденная. Условие (46) предоставляет значительную свободу выбора  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Вычитая первое уравнение (45) из второго, получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} - \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k^{-2} &= \Gamma_2 - \Gamma_1 (\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T)^{-1}; \\ \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_k - \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T &= \tilde{\mathbf{C}}_k^{-1} (\Gamma_2 - \Gamma_1 (\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T)^{-1}) \tilde{\mathbf{C}}_k^{-2}. \end{aligned}$$

При  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathbf{0}_{r \times r}$  и  $\tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T = \tilde{\mathbf{Y}}_k$ :

$$\tilde{\mathbf{Y}}_k \tilde{\mathbf{C}}_k - \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{Y}}_k = \mathbf{0}_{r \times r}. \quad (47)$$

Уравнение Фробениуса (47) имеет множество решений, количество которых определяется свойствами матрицы  $\tilde{\mathbf{Y}}_k$  [13]. Используется следующее решение:

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \tilde{\mathbf{Y}}_k = \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T,$$

удовлетворяющее (44).

Адаптация ковариаций улучшается при реализации максимума суммы вероятностей, в отличие от (35) [3, 4]:

$$I_{\max} = \max_{\tilde{\mathbf{C}}_k} \left\{ \sum_{j=j_0}^k p(\tilde{\mathbf{y}}_j) \right\} = \max_{\hat{\mathbf{Q}}_k, \hat{\mathbf{R}}_k} \left\{ \sum_{j=j_0}^k p(\tilde{\mathbf{y}}_j) \right\}. \quad (48)$$

В этом случае, применяя рассуждения аналогичные (35)–(47), получаем решение  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ , имеющее вид (27).

Искомые ковариации шума [4]:

$$\hat{\mathbf{Q}}_{Mk} \approx \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{C}}_k \mathbf{K}_k^T, \quad (49)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{Mk} = \tilde{\mathbf{C}}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T, \quad (50)$$

где  $\mathbf{K}_k$  вычисляется по уравнениям (14), (17) до адаптации на текущем шаге.

Матрицы  $\hat{\mathbf{Q}}_{Mk}$  и  $\hat{\mathbf{R}}_{Mk}$  являются адаптированными по принципу максимума правдоподобия (48) ковариациями, которые используются в алгоритме фильтра Калмана (13)–(19).

### 5. Раздельная адаптация $\mathbf{Q}_k$ и $\mathbf{R}_k$

Если  $\mathbf{R}_k$  известна, то адаптированная ковариация  $\hat{\mathbf{Q}}_{Mk}$  определяется согласно (49). Ковариация  $\hat{\mathbf{R}}_{Mk}$  определяется согласно (50), если известна  $\mathbf{Q}_k$ . Ковариация  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ , удовлетворяющая (48), сохраняет вид (27) в тех случаях, когда  $\hat{\mathbf{Q}}_k = \mathbf{Q}_k$ , либо  $\hat{\mathbf{R}}_k = \mathbf{R}_k$  [3, 4].

### Заключение

Рассмотрены варианты адаптации ковариационных матриц шума процесса и измерений по принципу максимума правдоподобия, с использованием инноваций в движущемся окне, при ис-

пользовании фильтра Калмана для оценивания состояния линейной нестационарной системы в условиях меняющихся характеристик шума процесса и измерений.

Основное внимание уделено способам адаптации при неизвестной экспериментальной ковариации  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ . По принципу максимума правдоподобия, с использованием инноваций  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  в движущемся окне, определяются:

1.  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ ,  $\hat{\mathbf{Q}}_{Mk}$ ,  $\hat{\mathbf{R}}_{Mk}$ ;
2.  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ ,  $\hat{\mathbf{Q}}_{Mk}$ , при известной  $\hat{\mathbf{R}}_{Mk}$ ;
3.  $\tilde{\mathbf{C}}_k$ ,  $\hat{\mathbf{R}}_{Mk}$ , при известной  $\hat{\mathbf{Q}}_{Mk}$ .

### Литература

1. Gelb A. *Applied Optimal Estimation*. – The M.I.T. Press, 2001. – 374 p.
2. Maybeck P.S. *Stochastic Models, Estimation and Control, Vol. 1, 2*. – New-York: Academic Press, 1982.
3. Bian H. et al. *Study on GPS Attitude Determination System aided INS using Adaptive Kalman Filter// Measurement Science and Technology*. – 2005. – Vol. 16. – P. 2072–2079.
4. Mohamed A.H., Schwarz K.P. *Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS// Journal of Geodesy*. – 1999. – Vol. 73. – P. 193–203.
5. Hide C., Moore T., Smith M. *Adaptive Kalman Filtering for Low-cost INS/GPS// The Journal of Navigation*. – 2003. – Vol. 56. – P. 143–152.
6. Chen G., Chui C.K. *A Modified Adaptive Kalman Filter for Real-time Applications// IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS*. – 1991. – Vol. 27. – P. 149–154.
7. Mehra R. *On the Identification of Variances and Adaptive Kalman Filtering// IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*. – 1970. – Vol. AC-15. – P. 175–184.
8. Mehra R. *Approaches to Adaptive Filtering / R. Mehra// IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*. – 1972. – Vol. AC-17. – P. 693–698.
9. Goodwin G.C., Sin K.S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control*. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984. – 540 p.
10. Wang F., Balakrishnan V. *Robust Adaptive Kalman Filters for Linear Time-Varying Systems with Stochastic Parametric Uncertainties// Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, June 1999*. – 1999. – P. 440–444.
11. Spall, J.C. *Introduction to Stochastic Search and Optimization*. – Wiley-Interscience, 2003. – 615 p.
12. Liang Y. et al. *A Finite-horizon Adaptive Kalman Filter for Linear Systems with Unknown Disturbances// Signal Processing in Communications*. – 2004. – Vol. 84, № 11. – P. 2175–2194.
13. Гантмахер Ф.П. *Теория матриц*. – М.: Наука, Физматлит, 2004. – 559 с.

# МЕТОДЫ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА СЛАБОСВЯЗАННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Л.А. Фокин, А.Г. Щипицын

Интегрированные навигационные системы, включающие инерциальную навигационную систему (ИНС) и приемное оборудование спутниковой навигационной системы (СНС), на протяжении последних 20 лет используются на авиакосмических и наземных объектах гражданского и военного назначения для решения задач навигации и геодезии [1–6]. Достоинства совместного использования ИНС и СНС известны [1–4].

Перспективными являются бесплатформенные ИНС (БИНС), преимущества которых по сравнению с платформенными ИНС определяются меньшими массогабаритными показателями и энергопотреблением, меньшей стоимостью разработки, развертывания, сервиса, большей надежностью, однако повышенными требованиями к точности и полосе пропускания датчиков [2–4].

Синтез функционирования инерциально-спутниковой навигационной системы включает следующие этапы при условии, что известны характеристики приемника СНС, а БИНС функционирует в соответствии с уравнениями идеальной работы [3, 6–9].

1. Построение централизованной модели погрешностей БИНС и приемника СНС в виде системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений, приводимых, как правило, к нормальной форме Коши.

2. Анализ наблюдаемости погрешностей с учетом выбранной архитектуры комплексирования навигационной информации БИНС и СНС, и с учетом частоты поступления корректирующей информации от приемника СНС.

3. Синтез фильтра интегрированной системы типа «предиктор-корректор», как правило, на основе алгоритма Калмановского типа.

Приведение централизованной модели погрешностей к нормальной форме Коши при условии линейных измерений компонент состояния позволяет использовать развитые методы теории пространства состояний линейных систем для исследования динамики погрешностей, анализа наблюдаемости, и синтеза фильтра интегрированной системы [10].

## 1. Схемы комплексирования навигационной информации БИНС и СНС

Выделяют следующие схемы комплексирования навигационной информации БИНС и СНС:

- раздельная схема [3];
- инвариантная схема [2];

- слабосвязанная схема (loose coupling) [1–4, 11–13];

- сильно- (жестко-, либо плотно-) связанная схема (tight coupling) [1–4, 14–18];

- схема глубокой интеграции (ultra-tight or deep coupling) [3, 19–22].

Раздельная схема представляет собой наиболее простой вариант совместного использования БИНС и СНС. Коррекция заключается в периодическом перезапуске алгоритма БИНС с новыми начальными условиями, полученными от приемника СНС. Раздельная схема характеризуется низкой точностью, проста в реализации, использовалась в 80-е годы как вариант совершенствования навигационных систем подвижных объектов на основе БИНС.

В рамках инвариантной схемы БИНС и приемник СНС вырабатывают отдельные навигационные решения: координаты  $\mathbf{R}^{\text{БИНС}}$ ,  $\mathbf{R}^{\text{СНС}}$ , скорости  $\mathbf{V}^{\text{БИНС}}$ ,  $\mathbf{V}^{\text{СНС}}$  и переменные ориентации  $\alpha^{\text{БИНС}}$ ,  $\alpha^{\text{СНС}}$  (углы Эйлера–Крылова) относительно навигационной системы координат (СК). Разности навигационных переменных БИНС и СНС служат обновлением фильтра, производящего оценивание погрешностей навигационных переменных БИНС, акселерометров и гироскопов:  $\delta\mathbf{R}_{3 \times 1}^{\text{БИНС}}$ ,  $\delta\mathbf{V}^{\text{БИНС}}$ ,  $\delta\psi^{\text{БИНС}}$  (погрешность Эйлера вектора ориентации),  $\delta a$ ,  $\delta\omega$ . Для обновления фильтра могут также использоваться разности наклонных дальностей и радиальных скоростей, вырабатываемых СНС и БИНС с использованием эфемерид. При использовании наклонных дальностей и радиальных скоростей появляется возможность оценивания смещения  $\delta B$  и дрейфа частоты  $\delta F$  часов приемника СНС. Списание погрешностей БИНС в рамках инвариантной схемы не производится, что является неудобным в большинстве случаев, поскольку погрешности навигационных переменных БИНС нарастают со временем. Компенсация погрешностей БИНС производится на заключительной стадии обработки формированием соответствующих разностей. Инвариантная схема комплексирования удобна для решения задач контроля целостности, диагностики отказов БИНС и приемника СНС, исследования характеристик акселерометров и гироскопов.

Слабосвязанная схема комплексирования БИНС/СНС образуется при использовании разностей



$$z_{9 \times 1} = \begin{bmatrix} R^{СНС} - R^{БИНС} \\ V^{СНС} - V^{БИНС} \\ \alpha^{СНС} - \alpha^{БИНС} \end{bmatrix} \quad (1)$$

для обновления фильтра, и списании погрешностей БИНС введением  $\delta R^{БИНС}$ ,  $\delta V^{БИНС}$ ,  $\delta \psi^{БИНС}$ ,  $\delta \hat{a}$ ,  $\delta \hat{\omega}$  в БИНС (рис. 1). Выделяют следующие варианты слабосвязанной схемы: стандартная, агрессивная и MAGR-схема (Military Airborne GPS Receiver). Отличие агрессивной схемы от стандартной заключается в том, что в ней инерциальная информация БИНС используется для экстраполяции навигационных определений приемника СНС в период между поступлениями сигналов от спутников. Отмечается [2–4, 9], что для ускорения захвата спутника и сужения полосы пропускания приемника целесообразно вводить координаты,

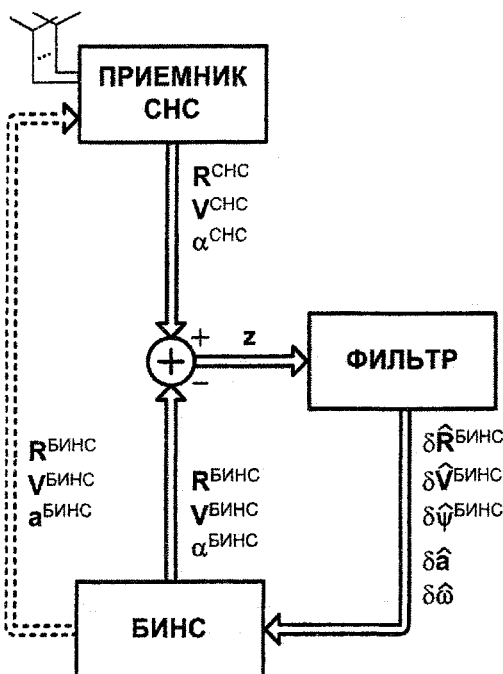


Рис. 1. Слабосвязанная схема комплексирования БИНС и СНС

скорость и ускорение, вырабатываемые БИНС, в контур слежения за кодом (на рис. 1 соответствующая связь показана пунктирной линией). MAGR-схема фирмы Rockwell использует инерциальную информацию БИНС в контуре слежения за кодом при пропадании захвата в контуре слежения за несущей [3].

Сильносвязанная схема образуется при использовании разностей наклонных дальностей и радиальных скоростей, вырабатываемых БИНС и приемником СНС, для обновления фильтра, и списании погрешностей БИНС (возможно, СНС) путем введения  $\delta R^{БИНС}$ ,  $\delta V^{БИНС}$ ,  $\delta \psi^{БИНС}$ ,  $\delta \hat{a}$ ,  $\delta \hat{\omega}$  и  $\delta B$ ,  $\delta F$  в соответствующие подсистемы. Достоинства сильносвязанной схемы в части точности

отчетливо проявляются в условиях интенсивного маневрирования объекта, и при неблагоприятном расположении спутников, то есть при величине геометрического фактора существенно большей 1.

В схеме глубокой интеграции роль БИНС сводится к генерированию первичных параметров – абсолютного ускорения и угловой скорости. Приемник СНС обеспечивает состав измерений для общего вычислительного блока, в котором реализован единый фильтр Калмана, вырабатывающий оценки навигационных переменных и погрешностей. Схема глубокой интеграции обладает существенно большей потенциальной точностью, чем другие схемы комплексирования, однако наличие единого фильтра Калмана приводит к потере избыточности измерительной системы, так как становится доступно лишь одно совместное решение [3]. В этом случае отказ или критические условия функционирования БИНС или СНС приводят к отказу всей навигационной системы. Эта проблема решается параллельным поддержанием слабосвязанной, инвариантной или отдельной архитектуры с возможностью переключения на нее в случае информационного нарушения.

Согласно [3] фильтры глубоко интегрированных схем обладают 20–40 порядком. Указывается также на фильтры слабосвязанных систем 32 и 51 порядка на подвижных объектах специального назначения. В [23] указывается на фильтр 67 порядка слабосвязанной системы стратегического бомбардировщика В-2, фильтры сильносвязанных систем: 28 порядка беспилотного летательного аппарата ОН-58Д, 26 порядка истребителя F/A-18 Hornet, 23 порядка истребителя Mirage F-1.

Далее рассматривается вариант комплексирования БИНС и приемника СНС с несколькими антеннами по слабосвязанной схеме. Измерения БИНС в контуре слежения за кодом не используются.

## 2. Модель погрешностей БИНС и приемника СНС в форме пространства состояний

### 2.1. Системы координат

Вводятся следующие правые ортогональные СК. Геоцентрическая инерциальная  $i$ , связанная с неподвижными звездами, с началом в точке  $O_i$ ; ось  $i_1$  лежит в плоскости земного экватора на интересующую эпоху;  $i_3$  перпендикулярна плоскости земного экватора, направлена на Север (рис. 2). Геоцентрическая  $e$ , связанная с Землей, с началом  $O_e$ ; ось  $e_1$  проходит через нулевую широту и нулевой меридиан по Гринвичу;  $e_3$  перпендикулярна плоскости экватора, направлена на Север. Стартовая  $s$  с началом в точке  $O_s$  на поверхности Земли или над ней, связанная с Землей. Навигационная сопровождающая  $n$ , с геодезической ориентацией трехгранника NED (North, East, Down – север, восток, низ), начало  $O_n$ , которой совпадает с началом объектной СК. Объектная  $b$ , с началом в точке  $O_b$ .

### 2.2. Нотация

Векторы угловой скорости обозначаются как  $\omega$ , матрицы направляющих косинусов как  $C$ , векторы ориентации как  $\psi$ , углы Эйлера–Крылова как  $\alpha$ , радиус-векторы и векторы скорости как  $R$  и  $V$  с соответствующими верхними и нижними индексами. К примеру, запись  $\omega_{ib}^n$  обозначает, что вектор угловой скорости поворота от СК  $i$  к СК  $b$

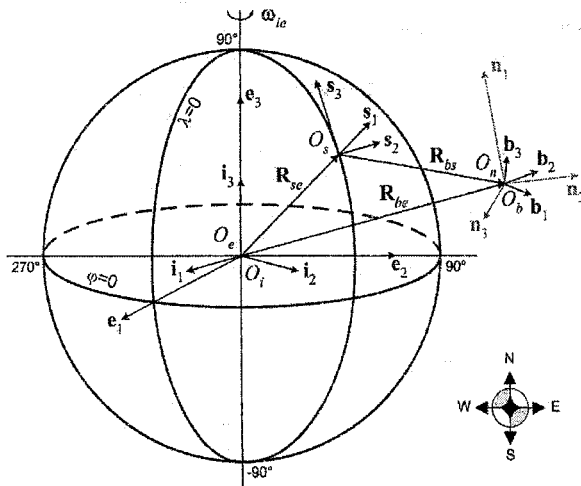


Рис. 2. Основные системы координат

задан проекциями на оси СК  $n$ . Матрица перехода от СК  $b$  к СК  $n$  обозначается как  $C_{nb}$ . Запись  $R_{be}^n$  означает, что радиус-вектор положения СК  $b$  в СК  $e$  задан проекциями в СК  $n$ . Операция векторного произведения заменяется операцией произведения матрицы на вектор: запись  $[\omega_{ie}^e, V_{bn}^n]$  или  $\omega_{ie}^e \times V_{bn}^n$  эквивалентна записи  $[\omega_{ie}^n]V_{bn}^n$ , где  $[\omega_{ie}^n]$  – кососимметрическая матрица угловой скорости [3, 4, 6]. Квадратные скобки применяются также для определения векторов, но в качестве группирующих скобок нигде не используются.

### 2.3. Модель погрешностей БИНС

БИНС генерирует навигационные переменные поступательного движения  $R_{be}^e, V_{be}^n$ , и вращательного движения  $C_{en}, C_{nb}, \alpha_{en}, \alpha_{nb}$  на основе начальных условий, инерциальной информации  $a^b, \omega_{ib}^b$ , априорной информации о вращении Земли  $\omega_{ie}^e$  и гравитационном поле  $g^n$ . Приемник СНС генерирует координаты и скорость относительно СК  $e$ , определенной WGS84 [9], а также  $\alpha_{nb}^{CHC}$ .

При получении модели погрешностей БИНС используются свойства:

$$\delta\psi_{nb}^n = \delta\psi_{nb}^b;$$

$$\delta\dot{\psi}_{nb} = \delta\dot{\omega}_{nb}^b,$$

что эквивалентно принятию допущения о плоском вращении объекта, а также

$$\delta C_{nb} = [\delta\psi_{nb}]C_{nb},$$

с точностью до членов второго порядка малости, отличающихся от  $[\delta\psi_{nb}]C_{nb}$  на 2 порядка и более при  $|\delta\psi_{nb}| < 1^\circ$  [9]. Модель погрешностей БИНС имеет вид:

$$\delta R_{be}^e = C_{en} \delta V_{be}^n - [C_{en} V_{be}^n] \delta\psi_{en} + w_R^e; \quad (2)$$

$$\delta V_{be}^n = C_{nb} \delta a^b - [C_{nb} a^b] \delta\psi_{nb} + C_{ne} \Gamma \delta R_{be}^e + ([V_{be}^n]N - [2C_{ne} \omega_{ie}^e + \omega_{en}^n]) \delta V_{be}^n + \delta g^n + w_V^n; \quad (3)$$

$$\delta\dot{\psi}_{en} = N \delta V_{be}^n + w_{\psi_{en}}; \quad (4)$$

$$\delta\dot{\psi}_{nb} = -[C_{bn} C_{ne} \omega_{ie}^e + C_{bn} \omega_{en}^n] \delta\psi_{nb} - C_{bn} N \delta V_{be}^n + \delta\omega_{ib}^b + w_{\psi_{nb}}; \quad (5)$$

$$\delta \dot{g}^n = K_g \delta g^n + w_g^n; \quad (6)$$

$$\delta a^b = K_a \delta a^b + w_a^b; \quad (7)$$

$$\delta \dot{\omega}_{ib}^b = K_\omega \delta \omega_{ib}^b + w_\omega^b, \quad (8)$$

где

$$\Gamma = \mu M_e / ((R_{be}^e)^T R_{be}^e)^{3/2} \times (3 / ((R_{be}^e)^T R_{be}^e) \cdot R_{be}^e (R_{be}^e)^T - I); \quad (9)$$

$\omega_{en}^n =$

$$= \begin{bmatrix} 0 & (R_T + h)^{-1} & 0 \\ -(R_M + h)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -\text{tg } \varphi (R_T + h)^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_N \\ V_E \\ V_D \end{bmatrix} = N V_{be}^n,$$

$I = \text{diag}_{3 \times 3}(1, 1, 1)$ ;  $R_T$  – локальный трансверсальный радиус;  $R_M$  – локальный меридиональный радиус;  $h$  – локальная высота над референс-эллипсоидом (геодезическое приближение)  $\mu$  – гравитационная постоянная;  $M_e$  – масса Земли с учетом массы атмосферы. Члены более высокого порядка малости, опущенные в (2)–(5), имеют соответственно вид:

$$\Lambda_R^e = -\delta C_{en} \delta V_{be}^n; \quad (10)$$

$$\Lambda_V^n = -\delta C_{nb} \delta a^b - \delta C_{ne} \Gamma \delta R_{be}^e - [2\delta C_{ne} \omega_{ie}^e] V_{bn}^n + [2\delta C_{ne} \omega_{ie}^e + \delta \omega_{en}^n] \delta V_{bn}^n - \delta C_{ne} [\omega_{ie}^e] [\omega_{ie}^e] R_{be}^e - C_{ne} [\omega_{ie}^e] [\omega_{ie}^e] \delta R_{be}^e + \delta C_{ne} [\omega_{ie}^e] [\omega_{ie}^e] \delta R_{be}^e; \quad (11)$$

$$\Lambda_{\psi_{en}} = \delta N V_{be}^n - \delta N \delta V_{be}^n; \quad (12)$$

$$\Lambda_{\psi_{nb}} = -C_{bn} \delta C_{ne} \omega_{ie}^e + \delta C_{bn} \delta C_{ne} \omega_{ie}^e + \delta C_{bn} \delta \omega_{en}^n. \quad (13)$$

Смещение нуля акселерометров  $\delta a^b$  и дрейф гироскопов  $\delta \omega_{ib}^b$  принимаются в виде суммы гаусс-марковского процесса первого порядка и белого шума. Погрешность модели гравитационного ускорения  $\delta g^n$  принимается в виде гаусс-марковского процесса первого порядка. Начальные значения системы (2)–(8) представляют собой

случайные гауссовы константы не коррелированные с белыми шумами  $\mathbf{w}_R^e$ ,  $\mathbf{w}_V^n$ ,  $\mathbf{w}_{\psi_{en}}$ ,  $\mathbf{w}_{\psi_{nb}}$ ,  $\mathbf{w}_g^n$ ,  $\mathbf{w}_a^b$ ,  $\mathbf{w}_\omega^b$ . Матрицы  $\mathbf{K}_g$ ,  $\mathbf{K}_a$ ,  $\mathbf{K}_\omega$  принимаются диагональными:  $\mathbf{K}_g = \text{diag}_{3 \times 3}(\kappa_{g_1}, \kappa_{g_2}, \kappa_{g_3})$  (нестационарна), также  $\mathbf{K}_a$  и  $\mathbf{K}_\omega$  (стационарны). Выбор  $\mathbf{K}_g$  производится в зависимости от динамики поступательного движения объекта, поскольку  $\mathbf{R}_{be}^e$  и  $\mathbf{V}_{be}^n$  определяют спектр погрешности модели гравитационного ускорения и  $\Lambda_V^n$ , согласно [4]:

$$\kappa_{g_1} = \kappa_{g_2} = -|V_{horiz}| / D_{corr} \approx \kappa_{g_3}, \quad (14)$$

где  $|V_{horiz}| = \sqrt{V_N^2 + V_E^2}$ ,  $D_{corr} \approx 10$  км.

$$\mathbf{F}_{30 \times 30} = \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \mathbf{C}_{en} & & -[\mathbf{C}_{en} \mathbf{V}_{be}^n] & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \\ \mathbf{C}_{ne} \mathbf{\Gamma} & & [\mathbf{V}_{be}^n] \mathbf{N} - [2\mathbf{C}_{ne} \boldsymbol{\omega}_{ie}^e + \boldsymbol{\omega}_{en}^n] & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & -[\mathbf{C}_{nb} \mathbf{a}^b] & & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_{nb} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \mathbf{N} & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & & -\mathbf{C}_{bn} \mathbf{N} & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & -[\mathbf{C}_{bn} \mathbf{C}_{ne} \boldsymbol{\omega}_{ie}^e + \mathbf{C}_{bn} \boldsymbol{\omega}_{en}^n] & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \\ \mathbf{0}_{18 \times 12} & & & & & & & & & & & \mathbf{K}_s \end{array}$$

Соотношение (9) получено на основе ньютоновской формулы тяготения. Погрешность определения гравитационного ускорения по ньютоновской формуле при  $\delta R_{be} = |\delta \mathbf{R}_{be}| = 50$  м составляет  $1.5 \cdot 10^{-5} g$  ( $g = 9.81$  м/с<sup>2</sup>). Погрешность модели гравитационного ускорения при использовании только первой сферической гармоники EGM96 не превышает  $10^{-3} g$ . Погрешность модели при использовании гармоник степени и порядка до  $n = m = 70$  у поверхности Земли составляет примерно  $10^{-5} - 10^{-6} g$  (СКО). Составляющая  $\delta \mathbf{g}^n$  в (3) отражает главным образом погрешность модели гравитационного ускорения, а также неопределенность модели  $\delta \mathbf{V}_{be}^n$ , связанную с игнорированием малых членов  $\Lambda_V^n$ .

#### 2.4. Модель погрешностей приемника СНС

Погрешность навигационной информации приемника СНС принимается в виде суммы экспоненциально-коррелированной (гаусс-марковской первого порядка) и белозумной составляющих:  $\delta \mathbf{R}^{GPS} = \delta \boldsymbol{\varepsilon}_R + \mathbf{v}_R$ , также  $\delta \mathbf{V}^{GPS}$  и  $\delta \boldsymbol{\alpha}^{GPS}$  [4, 23–30]. Формирующий фильтр:

$$\delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_R = \mathbf{K}_R \delta \boldsymbol{\varepsilon}_R + \boldsymbol{\xi}_R; \quad (15)$$

$$\delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_V = \mathbf{K}_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}_V + \boldsymbol{\xi}_V; \quad (16)$$

$$\delta \dot{\boldsymbol{\alpha}}_\alpha = \mathbf{K}_\alpha \delta \boldsymbol{\alpha}_\alpha + \boldsymbol{\xi}_\alpha, \quad (17)$$

где  $\mathbf{v}_R$ ,  $\mathbf{v}_V$ ,  $\mathbf{v}_\alpha$ ,  $\boldsymbol{\xi}_R$ ,  $\boldsymbol{\xi}_V$ ,  $\boldsymbol{\xi}_\alpha$  – белый шум;  $\mathbf{K}_R$ ,  $\mathbf{K}_V$  и  $\mathbf{K}_\alpha$  принимаются в данном исследовании диагональными, стационарными.

#### 2.5. Централизованная модель погрешностей в форме пространства состояний

Модель погрешностей БИНС (2)–(8) и приемника СНС (15)–(17) в форме пространства состояний имеет вид:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t), \quad (18)$$

где

$$\mathbf{x}_{30 \times 1} = \left[ (\mathbf{x}_{INS})_{21 \times 1}^T \quad (\mathbf{x}_{SHAPING})_{9 \times 1}^T \right]^T; \quad (19)$$

$$\mathbf{x}_{INS} = \left[ (\delta \mathbf{R}_{be}^e)^T \quad (\delta \mathbf{V}_{be}^n)^T \quad (\delta \boldsymbol{\psi}_{en})^T \quad (\delta \boldsymbol{\psi}_{nb})^T \dots \right. \\ \left. \dots (\delta \mathbf{g}^n)^T \quad (\delta \mathbf{a}^b)^T \quad (\delta \boldsymbol{\omega}_{nb}^b)^T \right]^T;$$

$$\mathbf{x}_{SHAPING} = \left[ (\delta \boldsymbol{\varepsilon}_R)^T \quad (\delta \boldsymbol{\varepsilon}_V)^T \quad (\delta \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha)^T \right]^T;$$

$$\mathbf{K}_s = \text{diag}_{18 \times 18}(\mathbf{K}_g, \mathbf{K}_a, \mathbf{K}_\omega, \mathbf{K}_R, \mathbf{K}_V, \mathbf{K}_\alpha);$$

$$\mathbf{w} = \left[ (\mathbf{w}_R^e)^T \quad (\mathbf{w}_V^n)^T \quad (\mathbf{w}_{\psi_{en}})^T \quad (\mathbf{w}_{\psi_{nb}})^T \dots \right. \\ \left. \dots (\mathbf{w}_g^n)^T \quad (\mathbf{w}_a^b)^T \quad (\mathbf{w}_\omega^b)^T \quad (\boldsymbol{\xi}_R)^T \quad (\boldsymbol{\xi}_V)^T \quad (\boldsymbol{\xi}_\alpha)^T \right]^T; \\ \mathbf{w} \in N(\mathbf{0}_{30 \times 1}, \mathbf{Q}_{30 \times 30}).$$

Переменные  $\delta \mathbf{g}^n$ ,  $\delta \mathbf{a}^b$ ,  $\delta \boldsymbol{\omega}_{nb}^b$  относятся к переменным формирующего фильтра, но мы принимаем, что они входят в подвектор  $\mathbf{x}_{INS}$ , поскольку они связаны с БИНС и имеют ясный физический смысл.

Дискретная форма модели (18) [3, 4]:

$$\mathbf{x}_k = \Phi_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \quad (20)$$

где

$$\Phi_k = \exp \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{F}(t) dt; \quad (21)$$

$$\mathbf{w}_k = \Phi_k \int_{t_{k-1}}^{t_k} \exp \left( - \int_{t_{k-1}}^t \mathbf{F}(\tau) d\tau \right) \mathbf{w}(t) dt. \quad (22)$$

Навигационная информация поступает от приемника СНС в моменты времени  $\dots t_{k-1}, t_k, t_{k+1}, \dots$ , которые, в общем случае, не эквидистантны (рис. 3). На интервале  $[t_{k-1}, t_k]$  производится вычисление

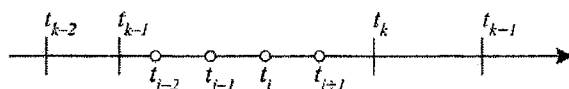


Рис. 3. Интервалы предсказания и коррекции

априорных оценок  $\hat{\mathbf{x}}_i^-$  по модели (20) (режим прогноза) с шагом  $\Delta t \ll t_k - t_{k-1}$ . В момент  $t_k$  фильтром интегрированной системы вычисляется апо-

стериорная оценка  $\hat{x}_k^+$ . С учетом условия  $\Delta t \ll t_k - t_{k-1}$ , а также условия стационарности  $F$  на интервале  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ , получаем следующие упрощения (21) и (22) путем разложения матричной экспоненты в ряд по степеням  $\Delta t$ :

$$\Phi_i = \exp(F_i \Delta t) \approx I + F_i \Delta t; \quad (23)$$

$$w_i \approx \Phi_i w \Delta t; \quad (24)$$

$$Q_i \approx \Phi_i Q (\Phi_i)^T \Delta t. \quad (25)$$

Для вычисления  $\Phi_k$  при  $t_{i-1} < t_k < t_i$  используется интерполяционный полином Лагранжа первого порядка ( $m = 0$ ), что необходимо в высокочастотных приложениях:

$$\begin{aligned} \Phi_k &= \sum_{q=i-m-1}^{i+m} \Phi_q \prod_{\substack{r=i-m-1 \\ r \neq q}}^{i+m} \frac{t_k - t_r}{t_q - t_r} = \\ &= \frac{t_i - t_k}{t_i - t_{i-1}} \Phi_{i-1} + \frac{t_k - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \Phi_i. \end{aligned} \quad (26)$$

Альтернативный способ определения  $\Phi_k$  заключается в ее вычислении по формуле (23) с шагом  $\Delta t = t_k - t_{i-1}$ , где  $t_{i-1} < t_k$  и  $t_{i-1}$  есть ближайший к  $t_k$  момент времени.

### 3. Анализ наблюдаемости погрешностей

Навигационная информация БИНС и приемника СНС используется для оценивания погрешностей БИНС. Измерения формируются в виде:

$$z = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{GNSS} - \mathbf{R}_{be}^e \\ \mathbf{V}^{GNSS} - \mathbf{V}_{be}^n \\ \mathbf{a}^{GNSS} - \mathbf{a}_{nb}^\Lambda \end{bmatrix} = \mathbf{H}x + v, \quad (27)$$

где  $v = [(\mathbf{v}_R)^T \quad (\mathbf{v}_V)^T \quad (\mathbf{v}_\alpha)^T]^T$ ;

$v \in N(\mathbf{0}_{9 \times 1}, \mathbf{T}_{9 \times 9})$ ;

$$\mathbf{H}_{9 \times 30} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \vdots & \mathbf{K}_R & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \vdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{K}_V & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_{nb}^\Lambda & \vdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{K}_\alpha \end{bmatrix},$$

где учитывается, что  $\delta \mathbf{a}_{nb}^\Lambda \approx \mathbf{C}_{nb}^\Lambda \delta \psi_{nb}$ , где  $\mathbf{C}_{nb}^\Lambda$  – матрица кинематических уравнений Эйлера. Дискретный аналог (27) имеет вид:

$$z_k = \mathbf{H}_k x_k + v_k, \quad (28)$$

где  $\mathbf{H}_k = \mathbf{H}(t_k)$ ,  $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}$ .

Линейная система, либо пара  $(F, H)$  наблюдаема на интервале  $[t_0, t_1]$ , если для любого  $t \in [t_0, t_1]$ ,  $t_0 < t_1$  состояние  $x(t_0)$  однозначно определяется через измеряемые компоненты вектора состояния и известные входные воздействия на интервале  $[t_0, t]$  [7, 31–33]. Необходимым и достаточным условием наблюдаемости стационарной линейной системы (СЛС) является равенство ранга матрицы наблюдаемости порядку системы.

Анализ наблюдаемости нестационарной линейной системы (НЛС) существенно сложнее, чем анализ наблюдаемости СЛС – структура необходимых и достаточных условий наблюдаемости усложняется.

Если объект не совершает маневров на интервале  $[t_0, t_1]$ , то матрица состояния  $F$  и матрица измерений  $H$  могут с высокой степенью точности считаться стационарными. В этом случае достаточно вычислить ранг матрицы наблюдаемости СЛС [7, 31]

$$\mathbf{O} = [\mathbf{H}^T \quad (\mathbf{H}F)^T \quad \dots \quad (\mathbf{H}F^{n-1})^T]^T, \quad (29)$$

где  $n$  – порядок системы.

Маневры объекта улучшают наблюдаемость погрешностей БИНС, однако анализ наблюдаемости при маневрировании усложняется, поскольку  $F$  и  $H$  не могут более признаваться стационарными. Улучшение наблюдаемости, кроме того, не всегда обеспечивает повышение точности оценок тех погрешностей, которые хорошо наблюдаются в отсутствие маневров [7, 32, 33].

Известно несколько подходов к анализу наблюдаемости НЛС. Один из способов заключается в анализе ранга матрицы наблюдаемости НЛС [7, 31]

$$\mathbf{O}(t) = [\mathbf{M}_0^T \quad \mathbf{M}_1^T \quad \dots \quad \mathbf{M}_{n-1}^T]^T; \quad (30)$$

$$\mathbf{M}_{k+1}(t) = \mathbf{M}_k(t)F(t) + \mathbf{M}_k(t); \quad (31)$$

$$\mathbf{M}_0(t) = \mathbf{H}(t); \quad k = 0, 1, \dots, n-2,$$

где  $n$  – порядок системы. Необходимым и достаточным условием наблюдаемости НЛС на интервале  $[t_0, t_1]$  является равенство ранга матрицы  $\mathbf{O}(t)$  порядку системы, то есть  $\text{rank}(\mathbf{O}(t)) = n$ , для всех  $t \in [t_0, t_1]$ . Как видно из (31) требуется непрерывность и дифференцируемость  $F(t)$  ( $n-2$ ) раза и  $H(t)$  ( $n-1$ ) раз, что налагает серьезные ограничения на применимость этого метода на практике. В практических задачах трудно вычислить производную выше второй от измеряемой величины при сохранении приемлемого соотношения сигнала и шума. По-видимому, применимость этого метода для практических задач ограничивается 5–6 порядком системы. В [7, 31] полагают, что  $F(t)$  и  $H(t)$  аналитические, допускают их непрерывность, дифференцируемость требуемое число раз, а также непрерывность производных. Применение описанного способа анализа наблюдаемости на практике сопряжено со значительными вычислительными и методологическими трудностями. Вычисление  $\mathbf{M}_{k+1}(t)$  и  $\text{rank}(\mathbf{O}(t))$  на каждом шаге решения упрощается, если привлекается дополнительная информация о наличии нулевых подблочных матриц в  $F(t)$  или  $H(t)$ .

Другой способ анализа наблюдаемости, предложенный в [33], основан на представлении НЛС в

виде множества сопряженных кусочно-стационарных систем и анализе матрицы наблюдаемости на каждом участке стационарности. Способ характеризуется тем, что размер матрицы наблюдаемости растет пропорционально количеству участков стационарности, если требуется наблюдаемость, начиная с первого участка. Например, если матрица состояния имеет размер  $n \times n$ , матрица измерения –  $m \times n$ , то матрица наблюдаемости на первом участке стационарности имеет размер  $mn \times n$ , а на  $j$ -м участке стационарности –  $jmn \times n$ . Матрица наблюдаемости для  $j$ -го участка стационарности:

$$\mathbf{O}(j) = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_1 \\ \mathbf{O}_2 \exp(\mathbf{F}_1 \Delta t) \\ \mathbf{O}_3 \exp(\mathbf{F}_2 \Delta t) \exp(\mathbf{F}_1 \Delta t) \\ \vdots \\ \mathbf{O}_j \exp(\mathbf{F}_{j-1} \Delta t) \dots \exp(\mathbf{F}_1 \Delta t) \end{bmatrix}; \quad (32)$$

$$\mathbf{O}_i = [\mathbf{H}_i^T \quad (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i)^T \quad \dots \quad (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i^{n-1})^T]^T, \quad (33)$$

где  $1 \leq i \leq j$ .

К примеру, в нашем случае – при  $n=30$  ( $\mathbf{F}_{30 \times 30}$ ) и  $m=9$  ( $\mathbf{H}_{9 \times 30}$ ), на первом участке размер матрицы наблюдаемости составит  $270 \times 30$ , а на десятом участке –  $2700 \times 30$ . При исключении из рассмотрения переменных формирующего фильтра получим  $n=12$ , тогда размеры матрицы наблюдаемости на первом и на десятом участке составят  $108 \times 12$  и  $1080 \times 12$  соответственно. Необходимо также учитывать тот упрощающий факт, что крайний справа блок матрицы наблюдения  $\mathbf{H}_{9 \times 12}$  в этом случае представляет собой  $\mathbf{0}_{9 \times 3}$ . Поиск ранга матрицы размера  $jmn \times n$  при больших  $j$  и  $m$  затруднителен, а никаких итеративных процедур, позволяющих использовать на  $j$ -м участке результаты анализа наблюдаемости на  $1 \dots (j-1)$ -м участках с целью минимизации вычислений в [33] не предлагается, хотя формулируются некоторые условия, связанные с матрицей состояния, позволяющие сократить объем вычислений. Описанный способ исследования наблюдаемости был признан неудобным в данном приложении, в связи с очень большими размерами матриц наблюдаемости и высокодинамичным характером поступательного и углового движения объекта, то есть необходимостью большого количества участков разбиения  $j$  на небольшом интервале времени. Достоинство данного способа анализа наблюдаемости по сравнению с предыдущим заключаются в отсутствии методологических препятствий для его реализации (таких как требования непрерывности и дифференцируемости), хотя потребности в вычислительной мощности многократно превышают требующиеся в рамках предыдущего способа.

Анализ наблюдаемости НЛС производят с использованием матрицы Грама (Грамиана наблюдаемости) [34]

$$\Theta(t) = \int_{t_0}^t \Phi^T(t) \mathbf{H}^T(t) \mathbf{H}(t) \Phi(t) dt, \quad (34)$$

где  $\Phi(t)$  – характеристическая матрица НЛС, совпадающая с (21) при нижнем и верхнем пределах интегрирования  $t_0$  и  $t$ . Необходимым и достаточным условием наблюдаемости НЛС на интервале  $[t_0, t_1]$  является  $\text{rank}(\Theta(t)) = n$  при  $t \in [t_0, t_1]$ . Представим интеграл (34) в виде суммы интегралов по малым участкам, на которых изменение  $\Phi(t)$  и  $\mathbf{H}(t)$  можно считать малым, а также используем упрощение (23):

$$\begin{aligned} \Theta(t) &= \\ &= \sum_{i=1}^k \int_{t_{i-1}}^{t_i} \exp^T(\mathbf{F}_i(t-t_{i-1})) (\mathbf{H}_i^T + \mathbf{h}_i^T(t-t_{i-1})) \times \\ &\times (\mathbf{H}_i + \mathbf{h}_i(t-t_{i-1})) \exp(\mathbf{F}_i(t-t_{i-1})) dt \approx \\ &\approx \sum_{i=1}^k \mathbf{H}_i^T \mathbf{H}_i (t-t_{i-1}) + \\ &+ \sum_{i=1}^k (\mathbf{F}_i^T \mathbf{H}_i^T \mathbf{H}_i + \mathbf{h}_i^T \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_i^T \mathbf{h}_i + \mathbf{H}_i^T \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i) \times \\ &\times \frac{1}{2} (t-t_{i-1})^2, \end{aligned} \quad (35)$$

где  $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}(t_i)$ ,  $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}(t_i)$ ,  $\mathbf{h}_i = \dot{\mathbf{H}}(t_i)$ ,  $t_k = t$ . Вычисление  $\dot{\mathbf{H}}(t_i)$  связано с вычислением только  $\dot{\mathbf{C}}_{nb}^\Lambda$ , являющейся матрицей кинематических уравнений Эйлера. В подынтегральном выражении (35) сохранены члены только первого порядка малости. Если на основании аппроксимации (35) сделан вывод о том, что  $\text{rank}(\Theta(t)) = n$  при  $t \in [t_0, t_1]$ , то система наблюдаема на  $[t_0, t_1]$ .

Анализ наблюдаемости погрешностей БИНС/СНС производится на основе (35), с мониторингом членов второго порядка малости, опущенных в (35), а также на основе (29). Модельные эксперименты подтвердили неадекватность исследования наблюдаемости на основе приближения (29) во время маневрирования.

#### 4. Адаптивный фильтр Калмана инерциально-спутниковой системы

Комплексирование навигационной информации БИНС и СНС производится при помощи фильтра Калмана, функционирующего в соответствии с уравнениями предикторной части [8, 34]:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+; \quad (36)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k; \quad (37)$$

и корректорной части:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-; \quad (38)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k; \quad (39)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}; \quad (40)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k; \quad (41)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-, \quad (42)$$

где «-» в верхнем индексе обозначает априорные, а «+» – апостериорные величины на  $k$ -м шаге;  $\mathbf{P}_k$  – ковариационная матрица погрешности оценки вектора состояния (19):  $\mathbf{P}_k = \text{cov}(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+)$ ;  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  – инновация измерений;  $\mathbf{S}_k$  – ковариационная матрица инновации. Здесь и далее  $\mathbf{K}_k$  обозначает матрицу коэффициентов Калмана (множитель Калмана), в отличие от обозначений разделов 2.1, 2.4. Соотношение (42) получено в предположении, что на каждом шаге используется оптимальная матрица  $\mathbf{K}_k$ , полученная на основе (40). Иначе вместо (42) необходимо использовать

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T. \quad (43)$$

Адаптивный фильтр Калмана использует инно-

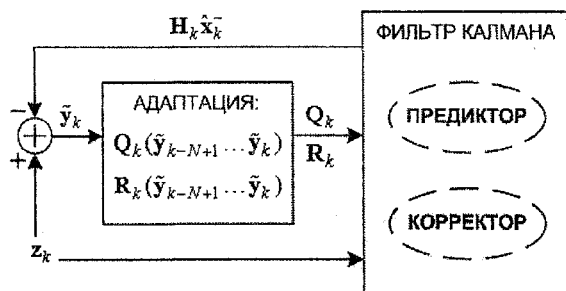


Рис. 4. Адаптивный фильтр Калмана

вацию  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  для коррекции ковариационных матриц шума процесса  $\mathbf{Q}$  и измерений  $\mathbf{R}$  (рис. 4). Адаптация  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{R}$  производится по законам [8, 35]:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{K}_k \mathbf{\Xi}_k \mathbf{K}_k^T; \quad (44)$$

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{\Xi}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T; \quad (45)$$

$$\mathbf{\Xi}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=j_0}^k \tilde{\mathbf{y}}_j \tilde{\mathbf{y}}_j^T, \quad (46)$$

где  $j_0 = k - N + 1$ ;  $N$  – ширина движущегося окна, в котором происходит учет информации от инноваций  $\tilde{\mathbf{y}}_j$ . Ширина окна выбирается исходя из динамических свойств объекта, а также исходя из величин интервалов предсказания  $(t_i - t_{i-1})$  и коррекции  $(t_k - t_{k-1})$ .

#### Заключение

Динамика погрешностей слабосвязанной инерциально-спутниковой навигационной системы описывается нестационарной линейной системой 30 порядка, анализ и оценивание состояния которой удобно производить с использованием методов пространства состояний и теории линейной фильтрации.

1. Получены модели погрешностей БИНС и приемника СНС, а также централизованная модель погрешностей слабосвязанной инерциально-спутниковой навигационной системы. Показана возможность применения методов пространства состояний для исследования динамики погрешностей БИНС/СНС.

2. Предложена методика исследования наблюдаемости погрешностей БИНС на основе измерений приемника СНС с использованием методов анализа наблюдаемости нестационарных линейных систем.

3. Рассмотрен алгоритм адаптивной фильтрации погрешностей БИНС/СНС с использованием информации от инновации измерений в движущемся окне.

#### Литература

1. Farrell J.A. *GPS/INS-Streamlined// Navigation*. – 2002. – Vol. 49, № 4. – P. 171–182.

2. Степанов О.А. *Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации// Гироскопия и навигация*. – 2002. – № 1(36). – С. 23–46.

3. *Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / под ред. М.Н. Красильщикова и Г.Г. Серебрякова*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 280 с.

4. Grewal, M.S., Weill, L.R., Andrews, A.P. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. – New-York: John Wiley & Sons, Inc, 2001. – 392 p.

5. Lee H.K. et al. *Web-Based Resources on GPS/INS Integration// GPS Solutions*. – 2004. – Vol. 8(3). – P. 189–191.

6. Фокин Л.А. и др. *Прикладной программный продукт анализа и синтеза точности бесплатформенных инерциальных навигационных систем// Авиакосмическое приборостроение*. – 2005. – № 12. – С. 15–21.

7. Hong S. et al. *Observability of Error States in GPS/INS Integration// IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY*. – 2005. – Vol. 54, № 2. – P. 731–743.

8. Bian H. et al. *Study on GPS Attitude Determination System aided INS using Adaptive Kalman Filter// Measurement Science and Technology*. – 2005. – Vol. 16. – P. 2072–2079.

9. Hwang D.-H. et al. *Design of a Low-cost Attitude Determination GPS/INS Integrated Navigation System// GPS Solutions*. – 2005. – Vol. 9(4). – P. 294–311.

10. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. *Избранные главы теории автоматического управления*. – СПб.: Наука, 2000. – 475 с.

11. Farrell J.A., Givargis T.D., Barth M.J. *Real-Time Differential Carrier Phase GPS-Aided INS// IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*. – 2000. – Vol. 8, № 4. – P. 709–721.

12. Sasiadek, J.Z. Wang Q. Low Cost Automation using INS/GPS Data Fusion for Accurate Positioning// *Robotica*. – 2003. – Vol. 21. – P. 255–260.
13. Cheng L.L., Cao Z.G. A Data Fusion Approach to GPS/INS Integrated Vehicle Navigation System// *Chinese Journal of Electronics*. – 2002. – Vol. 11, № 1. – P. 139–143.
14. Wendel J., Trommer G.F. Tightly Coupled GPS/INS Integration for Missile Applications// *Aerospace Science and Technology*. – 2004. – Vol. 8. – P. 627–634.
15. Айссфеллер Б. и др. Разработка и анализ технических характеристик сильносвязанной системы ГСНС/ИНС// *Гироскопия и навигация*. – 2003. – № 2(41). – С. 47–64.
16. Yang Y., Farrell J.A. Two Antennas GPS-Aided INS for Attitude Determination// *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*. – 2003. – Vol. 11, № 6. – P. 905–918.
17. Lee Y.C., O’Laughlin D.G. Performance Analysis of a Tightly Coupled GPS/Inertial System for Two Integrity Monitoring Methods// *Navigation*. – 2000. – Vol. 47, № 3. – P. 175–189.
18. Cannon M. E. Development and Testing of an Integrated INS/GPS Cross-linked Systems for Submetre Positioning of a CF-188 Jet Fighter// *Canadian Aeronautics and Space Journal*. – 2000. – Vol. 46, № 1. – P. 1–11.
19. Qi H., Moore J.B. Direct Kalman Filtering Approach for GPS/INS Integration// *IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS*. – 2002. – Vol. 38, № 2. – P. 687–693.
20. Groves P.D., Long D.C. Combating GNSS Interference with Advanced Inertial Integration// *Journal of Navigation*. – 2005. – Vol. 58, № 3. – P. 419–432.
21. Gustafson D. et al. A Deeply Integrated Adaptive GPS-based Navigator with Extended Range Code Tracking// *IEEE PLANS*, 13–16 March, 2000. – IEEE: 2000. – P. 118–124.
22. Babu R., Wang J. Dynamics Performance of Carrier and Code Tracking Loops in Ultra-Tight GPS/INS/PL Integration// *IEEE Indicon 2005 Conference, Chennai, India, 11–13 Dec. 2005*. – IEEE: 2005. – P. 233–236.
23. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации. – М.: Эко-Трендз, 2000. – 267 с.
24. Oshman Y. Markley F.L. Spacecraft Attitude/Rate Estimation Using Vector-Aided GPS Observations// *IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS*. – 1999. – Vol. 35, № 3. – P. 1019–1032.
25. Lievens, K.P.A., Mulder J.A., Chuz P. Single GPS Antenna Attitude Determination of a Fixed Wing Aircraft Aided with Aircraft Aerodynamics// *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 15–18 Aug. 2005, San Francisco, California. – 2005. – P. 1–14.
26. Kornfield R.P. et al. Applications of Global Positioning System Velocity-Based Attitude Information// *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. – 2001. – Vol. 24, № 5. – P. 998–1115.
27. Semeniuk L., Noureldin A. Bridging GPS Outages Using Neural Network Estimates of INS Position and Velocity Errors// *Measurement Science and Technology*. – 2006. – Vol. 17. – P. 2783–2798.
28. Kaygisiz B.H. GPS/INS Enhancement for Land Navigation Using Neural Network// *Journal of Navigation*. – 2004. – Vol. 57, № 2. – P. 279–310.
29. Rahbaria R. et al. Expert System for an INS/DGPS Integrated Navigator Installed in a Bell 206 Helicopter// *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. – 2005. – Vol. 18. – P. 353–361.
30. Hiliuta A., Landry R., Gagnon F. Fuzzy Corrections in a GPS/INS Hybrid Navigation// *IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS*. – 2004. – Vol. 40. – P. 591–600.
31. Rhee I., Abdel-Hafez M.E., Speyer J.L. Observability of an Integrated GPS/INS during Maneuvers// *IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS*. – 2004. – Vol. 40, № 2. – P. 526–535.
32. Wang J., Lee H.K., Hewitson S. Influence of Dynamics and Trajectory on Integrated GPS/INS Navigation Performance// *Journal of GPS*. – 2003. – Vol. 2, № 2. – P. 109–116.
33. Goshen-Meskin D., Bar-Itzhack I.Y. Observability Analysis of Piece-Wise Constant Systems with Application to Inertial Navigation// *Proceedings of the 29<sup>th</sup> Conference on Decision and Control, Dec. 1990, Honolulu, Hawaii*. – 1990. – P. 821–826.
34. Grewal M.S., Andrews A.P. *Kalman Filtering Theory and Practice*. – John Wiley and Sons, Inc., 2001. – 401 p. ISBN 0–471–39254–5.
35. Mohamed A.H., Schwarz K.P. Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS// *Journal of Geodesy*. – 1999. – Vol. 73. – P. 193–203.

# НЕЧЕТКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

И.В. Чернецкая, В.О. Чернецкий

В настоящее время продолжается увеличение удельного веса систем управления с цифровой реализацией регуляторов. К регуляторам, ориентированным на цифровую реализацию относятся, в частности, так называемые нечеткие регуляторы (в дальнейшем – fuzzy-регуляторы). О возрастании интереса к fuzzy-регуляторам свидетельствует появление значительного числа публикаций, посвященных их практическому применению в системах регулирования. Область практического использования принципов нечеткой логики в настоящее время весьма обширна [1–5]. Рассмотрим fuzzy-регуляторы, которые могут быть включены в контур систем регулирования вместо традиционных (например, ПИД) регуляторов.

Принципы построения и работы fuzzy-регуляторов приведены в [1–4].

## 1. Принципы работы fuzzy-регулятора

Выберем для анализа fuzzy-регулятор, предназначенный для включения в контур следящей системы, выходной координатой которой является угол поворота рабочего органа.

Поскольку для работы fuzzy-регулятора необходимы как минимум две входные переменные  $X_i$ , в нашем случае в качестве первой ( $X_1$ ) следует использовать ошибку отработки задающего воздействия (обозначим ее  $\varepsilon$ ), а в качестве второй ( $X_2$ ) можно взять либо  $d\varepsilon/dt$ , либо угловую скорость рабочего органа  $\Omega$  (в этом случае при наличии соответствующего датчика можно избежать дифференцирования). Примем в качестве  $X_2$  угловую скорость.

Fuzzy-регулятор с точки зрения этапов обработки сигналов можно условно разделить на три части. В [2] они названы «фаззификатор», «блок правил» и «дефаззификатор».

### 1.1. Фаззификатор

В фаззификаторе каждой входной переменной  $X_i$  ставится в соответствие «нечеткая» лингвистическая переменная  $XL_i$ , которая может принимать  $n_i$  «нечетких» лингвистических значений (каждое из которых имеет численный эквивалент), и функция принадлежности  $\mu_{ij}$ , которая определяет «степень соответствия» входной переменной ее лингвистическому значению. Функция принадлежности максимальна, когда значение входной переменной совпадает с численным эквивалентом соответствующего лингвистического значения и убывает, когда значение входной переменной удаляется от этого численного эквивалента в любом направлении.

Пусть  $n_1 = n_2 = 5$  (в общем случае равенство количества лингвистических значений входных переменных необязательно), обе входные переменные находятся в диапазоне  $\pm 511$  (оцифрованные значения), лингвистические значения входных переменных «Отрицательная большая» (ОБ), «Отрицательная малая» (ОМ), «Нулевая» (Н), «Положительная малая» (ПМ) и «Положительная большая» (ПБ) связаны с их численными эквивалентами в соответствии с табл. 1 (численные эквиваленты лингвистических значений входных переменных являются параметрами регулятора и влияют на его характеристики), а максимальное значение функций принадлежности равно 255. Тогда принцип работы фаззификатора может быть проиллюстрирован рис. 1.

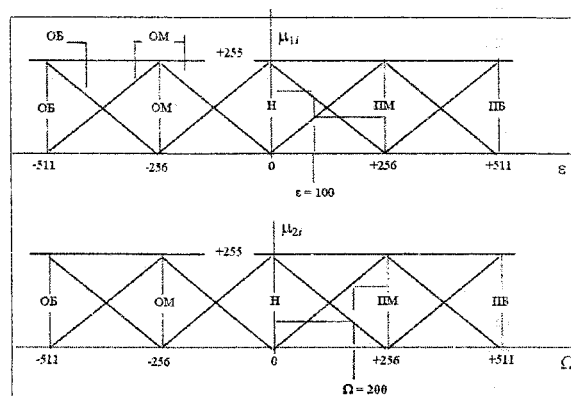


Рис. 1. Принцип работы фаззификатора

Лингвистическая переменная  $XL_i$  при любом  $X_i$  принимает два значения (обозначим их  $XL_{i1}$  и  $XL_{i2}$ ), которым соответствуют два значения функции принадлежности  $\mu_{i1}$  и  $\mu_{i2}$ , причем сумма этих двух значений функции принадлежности всегда постоянна.

### 1.2. Блок правил

Блок правил представляет собой экспертную систему, которая на основании анализа полученных в фаззификаторе лингвистических значений  $XL_{ij}$  входных переменных определяет набор лингвистических значений  $UL_i$  выходной переменной fuzzy-регулятора. Блок правил строится на основе набора интуитивно понятных лингвистических правил для каждого сочетания лингвистических входных переменных. Правила имеют вид типа «ЕСЛИ ошибка *положительная большая* И скорость *отрицательная большая*, ТО (поскольку ошибка имеет тенденцию расти дальше) выход *положительный большой*», или «ЕСЛИ ошибка *положительная большая* И скорость *положитель-*



ная малая, ТО (поскольку ошибка имеет тенденцию уменьшаться) выход *положительный малый*» и так далее. Блок правил строится исходя из эвристических соображений и является важнейшим «параметром» регулятора.

Так как входные переменные всегда имеют по два лингвистических значения, для каждого сочетания входных переменных ( $X_1, X_2$ ) рассматриваемого нами регулятора будет получаться набор из четырех лингвистических значений выхода  $UL_i$ , каждому из которых соответствует своя функция принадлежности  $p_i$ . Функции принадлежности выхода определяются как минимальное значение функций принадлежности соответствующих входов.

Допустим лингвистическая переменная выхода может принимать одно из пяти значений – ОБ, ОМ, Н, ПМ или ПБ (в общем случае их количество также может быть произвольным, причем соответствующие численные эквиваленты являются параметрами регулятора), а блок правил построен в соответствии с табл. 2.

Тогда при значении ошибки  $X_1 = \epsilon = 100$ , и при значении скорости  $X_2 = \Omega = 200$  получим следующий набор лингвистических значений и функций принадлежности выхода:

- при  $XL_{11} = Н$  и  $XL_{21} = Н$ ,  $UL_1 = Н$  и  $p_1 = \min\{\mu_{11}, \mu_{21}\} = 55$ ;
- при  $XL_{12} = ПМ$  и  $XL_{21} = Н$ ,  $UL_2 = ПМ$  и  $p_2 = \min\{\mu_{12}, \mu_{21}\} = 55$ ;
- при  $XL_{11} = Н$  и  $XL_{22} = ПМ$ ,  $UL_3 = ОМ$  и  $p_3 = \min\{\mu_{11}, \mu_{22}\} = 155$ ;
- при  $XL_{12} = ПМ$  и  $XL_{22} = ПМ$ ,  $UL_4 = Н$  и  $p_4 = \min\{\mu_{12}, \mu_{22}\} = 100$ .

В дефаззификаторе осуществляется переход от лингвистических значений выхода  $UL_i$  к его реальному значению  $U$  по методу весового осреднения в соответствии с формулой

$$U = \frac{\sum_{i=1}^4 UL_i p_i}{\sum_{i=1}^4 p_i}. \quad (1)$$

Допустим теперь в регуляторе соответствие между лингвистическими значениями выхода и их численными эквивалентами определяется табл. 3.

Тогда при значении ошибки  $X_1 = \epsilon = 100$ , и при значении скорости  $X_2 = \Omega = 200$  реальное значение выхода будет

$$U = \frac{0 \cdot 55 + 256 \cdot 55 + (-256) \cdot 155 + 0 \cdot 100}{55 + 55 + 155 + 100} = -70.$$

Таким образом, в fuzzy-регуляторе можно произвольным образом менять количество лингвистических значений для входных переменных и выхода, их численные эквиваленты, а также блок правил. В результате будут меняться свойства регулятора, причем диапазон их изменения оказывается необычайно широким.

Итак, фаззификатор, блок правил и дефаззификатор задают неявным образом функцию

$$U = f(X_1, X_2, \dots, X_k), \quad (2)$$

где  $k$  – количество входных переменных, причем блок правил и численные эквиваленты лингвистических значений определяют узловые точки этой функции, а формула (1) дефаззификатора обеспечивает простой способ аппроксимации между ними, удобный при цифровой реализации fuzzy-регулятора.

## 2. Анализ работы fuzzy-регулятора с позиций теории автоматического управления

Как следует из рассмотренных принципов построения fuzzy-регулятора, его выход однозначно определяется входными переменными. А поскольку в fuzzy-регуляторе отсутствуют какие бы то ни было динамические элементы, его свойства могут быть полностью описаны статическими характеристиками, которые есть не что иное, как графическая интерпретация функции (2).

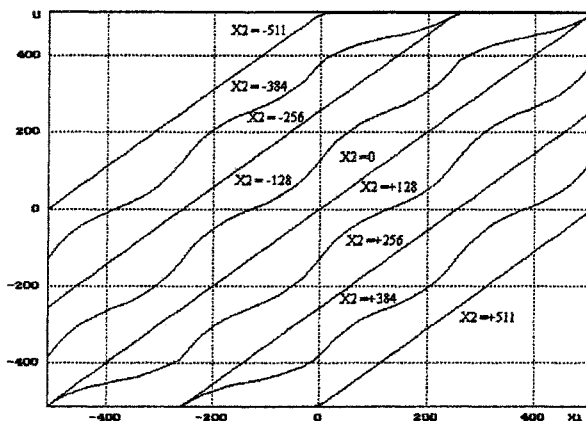


Рис. 2. Статические характеристики регулятора P1

Статические характеристики рассматриваемого нами регулятора с параметрами, заданными в соответствии с табл. 1–3, приведены на рис. 2. Если не принимать во внимание «волнообразный» характер отдельных характеристик (который вызван аппроксимацией и никак не является специфическим достоинством fuzzy-регулятора), то такие же статические характеристики имеет самый обыкновенный («традиционный») линейный регулятор с обратной связью по скорости (и, разумеется, ограничением выходной переменной, имеющимся в любом реальном регуляторе), структурная схема которого приведена на рис. 3. Этого и следовало ожидать, поскольку в данном случае в трехмерной системе координат ( $X_1, X_2, U$ ) узловые точки функции (2) лежат на одной плоскости.

Изменим численные эквиваленты лингвистических значений ошибки (табл. 4), сохранив остальные параметры. Тогда могут быть получены следующие статические характеристики (рис. 4).

Такие же характеристики имеет регулятор с кусочно-линейной характеристикой в цепи ошибки (рис. 5), причем координаты узловых точек этой характеристики, как и следовало ожидать, совпадают с соответствующими численными эк-

вивалентами лингвистических значений ошибки и выхода fuzzy-регулятора.

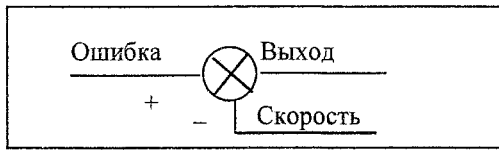


Рис. 3. Структурная схема регулятора, эквивалентного P1

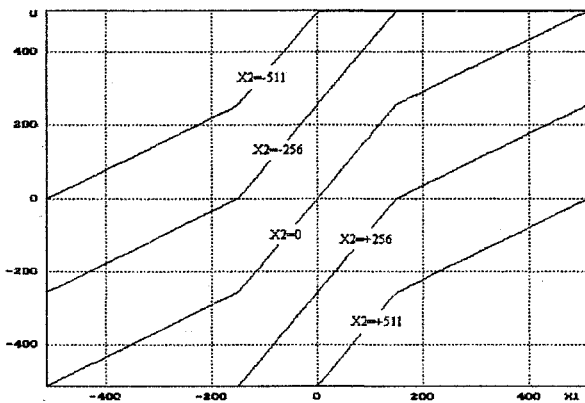


Рис. 4. Статические характеристики регулятора P2

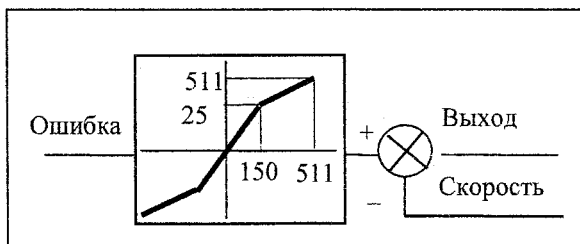


Рис. 5. Структурная схема регулятора, эквивалентного P2

Аналогичным образом можно показать, что изменение численных эквивалентов лингвистических значений скорости приводит к изменению положения узловых точек нелинейной характеристики в цепи скорости, а изменение численных эквивалентов лингвистических значений выхода – к соответствующему изменению нелинейной характеристики на выходе регулятора.

Наиболее важное влияние на свойства fuzzy-регулятора оказывает блок правил.

Пусть теперь численные эквиваленты лингвистических значений ошибки, скорости и выхода заданы в соответствии с табл. 1, 3 (для того, чтобы в цепях ошибки, скорости и выхода нелинейностей не было), а блок правил определен в соответствии с табл. 5.

Очевидно, что в этом случае глубина обратной связи по скорости будет определяться величиной ошибки (максимальная при малых ошибках и нулевая – при больших).

Приведенные на рис. 6 статические характеристики это полностью подтверждают. В данном случае fuzzy-регулятор также имеет близкий «традиционный» эквивалент, структурная схема которого

приведена на рис. 7. Это уже система с переменной структурой, поскольку в ней глубина обратной связи по скорости определяется величиной ошибки.

Как и в предыдущих случаях, можно установить связь между параметрами нелинейного элемента «традиционного» регулятора и параметрами fuzzy-регулятора, которому он соответствует.

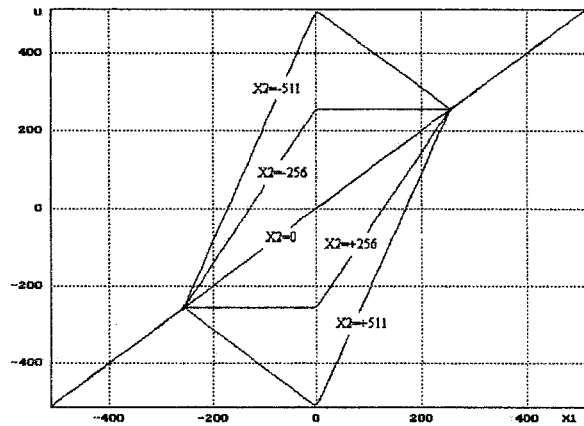


Рис. 6. Статические характеристики регулятора P3

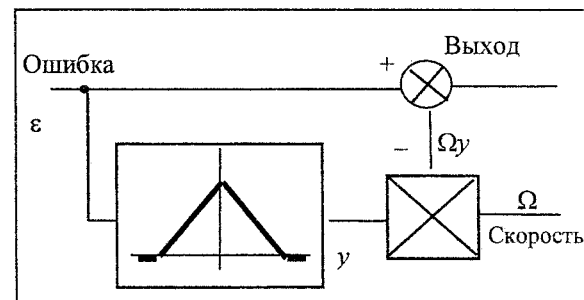


Рис. 7. Структурная схема регулятора, эквивалентного P3

Изменяя параметры fuzzy-регулятора совместно, можно изменять характеристики регулятора в широких пределах (как правило, параметров оказывается не так уж много, поскольку для получения нечетно-симметричных статических характеристик fuzzy-регулятора его параметры, также должны обладать свойством симметрии, а численные эквиваленты «крайних» лингвистических значений вообще определяются разрядностью входных и выходной переменных). В любом случае существует близкий (но не совсем точный из-за аппроксимации между узловыми точками) «традиционный» эквивалент fuzzy-регулятора, структурная схема которого может быть построена по аналогии с рис. 5, 7. Другое дело, что при увеличении количества входных переменных устанавливать такие аналогии становится весьма затруднительно и вряд ли целесообразно, но принципы работы fuzzy-регулятора от этого не меняются. Единственным его преимуществом является то, что он позволяет не возиться с достаточно сложной (за исключением подобных приведенным выше простых частных случаев) структурной схемой,

Таблица 1

Параметры лингвистических значений входных сигналов регулятора P1

Лингвистическое значение ошибки	ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
Численный эквивалент лингвистического значения ошибки	-511	-256	0	+256	+511
Лингвистическое значение скорости	ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
Численный эквивалент лингвистического значения скорости	-511	-256	0	+256	+511

Таблица 2

Блок правил регулятора P1

		Ошибка				
		ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
		Выход				
Скорость	ОБ	Н	ПМ	ПБ	ПБ	ПБ
	ОМ	ОМ	Н	ПМ	ПБ	ПБ
	Н	ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
	ПМ	ОБ	ОБ	ОМ	Н	ПМ
	ПБ	ОБ	ОБ	ОБ	ОМ	Н

Таблица 3

Параметры лингвистических значений выходного сигнала для регулятора P1

Лингвистическое значение выхода	ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
Численный эквивалент лингвистического значения выхода	-511	-256	0	+256	+511

Таблица 4

Параметры лингвистических значений ошибки регулятора P2

Лингвистическое значение ошибки	ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
Численный эквивалент лингвистического значения ошибки	-511	-150	0	+150	+511

Таблица 5

Блок правил регулятора P3

		Ошибка				
		ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
		Выход				
Скорость	ОБ	ОБ	ОМ	Б	ПМ	ПБ
	ОМ	ОБ	ОМ	ПМ	ПМ	ПБ
	Н	ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПБ
	ПМ	ОБ	ОМ	ОМ	ПМ	ПБ
	ПБ	ОБ	ОМ	ОБ	ПМ	ПБ

реализующей функцию (2), а задавать узловые точки этой функции и затем вычислять ее значение с помощью простого алгоритма.

**Литература**

1. Петров Б.Н. и др. Теория моделей в процессах управления. – М.: Наука, 1978. – 224 с.  
 2. Полипас С. Синтез пропорционально-дифференциального нечеткого регулятора электропривода// Chip. – № 1(34). – 1999. – С. 43–45.

3. Шнайдер Д.А. Нечеткий регулятор для управления отоплением здания// Системы автоматического управления: Тем. сб. научн. тр. – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2000. – С. 74–79.

4. Shreiber R. Air Flow Control Using Fuzzy Logic// Microchip Technology Inc. Application Note AN600. – 1997. – 21 p.

5. Stotts L., Kleiner B.H. New developments in fuzzy logic computers// Industrial Management & Data Systems. – 1995. – Vol. 95. – P. 22–27.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**АНИСИМОВА Елена Юрьевна** – ассистент кафедры теплогазоснабжения и вентиляции ЮУрГУ.

**АНОДИН Александр Михайлович** – аспирант кафедры систем управления ЮУрГУ.

**БЕРЕБИН Михаил Алексеевич** – кандидат медицинских наук, доцент, заведующий кафедрой клинической психологии ЮУрГУ.

**БОДРОВ Валерий Владимирович** – кандидат технических наук, генеральный директор ООО «Учебно-инжиниринговый центр».

**ВАХИТОВ Максим Григорьевич** – ассистент кафедры конструирования и производства радиоаппаратуры ЮУрГУ.

**ВОЙТОВИЧ Николай Иванович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой конструирования и производства радиоаппаратуры ЮУрГУ.

**ВОЛОВИЧ Георгий Иосифович** – доктор технических наук, профессор.

**ВОЛОСНИКОВ Андрей Сергеевич** – ассистент кафедры информационно-измерительной техники ЮУрГУ.

**ВЯТЧЕННИКОВ Дмитрий Николаевич** – магистрант кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ДЕВЯТОВ Максим Александрович** – ассистент кафедры радиотехнических систем ЮУрГУ.

**ДЕЕВА Анастасия Сергеевна** – аспирант кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ДОЛБЕНКОВ Владимир Иванович** – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

**КАЗАРИНОВ Лев Сергеевич** – доктор технических наук, профессор, декан приборостроительного факультета ЮУрГУ, заведующий кафедрой автоматизации и управления ЮУрГУ, научный консультант администрации Челябинской области.

**КАЛИСТРАТОВА Наталья Сергеевна** – магистрант кафедры систем управления ЮУрГУ.

**КАРМАНОВ Алексей Юрьевич** – аспирант кафедры цифровых радиотехнических систем ЮУрГУ.

**КЛИНАЧЕВ Николай Васильевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники ЮУрГУ.

**КЛИНАЧЕВА Наталья Васильевна** – аспирант кафедры электротехники ЮУрГУ.

**КОЗЛОВ Артем Викторович** – аспирант кафедры автоматизации механосборочного производства ЮУрГУ.

**КОРОВИН Константин Владимирович** – аспирант кафедры электротехники ЮУрГУ.

**КОСОБУЦКИЙ Вячеслав Валерьевич** – магистрант кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ЛЕВИНА Галина Абрамовна** – кандидат технических наук, доцент кафедры приборостроения ЮУрГУ.

**ЛЕСКОВЕЦ Юрий Анатольевич** – аспирант кафедры автоматизации и процессов управления СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

**ЛОГВИНОВА Александра Александровна** – аспирант кафедры приборостроения ЮУрГУ.

**ЛОГИНОВСКИЙ Олег Витальевич** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационно-аналитического обеспечения управления в социальных и экономических системах ЮУрГУ, академик РАЕН.

**ЛУКЪЯНОВ Дмитрий Павлович** – доктор технических наук, профессор кафедры лазерных измерительных и навигационных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

**МАКСИМОВ Александр Александрович** – кандидат технических наук, вице-президент Урало-Сибирской горно-металлургической компании, генеральный директор ОАО «Кузнецкие ферросплавы».

**МАЛЯВКИН Олег Николаевич** – магистрант кафедры систем управления ЮУрГУ.

**НАГОРНАЯ Анастасия Николаевна** – аспирант, ассистент кафедры теплогазоснабжения и вентиляции ЮУрГУ.

**НОВОСЕЛОВ Алексей Леонидович** – аспирант кафедры электротехники ЮУрГУ.

**НОСЕНКО Антон Александрович** – аспирант кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ПАВЛОВСКАЯ Ольга Олеговна** – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

---

**ПАНТИЛЕЕВ Андрей Сергеевич** – аспирант кафедры летательных аппаратов ЮУрГУ.

**ПАНФЕРОВ Владимир Иванович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции ЮУрГУ.

**ПАШКОВ Сергей Викторович** – заведующий лабораторией клинической психофизиологии кафедры клинической психологии ЮУрГУ.

**ПЛОТНИКОВА Наталья Валерьевна** – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ПОПОВА Ольга Валерьевна** – аспирант кафедры автоматике и управления ЮУрГУ.

**РЕПИН Николай Николаевич** – инженер-конструктор ОАО «НИИ по измерительной технике».

**СКОРОБОГАТОВА Ирина Александровна** – старший преподаватель кафедры клинической психологии ЮУрГУ.

**СОКОЛОВ Александр Николаевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры радиоп физики и электроники ЧелГУ.

**ТЕЛЕЖКИН Владимир Федорович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиотехнических системы ЮУрГУ.

**УСТЮГОВ Михаил Николаевич** – доктор технических наук, профессор кафедры систем управления ЮУрГУ, заслуженный работник высшей школы РФ.

**ФЕДОРОВ Виктор Борисович** – кандидат технических наук, начальник управления научных исследований ЮУрГУ.

**ФЕЛЬК Зинаида Александровна** – кандидат технических наук, доцент кафедры информатики ЮУрГУ.

**ФОКИН Леонид Алексеевич** – инженер кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ХАСАНОВ Алексей Романович** – аспирант кафедры автоматике и управления ЮУрГУ, младший научный сотрудник управления научных исследований ЮУрГУ.

**ЧЕРНЕЦКАЯ Ирина Владимировна** – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ЧЕРНЕЦКИЙ Владимир Олегович** – кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ШЕСТАКОВ Александр Леонидович** – доктор технических наук, профессор, ректор ЮУрГУ, заслуженный работник высшей школы РФ.

**ШНАЙДЕР Дмитрий Александрович** – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматике и управления ЮУрГУ.

**ЩЕГОЛЕВАТЫЙ Алексей Викторович** – студент 5-го курса кафедры прикладной математики ЮУрГУ.

**ЩИПИЦЫН Анатолий Георгиевич** – доктор технических наук, заведующий кафедрой систем управления ЮУрГУ, действительный член Международной академии навигации и управления движением.

**ЩИПИЦЫНА Мария Анатольевна** – студентка 5-го курса кафедры систем управления ЮУрГУ.

**ВЕСТНИК  
ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**№ 14 (69) 2006**

**Серия  
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, УПРАВЛЕНИЕ,  
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА»  
Выпуск 4**

**Издательство Южно-Уральского государственного университета**

---

Подписано в печать 27.09.2006. Формат 60×84 1/8. Печать трафаретная.  
Усл. печ. л. 19,06. Уч.-изд. л. 20,25. Тираж 100 экз. Заказ 447/72.

---

Группа МЭНП Издательства. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.